Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Laboratory for High
Power Electronic Systems

Netzwerke und Schaltungen II, D-ITET

Zusatzaufgabe ZA 4

Impulsverzerrung

Aufgabe 1 Impulsverzerrung durch einen Übertrager

Signaltransformatoren zur Potentialtrennung und Pegelanpassung von Impulsen können vereinfacht durch das in Abbildung 1 gezeigte Ersatzschaltbild beschrieben werden, wobei $R_2 = 10\,\Omega$ den Lastwiderstand und $L_2 = 3\,\text{mH}$ die Hauptinduktivität bezeichnet. Der Impulsübertrager soll benutzt werden, um einen Impuls $\underline{\hat{u}}_1(t)$ nach Abbildung 2 zu übertragen, wobei der innere Widerstand der Signalquelle $R_1 = 1\,\Omega$ beträgt.

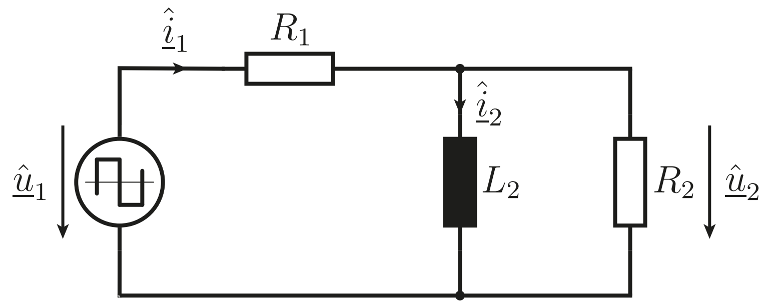

Abbildung 1: Ersatzschaltung der Übertragungsstrecke.

Kenndaten der Ersatzschaltung:

Innenwiderstand der Quelle:	R_1	=	$1\,\Omega$
Lastwiderstand:	R_2	=	$10\,\Omega$
Hauptinduktivität Signalübertrager:	L_2	=	$3\,\text{mH}$
Amplitude der Signalübertragung:	$\underline{\hat{u}}_1$	=	$10 \cdot \sqrt{2}\,\text{V}$

Hinweis: Der Strom $\underline{\hat{i}}_2$ in der Induktivität L_2 sei zu Beginn $t = 0$ gleich $0\,\text{A}$. Im Folgenden wird nur die erste Periode der Spannung $\underline{\hat{u}}_1$ betrachtet zu deren Beginn $\underline{\hat{i}}_2 = 0\,\text{A}$.

Version: 18. März 2020

1.1) Der Lastwiderstand betrage $R_2 = 10\,\Omega$. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(j\omega) = \frac{\underline{\hat{u}}_2(j\omega)}{\underline{\hat{u}}_1(j\omega)}$ der Anordnung. Weist das System Tief- oder Hochpasscharakteristik auf?

1.2) Skizzieren Sie den Zeitverlauf der Spannung $\underline{\hat{u}}_2(t)$ massstäblich in Abbildung 2 ein (Einschaltzeit $T_\mathrm{i} = 100\,\mu\mathrm{s}$, Periodendauer $T_\mathrm{P} = 1\,\mathrm{ms}$) für $t < T_\mathrm{p}$. Auf welchen Wert springt $\underline{\hat{u}}_2$ unmittelbar nach Anlegen von $\underline{\hat{u}}_1$? Auf welchen Wert sinkt $\underline{\hat{u}}_2$ am Ende der Einschaltzeit des Impulses $t = T_\mathrm{i}$?

1.3) Geben Sie den Zeitverlauf des Strom $\underline{\hat{i}}_{L_2}$ in L_2 für $t < T_\mathrm{p}$ an. Wie hoch ist $\underline{\hat{i}}_{L_2}$ zum Zeitpunkt $t = T_\mathrm{i}$?

1.4) Welchen Wert nimmt $\underline{\hat{u}}_2$ unmittelbar nach dem Rückfallen von $\underline{\hat{u}}_1$ auf den Wert Null an?

1.5) Skizzieren Sie massstäblich den Zeitverlauf von Strom $\underline{\hat{i}}_{L_2}$ und des Stroms $\underline{\hat{i}}_1$ der Signalquelle für $t < T_\mathrm{p}$. Welcher Spitzenwert $\underline{\hat{i}}_{1,\mathrm{max}}$ tritt auf?

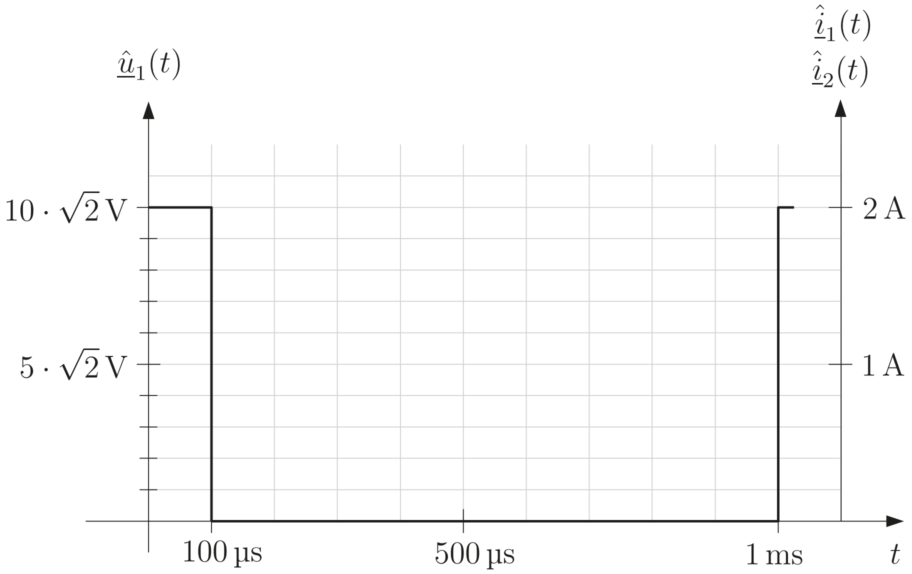

Abbildung 2: Verlauf der Signalspannung.

LAT. ZA. 4

1.1) $$\hat{u}_2 = \frac{(R_2 \parallel Z_{L2})}{(R_2 \parallel Z_{L2}) + R_1}\hat{u}_1 = \frac{\frac{R_2 \cdot Z_{L2}}{R_2 + Z_{L2}}}{\frac{R_2 \cdot Z_{L2}}{R_2 + Z_{L2}} + R_1}\hat{u}_1$$

$$= \frac{R_2 j\omega L_2}{R_2 j\omega L_2 + R_1 R_2 + j\omega L_2 R_1}\hat{u}_1$$

$$= \frac{R_2 j\omega L_2}{(R_2 + R_1) j\omega L_2 + R_1 R_2}\hat{u}_1$$

$$\Longleftrightarrow \quad G(j\omega) = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{\frac{R_2 j\omega L_2}{(R_2 + R_1) j\omega L_2 + R_1 R_2}\cancel{\hat{u}_1}}{\cancel{\hat{u}_1}}$$

$$= \frac{R_2 j\omega L_2}{(R_2 + R_1) j\omega L_2 + R_1 R_2}$$

UND $\lim_{\omega \to 0} G(j\omega) = 0$

UND $\lim_{\omega \to \infty} G(j\omega) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

EHER HOCHPASS CHARAKTERISTIK

WANN WÄRE ES EIN PERFEKTER HP?

1.2) MIT DER SUBSTITUTION $s := j\omega$ ERHALTEN WIR: $G(s) = \frac{R_2 s L_2}{(R_2 + R_1) s L_2 + R_1 R_2}$

DAS SIGNAL $u(t)$ IST ANALYTISCH:

$$u_1(t) \quad \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \hat{u}_1 & 0 \leq t < T_i \\ 0 & T_i \leq t < T_p \end{cases}$$

$0 \leq t \leq T_i$

$$U_1(s) = \int_0^{\infty} u_1(t) e^{-st} dt = \int_0^{T_i} \hat{u}_1 e^{-st} dt = \hat{u}_1 \left[\frac{-1}{s} e^{-st}\right]_0^{T_i} = \frac{\hat{u}_1}{s}\left(1 - e^{-sT_i}\right)$$

ODER DIREKT MIT TABELLE

WIR WISSEN: $G(s) = \frac{R_2 s L_2}{(R_2 + R_1) s L_2 + R_1 R_2} = \frac{U_2(s)}{U_1(s)}$

$$\Longleftrightarrow \quad U_2(s) = G(s) \cdot U_1(s) = \frac{R_2 s L_2}{(R_2 + R_1) s L_2 + R_1 R_2} \cdot \frac{\hat{u}_1}{s}\left(1 - e^{-sT_i}\right)$$

$$U_2(s) = G(s)\cdot U_1(s) = \frac{R_2\, sL_2}{(R_2+R_1)\,sL_2 + R_1R_2}\cdot\frac{\hat u_1}{s}\left(1-e^{-sT_i}\right)$$

$$= \frac{\cancel{s}L_2}{R_1\left(1+s\left(\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}\right)L_2\right)}\cdot\frac{\hat u_1}{\cancel{s}}\left(1-e^{-sT_i}\right)$$

$$= \frac{L_2\,\hat u_1}{R_1\left(1+s\left(\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}\right)L_2\right)} - \frac{L_2\,\hat u_1}{R_1\left(1+s\underbrace{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}\right)}_{:=\tau}L_2\right)}\,e^{-sT_i}$$

$$u_2(t) = \frac{L_2}{R_2}\hat u_1\left[\frac{1}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}L_2}\exp\left[\frac{-t}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}L_2}\right]\sigma(t)\right] - \frac{L_2}{R_2}\hat u_1\left[\frac{1}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}L_2}\exp\left[\frac{-(t-T_i)}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}L_2}\right]\sigma(t-T_i)\right]$$

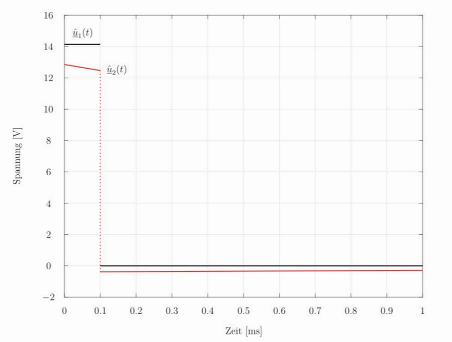

Abbildung 1: Zeitverlauf von $\hat{u}_2(t)$.

1.3) LZI im Laplace-Bereich:

$$I_2(s) = \frac{U_2(s)}{sL_2} = \frac{\cancel{s}L_2}{R_1\left(1+s\left(\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}\right)L_2\right)}\cdot\frac{\hat u_1}{s}\left(1-e^{-sT_i}\right)\cdot\frac{1}{sL_2}$$

$$= \frac{1}{R_1\left(1+s\left(\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}\right)L_2\right)}\cdot\frac{\hat u_1}{s}\left(1-e^{-sT_i}\right)$$

$$= \frac{\hat u_1}{R_1}\cdot\left(1-e^{-sT_i}\right)\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{1+s\left(\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}\right)L_2}$$

Partialbruch-Zerlegung:

$$\frac{\hat u_1}{R_1}\cdot\left(1-e^{-sT_i}\right)\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{1+s\left(\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}\right)L_2} = \frac{\hat u_1}{R_1}\cdot\left(1-e^{-sT_i}\right)\left[\frac{A}{s} + \frac{B}{1+s\left(\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}\right)L_2}\right]$$

$$\Longrightarrow A\cdot\left[1+s\left(\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}\right)L_2\right] + B\cdot s = 1$$

"ohne s" : I : $A = 1$

"s" : II : $A \cdot s\left(\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)L_2\right) + Bs = 0$

in II : $\Longleftrightarrow$ $B = -\left(\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)L_2\right)$

Einsetzen:

$$I_2(s) = \frac{\hat{i}_1}{R_1} \cdot \left(1 - e^{-sT_i}\right)\left[\frac{A}{s} + \frac{B}{1 + s\left(\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)L_2\right)}\right]$$

$$= \frac{\hat{i}_1}{R_1} \cdot \left(1 - e^{-sT_i}\right)\left[\frac{1}{s} - \frac{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)L_2}{1 + s\left(\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)L_2\right)}\right]$$

$$i_2(t) = \left[\frac{\hat{i}_1}{R_1} - \frac{\hat{i}_1}{R_1} \exp\left[\frac{-t}{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)L_2}\right]\right]\sigma(t) - \left[\frac{\hat{i}_1}{R_1} - \frac{\hat{i}_1}{R_1} \exp\left[\frac{-(t-T_i)}{\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)L_2}\right]\right]\sigma(t-T_i)$$

1.5) $$i_1(t) = \frac{L_2(t)}{R_2} = \frac{1}{R_2}\frac{L_2}{R_2}\hat{i}_1\left[\frac{1}{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}L_2} \exp\left[\frac{-t}{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}L_2}\right]\sigma(t)\right] - \frac{L_2}{R_2}\hat{i}_1\left[\frac{1}{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}L_2} \exp\left[\frac{-(t-T_i)}{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}L_2}\right]\sigma(t-T_i)\right]$$