Netzwerke und Schaltungen II

Beispiel-Klausur 1

Hinweis: Alle Ergebnisse sind auf 3 signifikante Stellen zu runden. Bsp: $1.3456 \times 10^{-5}\,\mathrm{m} \Rightarrow 13.5\,\mu\mathrm{m}$

In symbolischen Endresultaten dürfen keine Doppelbrüche oder Parallelzeichen (ll) vorkommen.

Jeder Rechenschritt muss klar erkennbar sein!

Hinweis: Diese NUSII-Beispiel-Klausur und ihre Musterlösung werden vom HPE für NUSII-Studierende zum Lernen bereitgestellt. Die Weitergabe an Dritte ist nicht gestattet. Die Beispiel-Klausur dient als Orientierung dafür, wie eine NUSII-Prüfung gestaltet sein kann. Zukünftige Prüfungen können davon jedoch abweichen. Insbesondere kann auch die Gesamtpunktzahl, die Punkteverteilung auf die verschiedenen Themenbereiche sowie der Umfang der einzelnen Aufgaben variieren. Eine Klausur kann ausserdem noch Multiple-Choice-Fragen beinhalten. Diese Beispiel-Klausur würde beispielsweise Multiple-Choice-Fragen im Umfang von 12 Punkten (10%) beinhalten. Multiple-Choice Fragen finden Sie im Moodle.

Für die Bestnote müssen nicht alle Fragen korrekt beantwortet werden. In der vorliegenden NUSII-Beispiel-Klausur würden ca. 85% der Punkte ausreichen.

Teil 1 Drehstromsysteme (27 Punkte=23%)

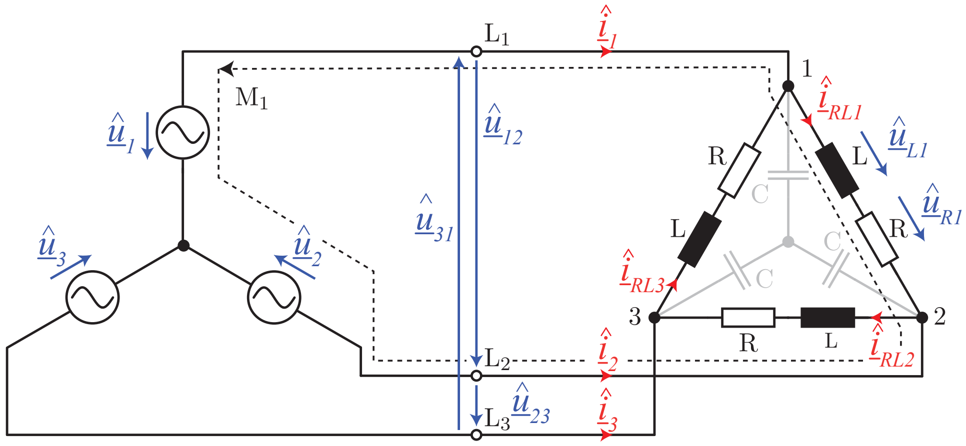


Abbildung 1: Dreiphasenspannungsquelle und Ersatzschaltbild eines elektrischen Motors mit einem Blindstromkompensationsnetzwerk.

In Abbildung 1 wird ein Motor an einem symmetrischen Dreiphasennetz ($U = 230\,\text{V}$) mit einer Netzfrequenz von $f = 50\,\text{Hz}$ betrieben. Der Motor stellt mit $R = R_1 = R_2 = R_3 = 22\,\Omega$ und $L = L_1 = L_2 = L_3 = 12\,\text{mH}$ eine symmetrische Last am Netz dar. Für die Generatorspannungen gilt:

$$\underline{\hat{u}}_1 = \hat{u} \cdot e^{j0^\circ}, \quad \underline{\hat{u}}_2 = \hat{u} \cdot e^{-j120^\circ}, \quad \underline{\hat{u}}_3 = \hat{u} \cdot e^{j120^\circ}$$

Für die Teilaufgaben a.) - e.) und Teilaufgabe g.) soll das in Abbildung 1 grau hinterlegte Blindstromkompensationsnetzwerk vernachlässigt werden.

a.) Berechnen Sie die Spannungen $\underline{\hat{u}}_1$, $\underline{\hat{u}}_2$, $\underline{\hat{u}}_{L1}$, $\underline{\hat{u}}_{R1}$ sowie $\underline{\hat{u}}_{12}$ der Masche M_1.

b.) Zeichnen Sie das zu Teilaufgabe a.) zugehörige Zeigerdiagramm mit den Spannungszeigern $\hat{u}_1$, $\hat{u}_2$, $\hat{u}_{12}$, $\hat{u}_R$ und $\hat{u}_L$.
(**Massstab:** $100\,\text{V} \equiv 1\,\text{cm}$)

c.) Berechnen Sie die Generatorströme $\underline{\hat{\imath}}_1$, $\underline{\hat{\imath}}_2$, $\underline{\hat{\imath}}_3$ und die Lastströme $\underline{\hat{\imath}}_{RL1}$, $\underline{\hat{\imath}}_{RL2}$, $\underline{\hat{\imath}}_{RL3}$.

d.) Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm für alle Ströme im Knotenpunkt 1.
(**Massstab:** $5\,\text{A} \equiv 1\,\text{cm}$)

e.) Geben Sie die vom Motor aufgenommene Schein-, Blind- und Wirkleistung an.

f.) Das in Abbildung 1 grau hinterlegte Kondensatornetzwerk soll verhindern, dass im Betrieb Blindleistung aus dem Netz bezogen wird. Berechnen Sie die für die Blindleistungskompensation benötigten Kapazitätswerte, so dass der Motor nur Wirkleistung aus dem Netz bezieht.

Nächste Seite beachten

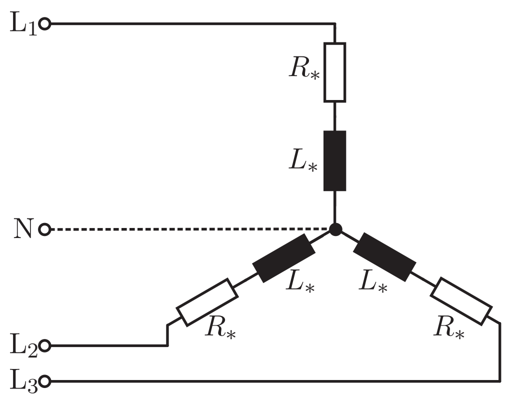


Abbildung 2: Elektrischer Motor als Sternschaltung (ohne Blindleistungskompensationsnetzwerk)

g.) Die RL Serienschaltungen sollen nun, wie in Abbildung 2 gezeigt, in einer Sternschaltung angeordnet werden. Geben Sie die entsprechenden Werte für den Widerstand R_* und die Induktivität L_* der Sternschaltung an, so dass sich die von der Last aufgenommene Leistung, welche in Teilaufgabe e.) berechnet wurde, nicht verändert.
Hinweis:
Das Kompensationsnetzwerk mit den Kapazitäten soll in dieser Teilaufgabe vernachlässigt werden.

Teil 2 Maschenstromverfahren (22 Punkte=18%)

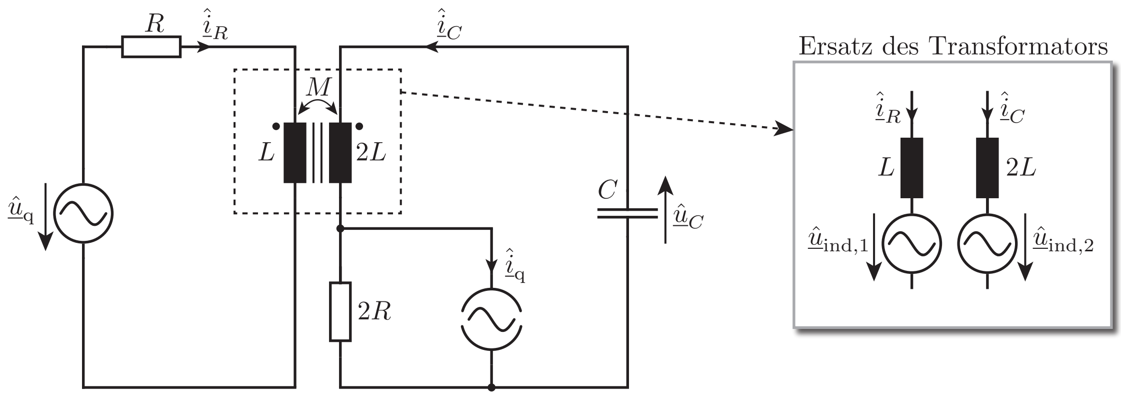


Abbildung 3: Netzwerk mit der Spannungsquelle $\underline{\hat{u}}_{\mathrm{q}}$, der Stromquelle $\hat{\underline{i}}_{\mathrm{q}}$ und einem Transformator.

Das in Abbildung 3 gezeigte Netzwerk enthält eine Spannungsquelle $\underline{\hat{u}}_{\mathrm{q}}$, eine Stromquelle $\hat{\underline{i}}_{\mathrm{q}}$, die Widerstände R und $2R$, die Kapazität C sowie einen Transformator. Der Transformator kann wie gezeigt durch ein Ersatzschaltbild mit den Selbstinduktivitäten L und $2L$ sowie den induzierten Spannungen $\underline{\hat{u}}_{\mathrm{ind},1}$ und $\underline{\hat{u}}_{\mathrm{ind},2}$ beschrieben werden. Die Kopplungsinduktivität beträgt $M = 1.5L$. Die induzierten Spannungen werden durch zwei stromgesteuerte Spannungsquellen modelliert und sind gegeben durch

$$\underline{\hat{u}}_{\mathrm{ind},1} = \mathrm{j}\omega 1.5L\hat{\underline{i}}_C$$
$$\underline{\hat{u}}_{\mathrm{ind},2} = \mathrm{j}\omega 1.5L\hat{\underline{i}}_R$$

Das Netzwerk befindet sich im eingeschwungenen Zustand und soll im Folgenden mittels dem Maschenstromverfahren berechnet werden.

a.) Wie viele unabhängige Maschen gibt es im Netzwerk? Nennen Sie zwei Methoden zur Berücksichtigung der Stromquelle $\hat{\underline{i}}_{\mathrm{q}}$ im Maschenstromverfahren. Wählen Sie eine davon aus und zeichnen Sie alle notwendigen Maschenströme in das Netzwerk ein. (Falls erforderlich, zeichnen Sie das resultierende Netzwerk neu.)

b.) Stellen Sie die Maschengleichungen in Abhängigkeit der unbekannten Maschenströme sowie der bekannten Grössen $\underline{\hat{u}}_{\mathrm{q}}$, $\hat{\underline{i}}_{\mathrm{q}}$, R, L und C auf. Ist die dazugehörige Maschenimpedanzmatrix symmetrisch?

c.) Ermitteln Sie mit Hilfe der Maschengleichungen einen analytischen Ausdruck für den Zweigstrom $\hat{\underline{i}}_C$. Schreiben Sie den resultierenden Ausdruck in der Form $\hat{\underline{i}}_C = k_1\underline{\hat{u}}_{\mathrm{q}} + k_2\hat{\underline{i}}_{\mathrm{q}}$ mit $k_1, k_2 \in \mathbb{C}$. Die Konstanten k_1 und k_2 dürfen keine Doppelbrüche enthalten.

d.) Die Spannungsquelle $\underline{\hat{u}}_\mathrm{q}$ wird nun durch die Spannung $\underline{\hat{u}}_C$ über die Konstante $\beta \in \mathbb{C}$ gesteuert. Es gilt $\underline{\hat{u}}_\mathrm{q} = \beta \underline{\hat{u}}_C$. Wie ist β in Abhängigkeit von k_1 und k_2 zu wählen, damit $\underline{\hat{i}}_C = \underline{\hat{i}}_\mathrm{q}$ gilt? Ist die neue Maschenimpedanzmatrix symmetrisch?

Teil 3 Harmonische Analyse (26 Punkte=22%)

Gegeben ist die Schaltung in Abb. 4a) mit dem Stromverlauf $i_q(t)$ in Abb. 4b).

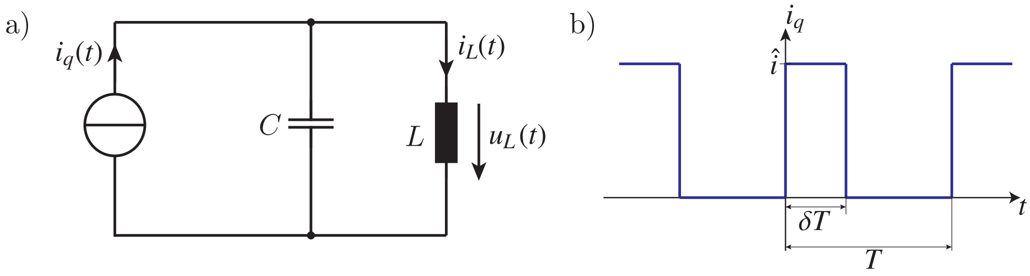


Abbildung 4: a) Gegebene Schaltung, b) Zeitverlauf von $i_q(t)$

a.) Der Zeitverlauf des Rechteckstromes $i_q(t)$ soll mit einer Fourierreihe angenähert werden. Wie muss der Ursprung $t = 0$ gelegt werden, dass sich eine geeignete Symmetrie für $0 < \delta < 1$ ergibt? Welche Art von Symmetrie liegt nach der Verschiebung vor? Was ist die mathematische Bedingung für diese Symmetrie?

b.) Stellen Sie die Integralausdrücke der Fourier-Koeffizienten a_0, $\hat{a}_n$ und $\hat{b}_n$ als Funktion der Variablen t, n, δ, T und $\hat{i}$ auf. Lösen Sie die Integrale.
Hinweis: Verwenden Sie dafür die gewählte Symmetrie aus Aufgabe a)!

c.) Berechnen Sie die Welligkeit w von $i_q(t)$ analytisch und vereinfachen Sie soweit wie möglich.

d.) Geben Sie einen analytischen Ausdruck für $u_L(t)$ und $i_L(t)$ an. Gehen Sie davon aus, dass transiente Vorgänge abgeklungen sind und das Netzwerk sich im eingeschwungenen Zustand befindet.
Hinweis: Es gilt $u_L(t), i_L(t) \in \mathbb{R}$

Teil 4 Laplace-Transformation (18 Punkte=15%)

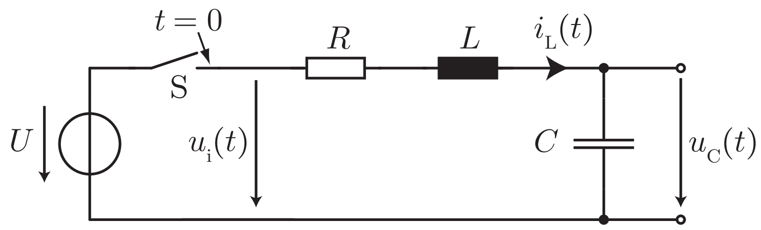


Abbildung 5: Serienschwingkreis an Spannungsquelle

Abbildung 5 zeigt einen Serienschwingkreis mit den Elementen R, L und C. Die Schaltung wird angeregt von einer DC-Spannungsquelle mit der Spannung U und durch den Schalter S an den Serienschwingkreis angeschlossen. Der Kondensator C ist im Zeitraum $t \leq 0$ auf den Spannungswert $u_\mathrm{C}(0) = u_0$ geladen und der Strom durch die Spule L beträgt $i_\mathrm{L}(0) = 0$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S geschlossen.

a.) Zeichnen Sie die in Abbildung 5 gezeigte Schaltung im Laplace-Bildbereich für den Zeitraum $t \geq 0$.

b.) Stellen Sie die Maschengleichung für das gezeichnete Ersatzschaltbild im Laplace-Bildbereich auf und stellen Sie diese nach $\underline{I}_\mathrm{L}(s)$ um.

c.) Berechen Sie die Nullstellen s_1, s_2, ... s_n des Nennerpolynoms von $\underline{I}_\mathrm{L}(s)$ abhängig von R, L und C. Vereinfachen Sie den Ausdruck für $\underline{I}_\mathrm{L}(s)$ in dem Sie das Nennerpolynom in Form seiner Linearfaktoren $(s - s_1)(s - s_2)...(s - s_\mathrm{n})$ angeben.

d.) Führen Sie die Partialbruchzerlegung von $\underline{I}_\mathrm{L}(s)$ durch. Nehmen Sie an, dass die Nullstellen des Nennerpolynoms reell und einfach sind. Sie dürfen die Abkürzungen s_1, s_2, ... s_n für die Nullstellen des Nennerpolynoms in Ihrer Lösung verwenden.

e.) Berechnen Sie $i_\mathrm{L}(t)$ im Zeitbereich mit Hilfe der berechneten Partialbruchzerlegung.

Teil 5 Operationsverstärker

Strommessschaltung (16 Punkte=13%)

In Abbildung 6 ist das Schaltbild einer Strommessschaltung dargestellt. Am Eingang der Schaltung wird der zu messende Strom mit einem Shunt-Widerstand R_{shunt} in ein Spannungssignal u_i konvertiert. Dieses Signal wird in der ersten umrandeten Teilschaltung zunächst verstärkt und in der zweiten umrandeten Teilschaltung mit einem Anti-Aliasing-Filter (Tiefpass) gefiltert. Der Filter hat die Funktion, das Signal anschliessend in ein digitales Signal umwandeln zu können. Die Operationsverstärker können als ideal angenommen werden und die Versorgungsspannungen betragen $U_{\text{B+}} = 5\,\text{V}$ und $U_{\text{B-}} = -5\,\text{V}$.

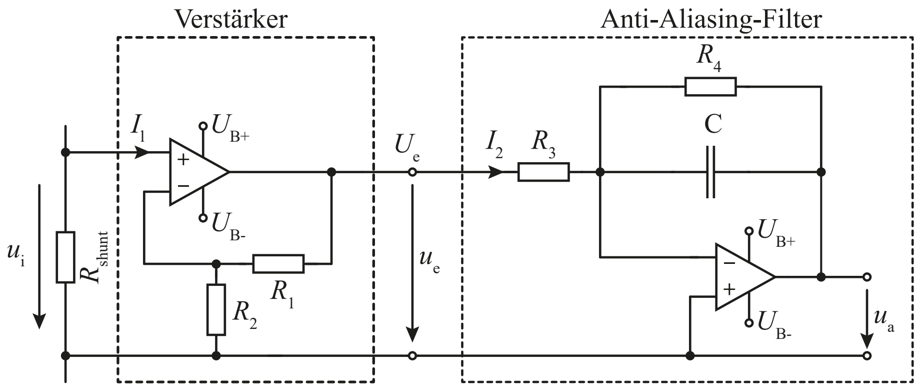


Abbildung 6: Strommessschaltung mit Verstärker und Filter.

In den folgenden Aufgabenteilen a)-b) wird nur der Verstärker betrachtet.

a.) Handelt es sich bei der in Abbildung 6 gezeigten Verstärkerschaltung um einen invertierenden oder um einen nicht-invertierenden Verstärker? Wie gross ist der Strom I_1 im idealen Fall? Begründen Sie Ihre Antwort.

b.) Geben Sie das Verhältnis R_1/R_2 der beiden Widerstände für eine gewünschte Verstärkung um den Faktor 100 an.

In den folgenden Aufgabenteilen c)-e) wird nur das Anti-Aliasing-Filter betrachtet.

c.) Wie hoch ist die maximale Spannung, die über R_3 im normalen Betrieb abfallen kann? Begründen Sie. Welches ist somit der minimale Wert für R_3, der I_2 auf einen Betrag von 10 mA begrenzt?

d.) Für den Widerstand R_4 wurde ein Wert von $10\,\text{k}\Omega$ gewählt. Wie müssen Sie die Kapazität C wählen, um eine Grenzfrequenz von $f_g = 20\,\text{kHz}$ zu realisieren?

e.) Der Wert des Widerstandes R_3 betrage nun $30\,\text{k}\Omega$. Der Wert des Widerstandes R_4 betrage wieder $10\,\text{k}\Omega$. Geben Sie den allgemeinen analytischen Ausdruck der Übertragungsfunktion $\underline{\hat{u}}_a/\underline{\hat{u}}_e$ des Filters in Abhängigkeit von R_4, R_3, C und $j\omega$ an. Wie gross ist die Gleichspannungsverstärkung des Filters?

Beispielprüfung 1 Teil 3

Teil 3 Harmonische Analyse (26 Punkte=22%)

Gegeben ist die Schaltung in Abb. 4a) mit dem Stromverlauf $i_q(t)$ in Abb. 4b).

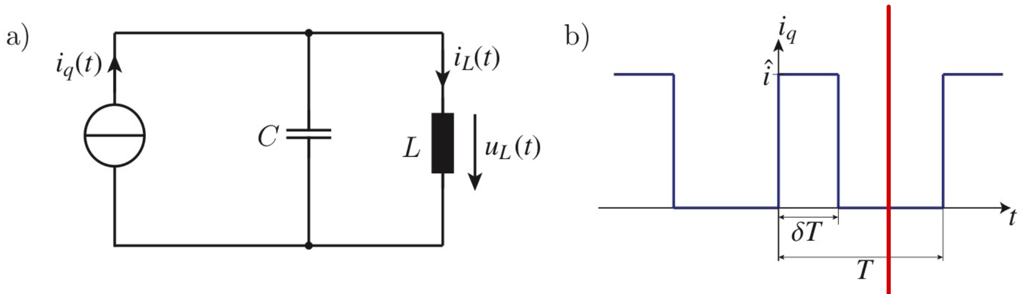


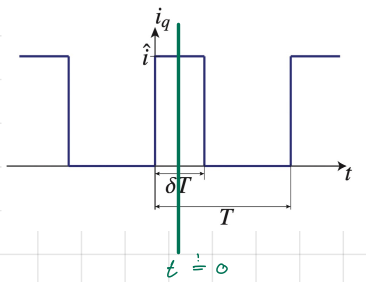
Abbildung 4: a) Gegebene Schaltung, b) Zeitverlauf von $i_q(t)$

a.) Der Zeitverlauf des Rechteckstromes $i_q(t)$ soll mit einer Fourierreihe angenähert werden. Wie muss der Ursprung $t = 0$ gelegt werden, dass sich eine geeignete Symmetrie für $0 < \delta < 1$ ergibt? Welche Art von Symmetrie liegt nach der Verschiebung vor? Was ist die mathematische Bedingung für diese Symmetrie?

ACHTUNG: DIE URSPRÜNGLICH GEGEBENE $i_q(t)$ IST WEDER GERADE NOCH UNGERADE :(

ABER: DURCH EINE VERSCHIEBUNG UM $\frac{\delta T}{2}$ WIRD DAS SIGNAL GERADE :)

$i(t) = i(-t)$



b.) Stellen Sie die Integralausdrücke der Fourier-Koeffizienten a_0, $\hat{a}_n$ und $\hat{b}_n$ als Funktion der Variablen t, n, δ, T und $\hat{i}$ auf. Lösen Sie die Integrale.
Hinweis: Verwenden Sie dafür die gewählte Symmetrie aus Aufgabe a)!

FÜR GERADE FUNKTIONEN GILT:

$$\hat{b}_n = \frac{2}{T}\int_0^T i(t)\,\sin(n\omega t)\,dt = 0$$

AUA $\frac{\delta T}{2}$

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} i_q(t)\,dt = \frac{2}{T}\cdot\hat{i}\cdot\frac{\delta T}{2} = \underline{\underline{\delta\hat{i}}}$$

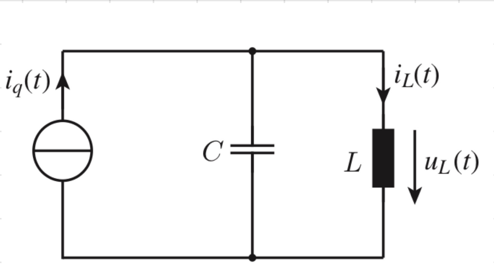
$$\hat{a}_n = 2\cdot\frac{2}{T}\int_0^{T/2} i_q(t)\cos(n\omega t)\,dt = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{\delta T}{2}} \hat{i}\cos(n\omega t)\,dt$$

$$= \frac{4}{T}\,\hat{i}\,\frac{1}{n\omega}\Big[\sin(n\omega t)\Big]_0^{\frac{\delta T}{2}}$$

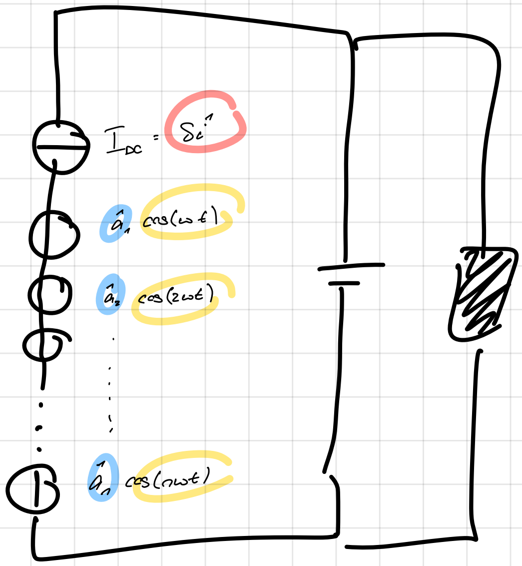
$$= \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{T}}\,\hat{i}\,\frac{\cancel{T}}{\cancel{2}\pi n}\cdot\sin\left(n\frac{\cancel{2}\pi}{\cancel{T}}\frac{\delta \cancel{T}}{\cancel{2}}\right) = \frac{2\hat{i}}{\pi n}\sin(n\pi\delta)$$

NOTIZ vom : 28.6.24

$$i_q(t) = \delta \hat{i} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\hat{i}}{\pi n} \sin(n\pi\delta) \cos(n\omega t) + 0$$



$\Longrightarrow$



Beispielprüfung 1 Teil 3.2

c.) Berechnen Sie die Welligkeit w von $i_q(t)$ analytisch und vereinfachen Sie soweit wie möglich.

c)

$$I_{q\sim} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\hat{a}_n^2 + \hat{b}_n^2\right)} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\hat{i}^2}{\pi^2 n^2} \sin^2(n\pi\delta)} = \frac{\sqrt{2}\,\hat{i}}{\pi} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(n\pi\delta)}{n^2}}$$

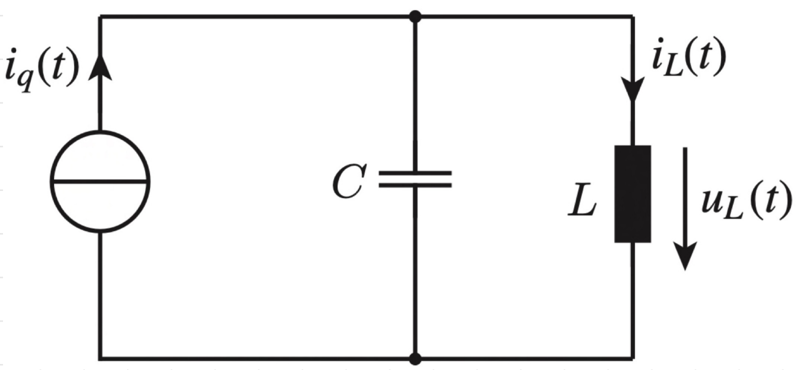
$$w = \frac{I_{q\sim}}{|I_{q,0}|} \qquad \frac{\frac{\sqrt{2}\,\hat{i}}{\pi} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(n\pi\delta)}{n^2}}}{\delta \hat{i}} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{\pi\delta} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(n\pi\delta)}{n^2}}}}$$

$$|I_{q,0}| = I_{q,DC} = a_0 = \delta \hat{i}$$

Beispielprüfung 1 Teil 3.3

d.) Geben Sie einen analytischen Ausdruck für $u_L(t)$ und $i_L(t)$ an. Gehen Sie davon aus, dass transiente Vorgänge abgeklungen sind und das Netzwerk sich im eingeschwungenen Zustand befindet.
Hinweis: Es gilt $u_L(t), i_L(t) \in \mathbb{R}$

d)



$$u_L(t) = U_L + u_{L,AC}(t)$$

$$i_L(t) = I_L + i_{L,AC}(t)$$

$\rightarrow U_L = 0$ Induktivität verhält sich wie ein Kurzschluss bei Gleichspannung.
$$\lim_{\omega \to 0} \underline{Z}_L = 0$$

$\rightarrow I_L = I_{L,DC} = \delta \hat{i}$ Kondensator verhält sich wie ein Leerlauf bei Gleichspannung.
$$\lim_{\omega \to 0} \underline{Z}_C = \infty$$

$i_L(t)$: Fourierkoeffizient des Quellenstroms: $\hat{\underline{i}}_{q,n} = \frac{2\hat{i}}{\pi n} \sin(\pi n \delta)$

$$\hat{\underline{i}}_{L,n} = \frac{\frac{1}{j\omega n C}}{\frac{1}{j\omega n C} + j\omega n L} \cdot \hat{\underline{i}}_{q,n} = \frac{1}{1-\omega^2 n^2 CL} \underbrace{\frac{2\hat{i}}{\pi n} \sin(\pi n \delta)}_{\hat{a}_n}$$

$$i_{L,n}(t) = \frac{1}{1-\omega^2 n^2 CL} \frac{2\hat{i}}{\pi n} \sin(\pi n \delta) \cos(n\omega t)$$

$$i_{L,AC}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} i_{L,n}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1-\omega^2 n^2 CL} \hat{a}_n \cos(n\omega t)$$

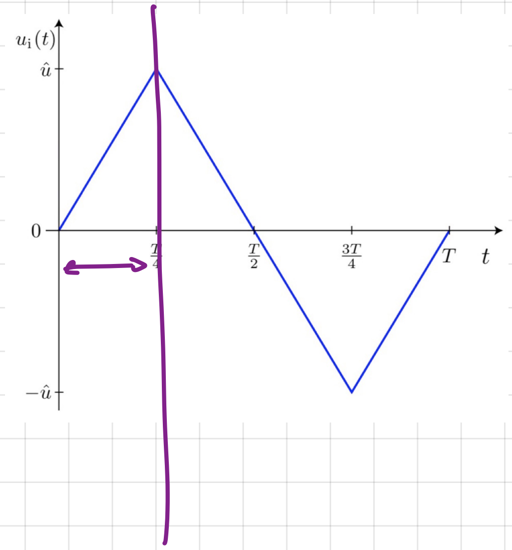
$$\longrightarrow i_L(t) = \delta \hat{i} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1-\omega^2 n^2 CL} \hat{a}_n \cos(n\omega t)$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} \left[\delta \hat{i} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1-\omega^2 n^2 CL} \hat{a}_n \cos(n\omega t) \right]$$

$$= L \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-\omega n}{1-\omega^2 n^2 CL} \hat{a}_n \sin(n\omega t) \right]$$

Quiz :

Wie kann man folgende Funktion zerlegen ?



Hint : $\text{Ramp}(t) = \begin{cases} t & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$

$= t\,\sigma(t)$

Steigung für $t \in \left[0, \frac{T}{4}\right]$:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\hat{u}}{\left(\frac{T}{4}\right)} = \frac{4\hat{u}}{T} \longrightarrow u(t) = \frac{4\hat{u}}{T}\,\text{Ramp}(t) \quad , \quad t \in \left[0, \frac{T}{4}\right]$$

Für $t \in \left[\frac{T}{4}, \frac{3T}{4}\right]$: $u(t) = \frac{-4\hat{u}}{T}\,\text{Ramp}\left(t - \frac{T}{4}\right) \Longrightarrow \frac{4\hat{u}}{T}\,\text{Ramp}(t) - \frac{8\hat{u}}{T}\,\text{Ramp}\left(t - \frac{T}{4}\right)$: $t \in \left[0, \frac{3T}{4}\right]$

... Ansatz weiter

$\frac{1}{s^2}$

$e^{-s\frac{T}{4}} \cdot \mathcal{L}\{\text{Ramp}(t)\} = e^{-s\frac{T}{4}}\,\frac{1}{s^2}$

$$\Longrightarrow u(t) = \frac{4\hat{u}}{T}\,\text{Ramp}(t) - \frac{8\hat{u}}{T}\,\text{Ramp}\left(t - \frac{T}{4}\right) + \frac{8\hat{u}}{T}\,\text{Ramp}\left(t - \frac{3T}{4}\right)$$

Laplace Transformation

$$U(s) = \frac{4\hat{u}}{T}\,\frac{1}{s^2}\left[1 - 2e^{-s\frac{T}{4}} + 2e^{-\frac{3T}{4}}\right]$$

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

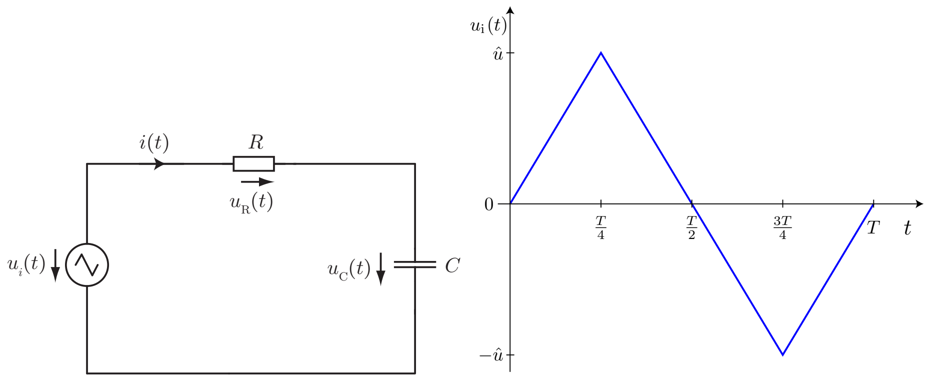
Laboratory for High
Power Electronic Systems

Netzwerke und Schaltungen II, D-ITET

Zusatzaufgabe

RC-Reihenschaltung an Dreieckspannung

Gegeben ist ein RC-Glied wie in Abbildung 1a, welches mit der Dreieckspannung $u_\mathrm{i}(t)$ in Abbildung 1b angeregt wird:



(a) (b)

Abbildung 1: (a) RC-Glied, (b) zeitlicher Verlauf der Spannung $u_\mathrm{i}(t)$

a.) Geben sie die Spannung $u_\mathrm{i}(t)$ als Überlagerung der Spannung $u(t)$ in (1) an und transformieren Sie diese in den Bildbereich.

$$u(t) = \frac{4 \cdot \hat{u} \cdot t}{T} \text{ für } 0 \leq t < \frac{T}{4} \tag{1}$$

VORHERIGE SEITE

b.) Berechnen sie den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung $u_\mathrm{C}(t)$ und des Stromes $i(t)$.

c.) Stellen Sie die beiden zeitabhängigen Funktionen für die Periodendauer $T = 0.15\,\mu\mathrm{s}$ dar, mit folgenden Parametern: $\hat{u} = 1\,\mathrm{V}$, $R = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 1\,\mu\mathrm{F}$

Aktuelle Version: 31. Juli 2019

LAPLACE - ZA. 2 A1

Gegeben ist ein RC-Glied wie in Abbildung 1a, welches mit der Dreieckspannung $u_\mathrm{i}(t)$ in Abbildung 1b angeregt wird:

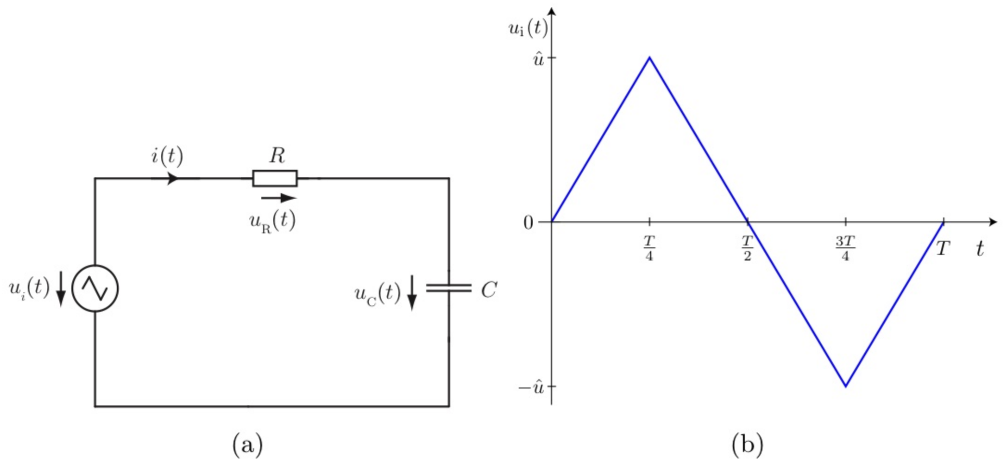


Abbildung 1: (a) RC-Glied, (b) zeitlicher Verlauf der Spannung $u_\mathrm{i}(t)$

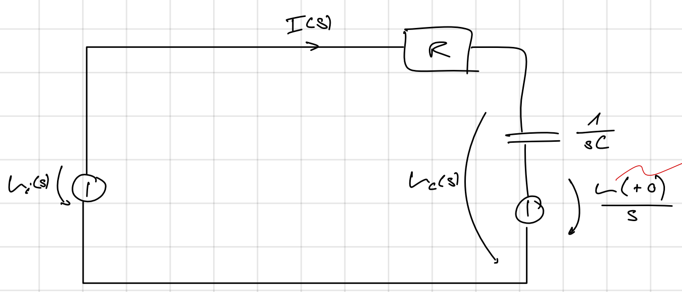
a.) Geben sie die Spannung $u_\mathrm{i}(t)$ als Überlagerung der Spannung $u(t)$ in (1) an und transformieren Sie diese in den Bildbereich.

$$u(t) = \frac{4 \cdot \hat{u} \cdot t}{T} \text{ für } 0 \leq t < \frac{T}{4} \tag{1}$$

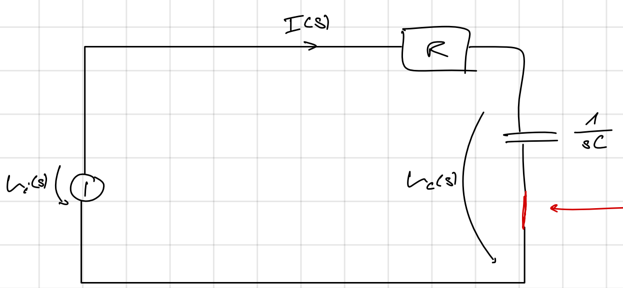
IN QUIZ / KAHOOT GEMACHT

b.) Berechnen sie den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung $u_\mathrm{C}(t)$ und des Stromes $i(t)$.

SCHRITT 1: SCHALTUNG IN LAPLACEBEREICH ZEICHNEN:



AUS DER AUFGABE WISSEN WIR $u_c(0) = 0$



LAPLACE - ZA. 2 A1.2

b.2) Im Bildbereich :

$$u_i(s) = I(s)\cdot R + u_c(s) = I(s)\cdot R + I(s)\,\frac{1}{sC} + 0$$

$$\Longrightarrow I(s) = \frac{u_i(s)}{R+\frac{1}{sC}} = \frac{sCu_i(s)}{1+sCR}$$

$$\Longrightarrow u_c(s) = \frac{1}{sC}\,I(s) = \frac{1}{\cancel{sC}}\,\frac{\cancel{sC}u_i(s)}{1+sCR} = \frac{u_i(s)}{1+sCR}$$

$u_i(s)$ aus a) einsetzen: $u_i(s) = \frac{4\hat{u}}{T}\,\frac{1}{s^2}\left[1 - 2e^{-s\frac{T}{4}} + 2e^{-\frac{3T}{4}}\right]$

$$\Longrightarrow u_c(s) = \frac{1}{1+sCR}\,\frac{4\hat{u}}{T}\,\frac{1}{s^2}\left[1 - 2e^{-s\frac{T}{4}} + 2e^{-\frac{3T}{4}}\right]$$

$$= \underbrace{\frac{4\hat{u}}{T}\,\frac{1}{s^2(1+sCR)}}\; - \;\underbrace{\frac{4\hat{u}}{T}\cdot\frac{1}{s^2(1+sCR)}\cdot 2e^{-s\frac{T}{4}}}\; + \;\underbrace{\frac{4\hat{u}}{T}\cdot\frac{1}{s^2(1+sCR)}\cdot 2e^{-s\cdot\frac{3T}{4}}}$$

Zurück in Zeitbereich

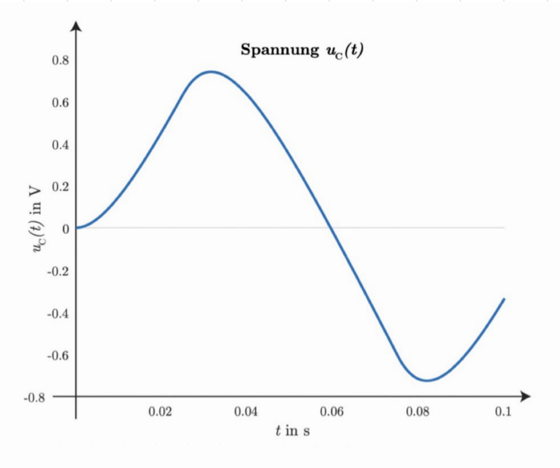
$$\underline{u_c(t)} = \underbrace{\frac{4\hat{u}}{T}\left[t - RC + RCe^{-\frac{t}{RC}}\right]\sigma(t)} - \underbrace{\frac{8\hat{u}}{T}\left[t - \frac{T}{4} - RC + RCe^{-\frac{t-\frac{T}{4}}{RC}}\right]\sigma(t-\tfrac{T}{4})} - \underbrace{\frac{8\hat{u}}{T}\left[t - \frac{3T}{4} - RC + RCe^{-\frac{t-\frac{3T}{4}}{RC}}\right]\sigma(t-\tfrac{3T}{4})}$$

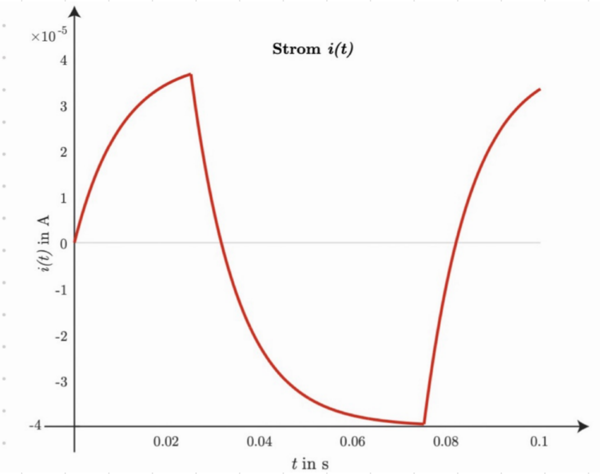
Analog für $i_c(t)$:

$$I_c(s) = \frac{sCu_i(s)}{1+sCR} = \frac{\cancel{s}\,C}{1+sRC}\cdot\frac{4\hat{u}}{T}\,\frac{1}{s^{\cancel{2}}}\left[1 - 2e^{-s\frac{T}{4}} + 2e^{-\frac{3T}{4}}\right]$$

$$\underline{\underline{i_c(t)}} = \frac{4\hat{u}C}{T}\left[1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right]\sigma(t) - \frac{8\hat{u}C}{T}\left[1 - e^{-\frac{t-\frac{T}{4}}{RC}}\right]\sigma(t-\tfrac{T}{4}) + \frac{8\hat{u}C}{T}\left[1 - e^{-\frac{t-\frac{3T}{4}}{RC}}\right]\sigma(t-\tfrac{3T}{4})$$

c) Einsetzen:





Netzwerke und Schaltungen II

Beispiel-Klausur 1

Hinweis: Alle Ergebnisse sind auf 3 signifikante Stellen zu runden. Bsp: 1.3456×10^{-5} m $\Rightarrow$ 13.5 µm

In symbolischen Endresultaten dürfen keine Doppelbrüche oder Parallelzeichen (ll) vorkommen.

Jeder Rechenschritt muss klar erkennbar sein!

Hinweis: Diese NUSII-Beispiel-Klausur und ihre Musterlösung werden vom HPE für NUSII-Studierende zum Lernen bereitgestellt. Die Weitergabe an Dritte ist nicht gestattet. Die Beispiel-Klausur dient als Orientierung dafür, wie eine NUSII-Prüfung gestaltet sein kann. Zukünftige Prüfungen können davon jedoch abweichen. Insbesondere kann auch die Gesamtpunktzahl, die Punkteverteilung auf die verschiedenen Themenbereiche sowie der Umfang der einzelnen Aufgaben variieren. Eine Klausur kann ausserdem noch Multiple-Choice-Fragen beinhalten. Diese Beispiel-Klausur würde beispielsweise Multiple-Choice-Fragen im Umfang von 12 Punkten (10%) beinhalten. Multiple-Choice Fragen finden Sie im Moodle.

Für die Bestnote müssen nicht alle Fragen korrekt beantwortet werden. In der vorliegenden NUSII-Beispiel-Klausur würden ca. 85% der Punkte ausreichen.

Teil 1 Drehstromsysteme (27 Punkte=23%)

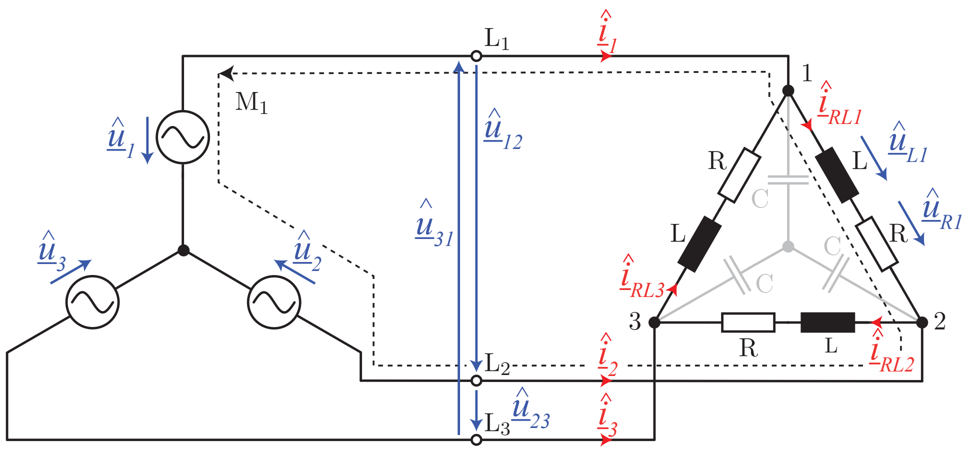


Abbildung 1: Dreiphasenspannungsquelle und Ersatzschaltbild eines elektrischen Motors mit einem Blindstromkompensationsnetzwerk.

In Abbildung 1 wird ein Motor an einem symmetrischen Dreiphasennetz ($U = 230\,\mathrm{V}$) mit einer Netzfrequenz von $f = 50\,\mathrm{Hz}$ betrieben. Der Motor stellt mit $R = R_1 = R_2 = R_3 = 22\,\Omega$ und $L = L_1 = L_2 = L_3 = 12\,\mathrm{mH}$ eine symmetrische Last am Netz dar. Für die Generatorspannungen gilt:

$$\underline{\hat{u}}_1 = \hat{u} \cdot e^{j0°}, \quad \underline{\hat{u}}_2 = \hat{u} \cdot e^{-j120°}, \quad \underline{\hat{u}}_3 = \hat{u} \cdot e^{j120°}$$

Für die Teilaufgaben a.) - e.) und Teilaufgabe g.) soll das in Abbildung 1 grau hinterlegte Blindstromkompensationsnetzwerk vernachlässigt werden.

a.) Berechnen Sie die Spannungen $\underline{\hat{u}}_1$, $\underline{\hat{u}}_2$, $\underline{\hat{u}}_{L1}$, $\underline{\hat{u}}_{R1}$ sowie $\underline{\hat{u}}_{12}$ der Masche M_1.

b.) Zeichnen Sie das zu Teilaufgabe a.) zugehörige Zeigerdiagramm mit den Spannungszeigern $\hat{u}_1$, $\hat{u}_2$, $\hat{u}_{12}$, $\hat{u}_R$ und $\hat{u}_L$.
(**Massstab:** $100\,\mathrm{V} \equiv 1\,\mathrm{cm}$)

c.) Berechnen Sie die Generatorströme $\underline{\hat{i}}_1$, $\underline{\hat{i}}_2$, $\underline{\hat{i}}_3$ und die Lastströme $\underline{\hat{i}}_{RL1}$, $\underline{\hat{i}}_{RL2}$, $\underline{\hat{i}}_{RL3}$.

d.) Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm für alle Ströme im Knotenpunkt 1.
(**Massstab:** $5\,\mathrm{A} \equiv 1\,\mathrm{cm}$)

e.) Geben Sie die vom Motor aufgenommene Schein-, Blind- und Wirkleistung an.

f.) Das in Abbildung 1 grau hinterlegte Kondensatornetzwerk soll verhindern, dass im Betrieb Blindleistung aus dem Netz bezogen wird. Berechnen Sie die für die Blindleistungskompensation benötigten Kapazitätswerte, so dass der Motor nur Wirkleistung aus dem Netz bezieht.

Nächste Seite beachten

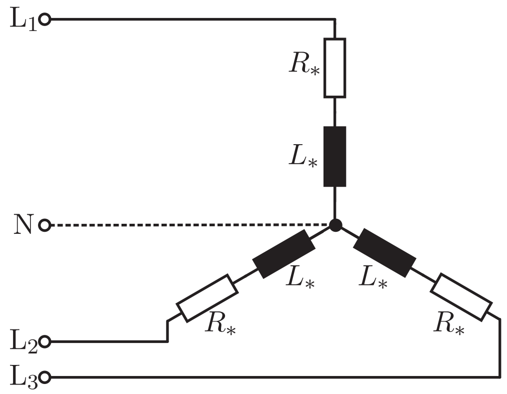


Abbildung 2: Elektrischer Motor als Sternschaltung (ohne Blindleistungskompensationsnetzwerk)

g.) Die RL Serienschaltungen sollen nun, wie in Abbildung 2 gezeigt, in einer Sternschaltung angeordnet werden. Geben Sie die entsprechenden Werte für den Widerstand R_* und die Induktivität L_* der Sternschaltung an, so dass sich die von der Last aufgenommene Leistung, welche in Teilaufgabe e.) berechnet wurde, nicht verändert.
Hinweis:
Das Kompensationsnetzwerk mit den Kapazitäten soll in dieser Teilaufgabe vernachlässigt werden.

Teil 2 Maschenstromverfahren (22 Punkte=18%)

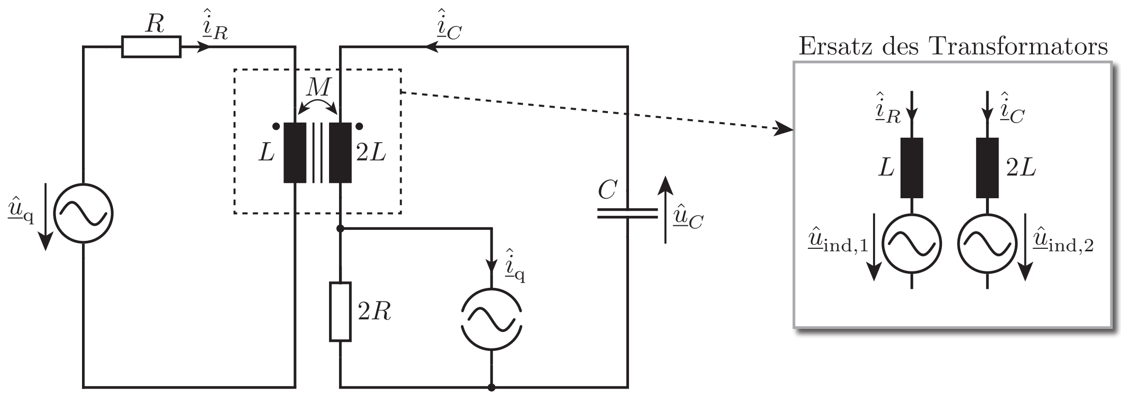


Abbildung 3: Netzwerk mit der Spannungsquelle $\hat{\underline{u}}_\mathrm{q}$, der Stromquelle $\hat{\underline{i}}_\mathrm{q}$ und einem Transformator.

Das in Abbildung 3 gezeigte Netzwerk enthält eine Spannungsquelle $\hat{\underline{u}}_\mathrm{q}$, eine Stromquelle $\hat{\underline{i}}_\mathrm{q}$, die Widerstände R und $2R$, die Kapazität C sowie einen Transformator. Der Transformator kann wie gezeigt durch ein Ersatzschaltbild mit den Selbstinduktivitäten L und $2L$ sowie den induzierten Spannungen $\hat{\underline{u}}_\mathrm{ind,1}$ und $\hat{\underline{u}}_\mathrm{ind,2}$ beschrieben werden. Die Kopplungsinduktivität beträgt $M = 1.5L$. Die induzierten Spannungen werden durch zwei stromgesteuerte Spannungsquellen modelliert und sind gegeben durch

$$\hat{\underline{u}}_\mathrm{ind,1} = \mathrm{j}\omega 1.5L\hat{\underline{i}}_C$$
$$\hat{\underline{u}}_\mathrm{ind,2} = \mathrm{j}\omega 1.5L\hat{\underline{i}}_R$$

Das Netzwerk befindet sich im eingeschwungenen Zustand und soll im Folgenden mittels dem Maschenstromverfahren berechnet werden.

a.) Wie viele unabhängige Maschen gibt es im Netzwerk? Nennen Sie zwei Methoden zur Berücksichtigung der Stromquelle $\hat{\underline{i}}_\mathrm{q}$ im Maschenstromverfahren. Wählen Sie eine davon aus und zeichnen Sie alle notwendigen Maschenströme in das Netzwerk ein. (Falls erforderlich, zeichnen Sie das resultierende Netzwerk neu.)

b.) Stellen Sie die Maschengleichungen in Abhängigkeit der unbekannten Maschenströme sowie der bekannten Grössen $\hat{\underline{u}}_\mathrm{q}$, $\hat{\underline{i}}_\mathrm{q}$, R, L und C auf. Ist die dazugehörige Maschenimpedanzmatrix symmetrisch?

c.) Ermitteln Sie mit Hilfe der Maschengleichungen einen analytischen Ausdruck für den Zweigstrom $\hat{\underline{i}}_C$. Schreiben Sie den resultierenden Ausdruck in der Form $\hat{\underline{i}}_C = k_1\hat{\underline{u}}_\mathrm{q} + k_2\hat{\underline{i}}_\mathrm{q}$ mit $k_1, k_2 \in \mathbb{C}$. Die Konstanten k_1 und k_2 dürfen keine Doppelbrüche enthalten.

d.) Die Spannungsquelle $\underline{\hat{u}}_\mathrm{q}$ wird nun durch die Spannung $\underline{\hat{u}}_C$ über die Konstante $\beta \in \mathbb{C}$ gesteuert. Es gilt $\underline{\hat{u}}_\mathrm{q} = \beta \underline{\hat{u}}_C$. Wie ist β in Abhängigkeit von k_1 und k_2 zu wählen, damit $\hat{\underline{i}}_C = \hat{\underline{i}}_\mathrm{q}$ gilt? Ist die neue Maschenimpedanzmatrix symmetrisch?

Teil 3 Harmonische Analyse (26 Punkte=22%)

Gegeben ist die Schaltung in Abb. 4a) mit dem Stromverlauf $i_q(t)$ in Abb. 4b).

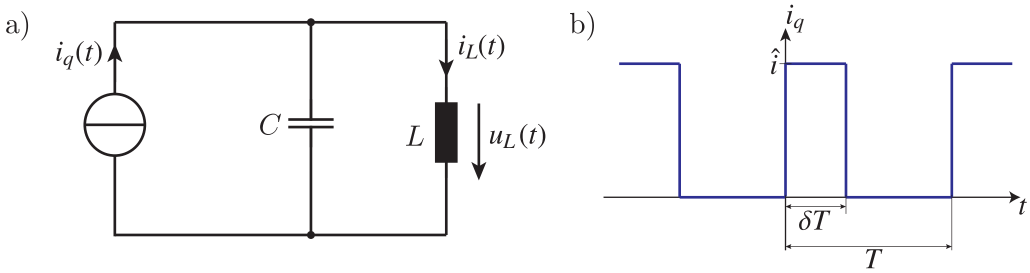


Abbildung 4: a) Gegebene Schaltung, b) Zeitverlauf von $i_q(t)$

a.) Der Zeitverlauf des Rechteckstromes $i_q(t)$ soll mit einer Fourierreihe angenähert werden. Wie muss der Ursprung $t = 0$ gelegt werden, dass sich eine geeignete Symmetrie für $0 < \delta < 1$ ergibt? Welche Art von Symmetrie liegt nach der Verschiebung vor? Was ist die mathematische Bedingung für diese Symmetrie?

b.) Stellen Sie die Integralausdrücke der Fourier-Koeffizienten a_0, $\hat{a}_n$ und $\hat{b}_n$ als Funktion der Variablen t, n, δ, T und $\hat{i}$ auf. Lösen Sie die Integrale.
Hinweis: Verwenden Sie dafür die gewählte Symmetrie aus Aufgabe a)!

c.) Berechnen Sie die Welligkeit w von $i_q(t)$ analytisch und vereinfachen Sie soweit wie möglich.

d.) Geben Sie einen analytischen Ausdruck für $u_L(t)$ und $i_L(t)$ an. Gehen Sie davon aus, dass transiente Vorgänge abgeklungen sind und das Netzwerk sich im eingeschwungenen Zustand befindet.
Hinweis: Es gilt $u_L(t), i_L(t) \in \mathbb{R}$

Teil 4 Laplace-Transformation (18 Punkte=15%)

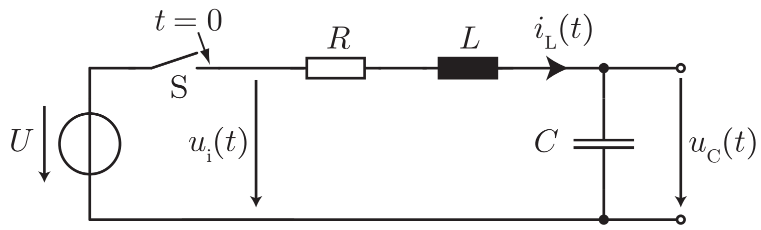


Abbildung 5: Serienschwingkreis an Spannungsquelle

Abbildung 5 zeigt einen Serienschwingkreis mit den Elementen R, L und C. Die Schaltung wird angeregt von einer DC-Spannungsquelle mit der Spannung U und durch den Schalter S an den Serienschwingkreis angeschlossen. Der Kondensator C ist im Zeitraum $t \leq 0$ auf den Spannungswert $u_C(0) = u_0$ geladen und der Strom durch die Spule L beträgt $i_L(0) = 0$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S geschlossen.

a.) Zeichnen Sie die in Abbildung 5 gezeigte Schaltung im Laplace-Bildbereich für den Zeitraum $t \geq 0$.

b.) Stellen Sie die Maschengleichung für das gezeichnete Ersatzschaltbild im Laplace-Bildbereich auf und stellen Sie diese nach $\underline{I}_L(s)$ um.

c.) Berechen Sie die Nullstellen s_1, s_2, ... s_n des Nennerpolynoms von $\underline{I}_L(s)$ abhängig von R, L und C. Vereinfachen Sie den Ausdruck für $\underline{I}_L(s)$ in dem Sie das Nennerpolynom in Form seiner Linearfaktoren $(s - s_1)(s - s_2)...(s - s_n)$ angeben.

d.) Führen Sie die Partialbruchzerlegung von $\underline{I}_L(s)$ durch. Nehmen Sie an, dass die Nullstellen des Nennerpolynoms reell und einfach sind. Sie dürfen die Abkürzungen s_1, s_2, ... s_n für die Nullstellen des Nennerpolynoms in Ihrer Lösung verwenden.

e.) Berechnen Sie $i_L(t)$ im Zeitbereich mit Hilfe der berechneten Partialbruchzerlegung.

Teil 5 Operationsverstärker

Strommessschaltung (16 Punkte=13%)

In Abbildung 6 ist das Schaltbild einer Strommessschaltung dargestellt. Am Eingang der Schaltung wird der zu messende Strom mit einem Shunt-Widerstand R_{shunt} in ein Spannungssignal u_i konvertiert. Dieses Signal wird in der ersten umrandeten Teilschaltung zunächst verstärkt und in der zweiten umrandeten Teilschaltung mit einem Anti-Aliasing-Filter (Tiefpass) gefiltert. Der Filter hat die Funktion, das Signal anschliessend in ein digitales Signal umwandeln zu können. Die Operationsverstärker können als ideal angenommen werden und die Versorgungsspannungen betragen $U_{\text{B+}} = 5\,\text{V}$ und $U_{\text{B-}} = -5\,\text{V}$.

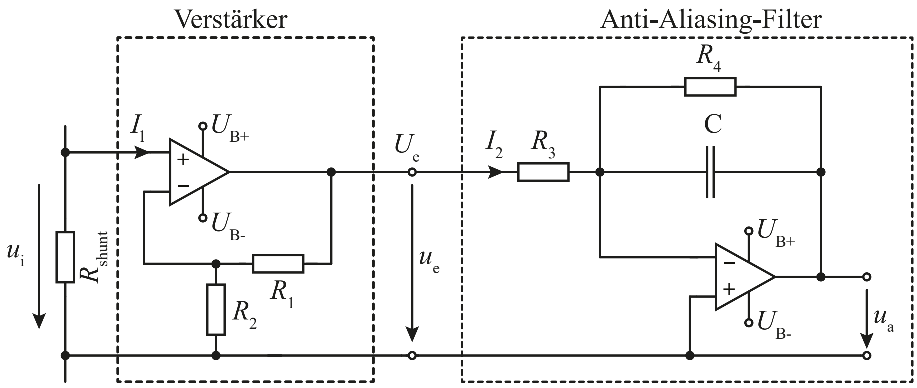


Abbildung 6: Strommessschaltung mit Verstärker und Filter.

In den folgenden Aufgabenteilen a)-b) wird nur der Verstärker betrachtet.

a.) Handelt es sich bei der in Abbildung 6 gezeigten Verstärkerschaltung um einen invertierenden oder um einen nicht-invertierenden Verstärker? Wie gross ist der Strom I_1 im idealen Fall? Begründen Sie Ihre Antwort.

b.) Geben Sie das Verhältnis R_1/R_2 der beiden Widerstände für eine gewünschte Verstärkung um den Faktor 100 an.

In den folgenden Aufgabenteilen c)-e) wird nur das Anti-Aliasing-Filter betrachtet.

c.) Wie hoch ist die maximale Spannung, die über R_3 im normalen Betrieb abfallen kann? Begründen Sie. Welches ist somit der minimale Wert für R_3, der I_2 auf einen Betrag von $10\,\text{mA}$ begrenzt?

d.) Für den Widerstand R_4 wurde ein Wert von $10\,\text{k}\Omega$ gewählt. Wie müssen Sie die Kapazität C wählen, um eine Grenzfrequenz von $f_{\text{g}} = 20\,\text{kHz}$ zu realisieren?

e.) Der Wert des Widerstandes R_3 betrage nun $30\,\text{k}\Omega$. Der Wert des Widerstandes R_4 betrage wieder $10\,\text{k}\Omega$. Geben Sie den allgemeinen analytischen Ausdruck der Übertragungsfunktion $\underline{\hat{u}}_{\text{a}}/\underline{\hat{u}}_{\text{e}}$ des Filters in Abhängigkeit von R_4, R_3, C und $j\omega$ an. Wie gross ist die Gleichspannungsverstärkung des Filters?

BEISPIELPRÜFUNG 1 TEIL 5 : OPV

a) ALS ANSATZ / BAUTEIL : NICHT - INVERTIERENDER VERSTÄRKER (IDEAL)

$$\Longrightarrow \quad i_{e+} = i_{e-} = 0 \quad : \text{KEIN STROM IN VERSTÄRKER}$$

SOMIT : $\underline{\underline{I_1 = 0}}$

b) ALS BAUTEIL : $A(j\omega) = 1 + \dfrac{R_1}{R_2} \overset{!}{=} 100$

AUFGABE

$$\Longleftrightarrow \quad \underline{\underline{\frac{R_1}{R_2} = 99}}$$

c) DIE SPANNUNG ÜBER R_3 IST GLEICH DER AUSGANGSSPANNUNG u_e.

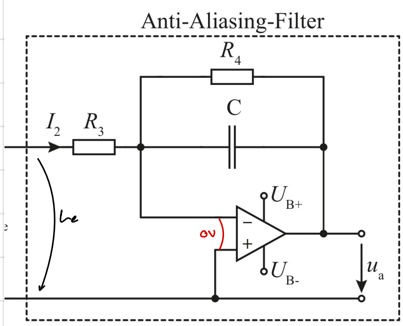
SOMIT IST $u_{B-} \leq u_e = u_{R3} \leq u_{B+}$

$$\Longleftrightarrow \quad |u_{R3}| = |u_e| \leq 5\,V$$

$$\Longleftrightarrow \quad |R_3 \cdot I_2| \leq 5\,V$$

$$\Longleftrightarrow \quad R_3 \geq \frac{5\,V}{10^{-2}\,A} = \underline{\underline{500\,\Omega}}$$

d)



$$\hat{i}_2 = \frac{\hat{u}_e}{R_3} = \frac{-\hat{u}_a}{\left(R_4 \parallel \frac{1}{j\omega C}\right)}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = -\frac{\frac{R_4}{j\omega C}}{R_3\left(R_4 + \frac{1}{j\omega C}\right)} = \frac{-R_4}{R_3(1 + j\omega R_4 C)} = A(j\omega)$$

$$\leadsto \quad \omega_g = 2\pi f_g = \frac{1}{R_4 C} \Longrightarrow C_4 = \frac{1}{2\pi f_g \cdot R_4} = \underline{\underline{0.796 \cdot 10^{-9}\,F}}$$

(ODER TR: $20 \cdot \lg(|A(j\omega_0)|) \overset{!}{=} -12.54\,dB \Longleftrightarrow C_4 = \underline{\underline{7.94 \cdot 10^{-10}\,F}}$: MIT $R_3 = 30\,k\Omega$)

$$20 \cdot \log_{10}\left(\left|\frac{-1}{3}\right|\right) = -9.54 = V_{g0}$$

$$\Longrightarrow \quad V_{g0} - 3\,dB = -12.54\,dB$$

e) $A(j\omega) = \dfrac{-R_4}{R_3(1 + j\omega R_4 C)} \longrightarrow A(0) = \dfrac{-R_4}{R_3} = \underline{\underline{\dfrac{-1}{3}}}$ IN dB :

$R_4 = 10\,k\Omega$, $R_3 = 30\,k\Omega$