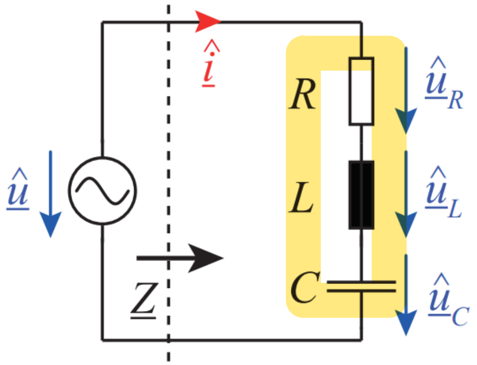
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

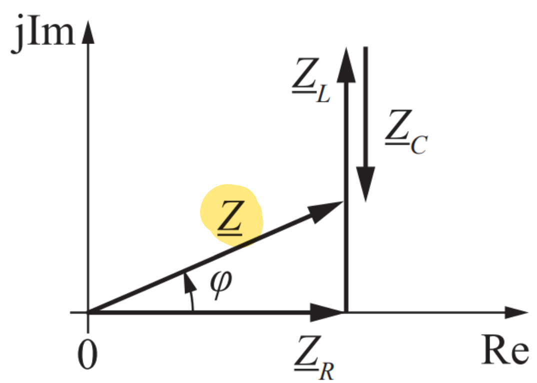
Komplexe Wechselstromrechnung

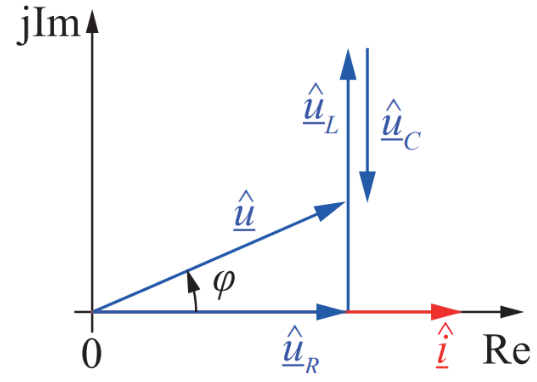
Übung 3
Filter & Resonanzkreis

THEORIE FÜR DIE ÜBUNG

Serienschwingkreis - Resonanzfrequenz

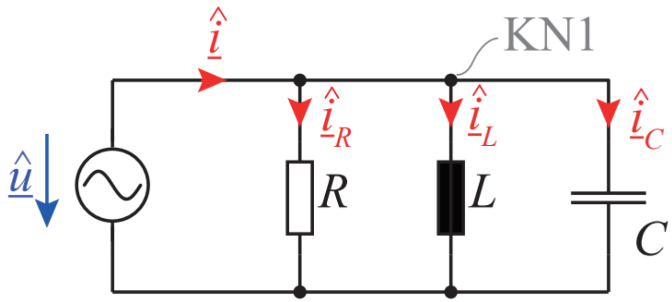


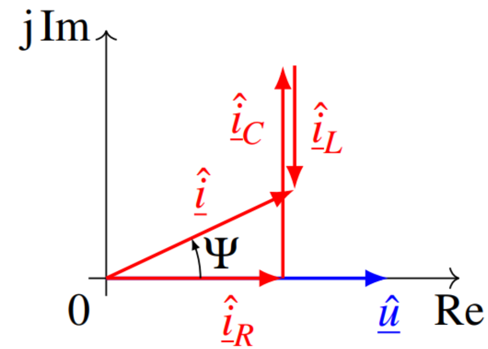


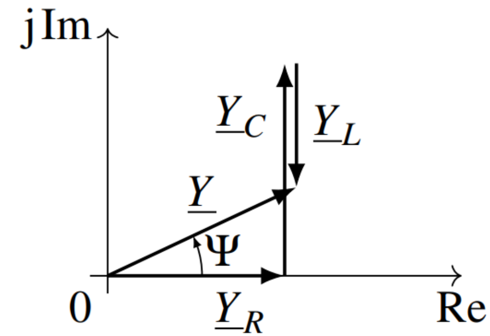


- **Impedanz:** $\underline{Z} = \underline{Z}_R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$
- **Das Minimum der Impedanz tritt auf wenn:** $0 = \underline{Z}_L + \underline{Z}_C = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$
- **Resonanzfrequenz:** $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- **Achtung: Bei der Resonanzfrequenz sind $\hat{\underline{u}}_L$ und $\hat{\underline{u}}_C$ nicht 0 und können sogar grösser sein als $\hat{\underline{u}}$ -> Spannungsüberhöhung.**
- **Güte:** $\boxed{Q_S = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$ **bei** $\boxed{Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}}$ **keine Spannungsüberhöhung**

Parallelschwinkreis - Resonanzfrequenz



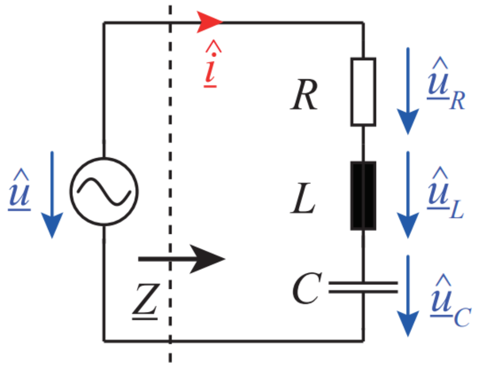


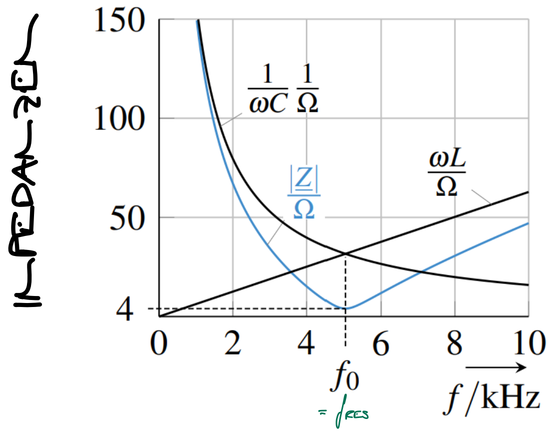


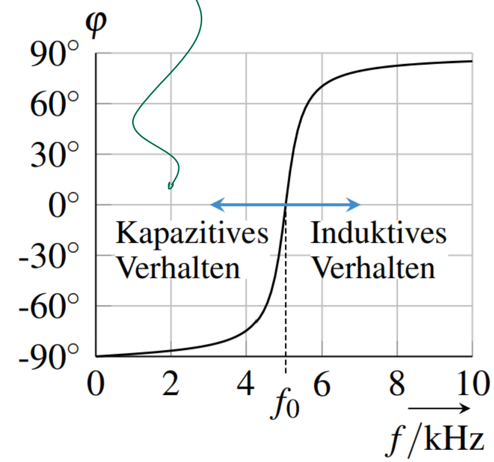
- **Admittanz:** $\frac{1}{\underline{Z}} = \underline{Y} = \underline{Y}_R + \underline{Y}_L + \underline{Y}_C = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$
- **Das Minimum der Admittanz tritt auf wenn:** $0 = \underline{Y}_L + \underline{Y}_C = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$
- **Resonanzfrequenz:** $\boxed{\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ $= 2\pi f_{res}$ $(\omega_{res} \mathrel{\hat{=}} \omega_0)$
- **Achtung: Bei der Resonanzfrequenz sind $\hat{\underline{i}}_L$ und $\hat{\underline{i}}_C$ nicht 0 und können sogar grösser sein als $\hat{\underline{i}}$ -> Stromüberhöhung.**
- **Güte:** $\boxed{Q_P = R\sqrt{\frac{C}{L}}}$ **bei** $\boxed{Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}}$ **keine Stromüberhöhung**

Serienschwingkreis

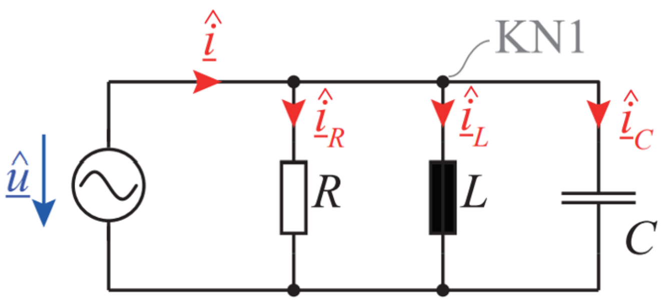
- **Serienschwingkreis**

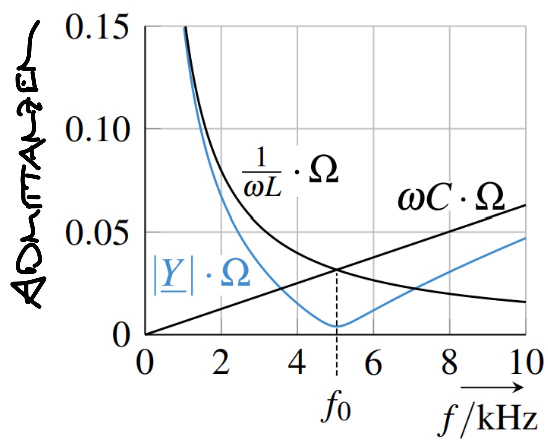


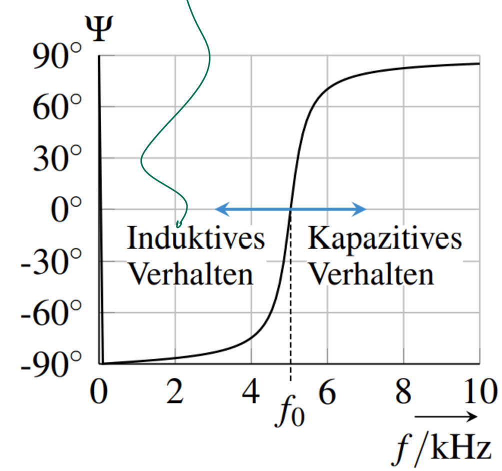




- **Parallelschwingkreis**







Filter - Grundlagen

- Übertragungsverhalten ist abhängig von der Frequenz f und wird i.d.R als das Verhältnis der Ausgangsspannung zur Eingangsspannung dargestellt.

- Passive Filter bestehen aus Widerstand, Spule und/oder Kondensatoren

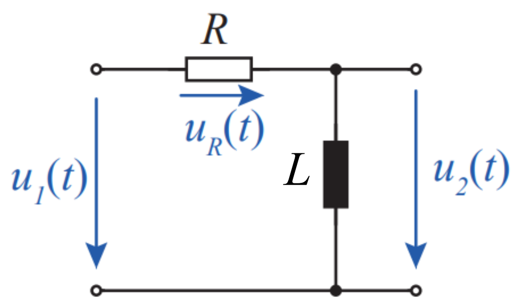
- Frequenzverhalten:

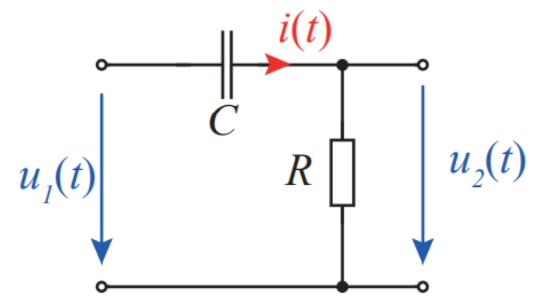
Impedanzen	Z_R	Z_C ($\frac{1}{j\omega C}$)	Z_L ($j\omega L$)
GLEICH-SPANNUNG $\omega \to 0$	R	∞ LL	0 KS (KURZSCHLUSS)
$\omega \to \infty$	R	0 KS	∞ LL (LEERLAUF :))

$$\underline{Z}_R = R \qquad \underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} \qquad \underline{Z}_L = j\omega L$$

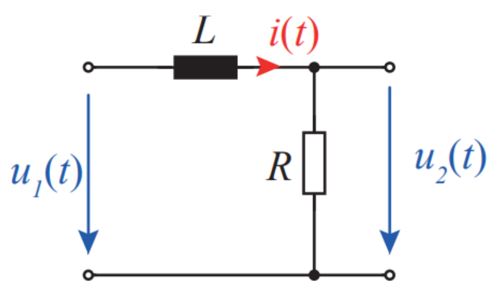
Filter - Typen

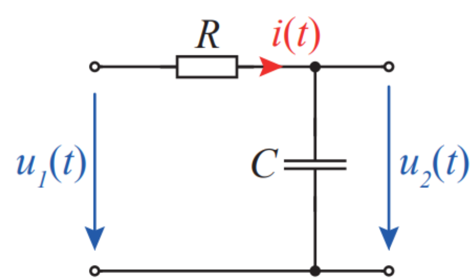
- **Hochpass: Hohe Frequenzen werden übertragen, tiefe Frequenzen werden gesperrt. Bsp. Hochpass 1. Ordnung:**





- **Tiefpass: Tiefe Frequenzen werden übertragen, hohe Frequenzen werden gesperrt. Bsp. Tiefpass 1. Ordnung:**



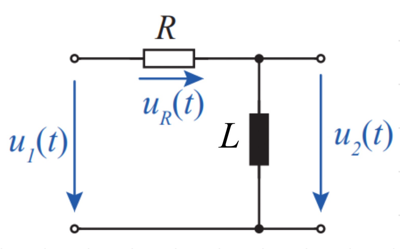


- **Bandpass: Frequenzen in einem gewissen Bereich werden übertragen, Frequenzen ausserhalb dieser Grenzen werden gesperrt.**

HP & TP KOMBINIEREN

HP

RL-HP

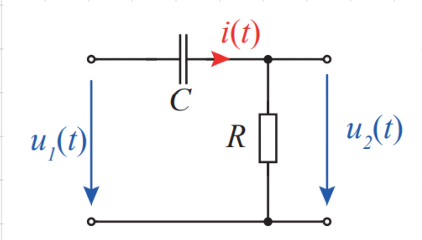


$$\frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \frac{j\omega L}{R+j\omega L}$$

$$\omega \longrightarrow \infty \; : \; \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = 1$$

$$\omega \longrightarrow 0 \; : \; \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = 0$$

CR-HP



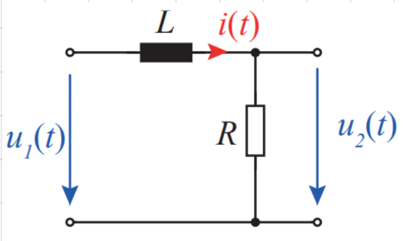
$$\frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \frac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega CR}{j\omega CR + 1}$$

$$\omega \longrightarrow \infty \; : \; \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = 1$$

$$\omega \longrightarrow 0 \; : \; \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = 0$$

TP

LR-TP

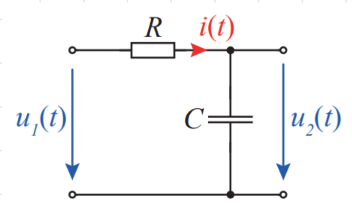


$$\frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \frac{R}{R+j\omega L}$$

$$\omega \longrightarrow \infty \; : \; \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = 0$$

$$\omega \longrightarrow 0 \; : \; \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = 1$$

RC-TP



$$\frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{j\omega CR + 1}$$

$$\omega \longrightarrow \infty \; : \; \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = 0$$

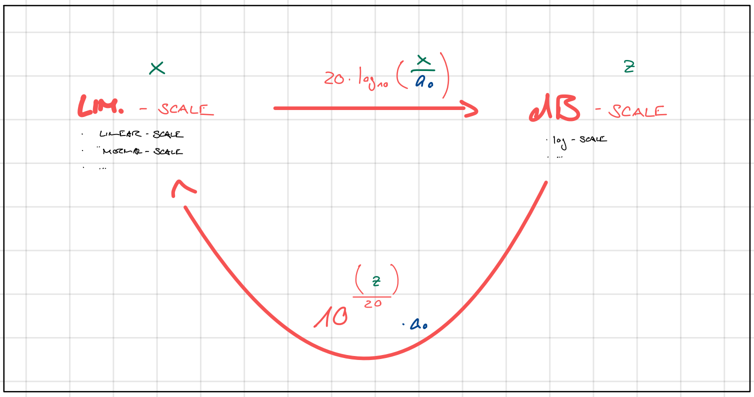
$$\omega \longrightarrow 0 \; : \; \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = 1$$

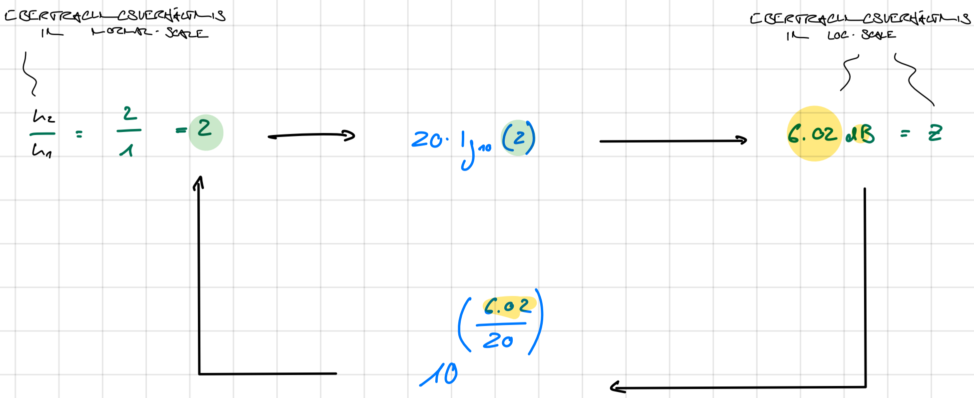
GRUNDLEGENDES : dB - SCALE

→ GRÖSSEN KÖNNEN ÜBER MEHRERE GRÖSSENORDNUNGEN VARIIEREN ...

→ DESHALB ERFASST MAN SIE (U.A. FÜR ÜBERTRAGUNGSFUNKTIONEN*) IM DEZIBEL [dB] IM BEZUG AUF EINE FIX BESTIMMTE BEZUGSGRÖSSE a_0

UMRECHNEN - GANZ EINFACH





ZUR TR TIPPS... FUNKTIONEN

→ VERTRAUT MACHEN MIT BODEPLOTS

Filter - Formeln

- **Verstärkung:** $v_u = \frac{|\hat{\underline{u}}_a|}{|\hat{\underline{u}}_e|}$ " $= \frac{|\hat{\underline{U}}_2|}{|\hat{\underline{U}}_1|}$ "

AUSGANG

EINGANG

- **Verstärkung in Dezibel:** $v_{u,dB} = 20 \cdot log_{10} \frac{|\hat{\underline{u}}_a|}{|\hat{\underline{u}}_e|}$

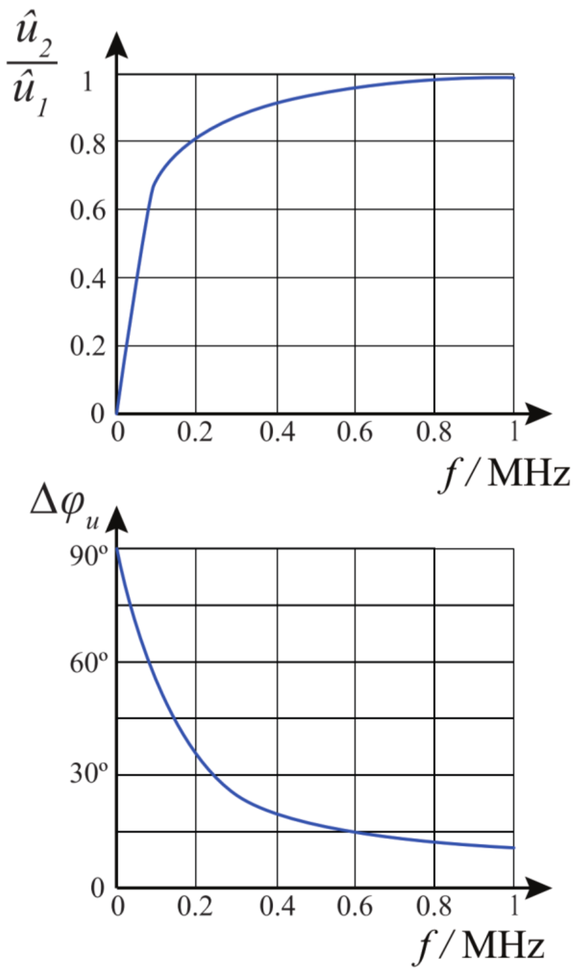
- **Phasenverschiebung:** $\varphi = \varphi_{u_a} - \varphi_{u_e}$

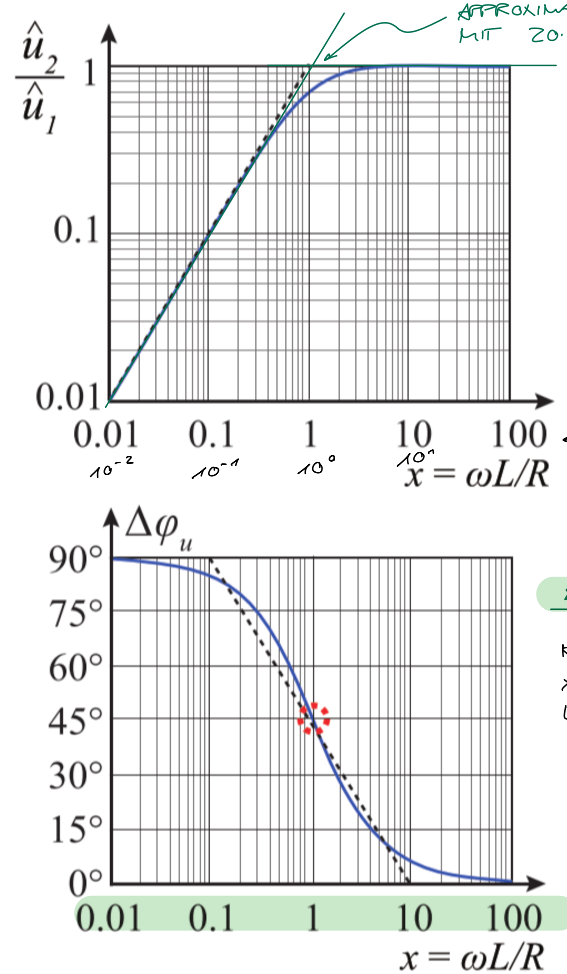
- **Der Amplitudengang und der Phasengang werden häufig in doppel-logarithmischer Darstellung präsentiert → Bodeplot**

SCARY AT FIRST AND SECOND SIGHT... :O
BUT TRY TO GET ALONG WITH IT :)

Filter – Darstellung im Bodeplot

Bodeplot: Amplituden- und Phasengang logarithmisch dargestellt





APPROXIMATION MIT $20 \cdot \log_{10}(\ldots)$

$\leftarrow 10^{2}$ ...

ACHTUNG:

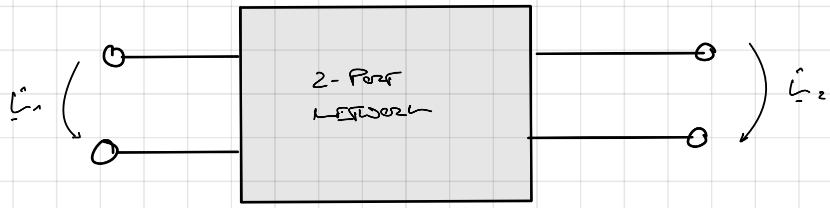
HIER NUR X-ACHSE LOGARITHMISCH :)

KURZES dB - BEISPIEL :

WIR MESSEN @ 50 Hz :

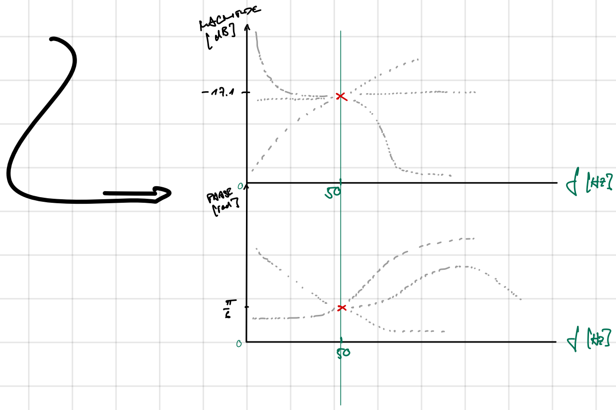
$\hat{\underline{U}}_1 = 50\ V$

$\hat{\underline{U}}_2 = 7 e^{j30^\circ}\ V$



$$V_{u,dB} = 20 \cdot \lg_{10}\left[\frac{|\hat{\underline{U}}_2|}{|\hat{\underline{U}}_1|}\right] = \underline{\underline{-17.1\ dB}}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \arctan\left[\frac{Im(\hat{\underline{U}}_2)}{Re(\hat{\underline{U}}_2)}\right] - \arctan\left[\frac{Im(\hat{\underline{U}}_1)}{Re(\hat{\underline{U}}_1)}\right] = 30^\circ = \underline{\underline{\frac{1}{6}\pi}}$$



M = ? WE DON'T KNOW! (yet)

Filter – Begriffe

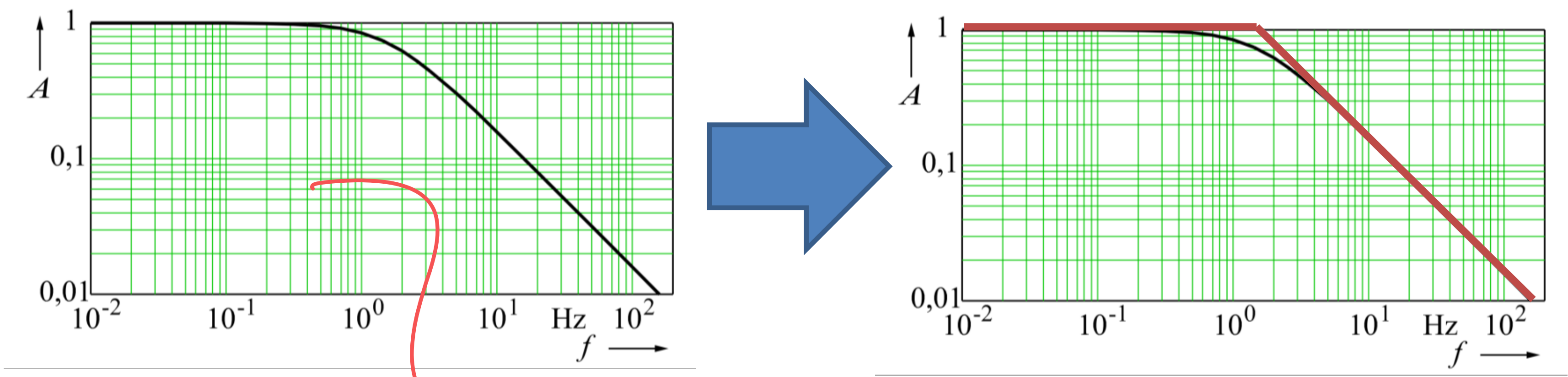
- **Knick-/Grenzfrequenz**
  - **Für Filter 1. Ordnung bei $v_{u,dB} = -3dB$**
  - **$-3dB$ entspricht $\approx 70.7\%$ der Eingangsamplitude**

WAS IST -3dB IN DER LIN.-SCALE? (APPROXIMATIV / GENAU)?

- **Ordnung**
  - **Beschreibung der Dämpfung für Frequenzen unterhalb / oberhalb der Grenzfrequenz**

· # POLE (NÄCHSTE WOCHE)

-> Annäherung mit zwei Geraden im Bodeplot:



TIEFPASS
(WARUM?)

BEISPIELAUFGABE

Beispielaufgabe - Brückenschaltung

Das in Abb.1 dargestellte Netzwerk wird an eine harmonische Spannungsquelle $\underline{\hat{u}_0} = \hat{u}_o e^{j0}$ mit der Kreisfrequenz ω angeschlossen.

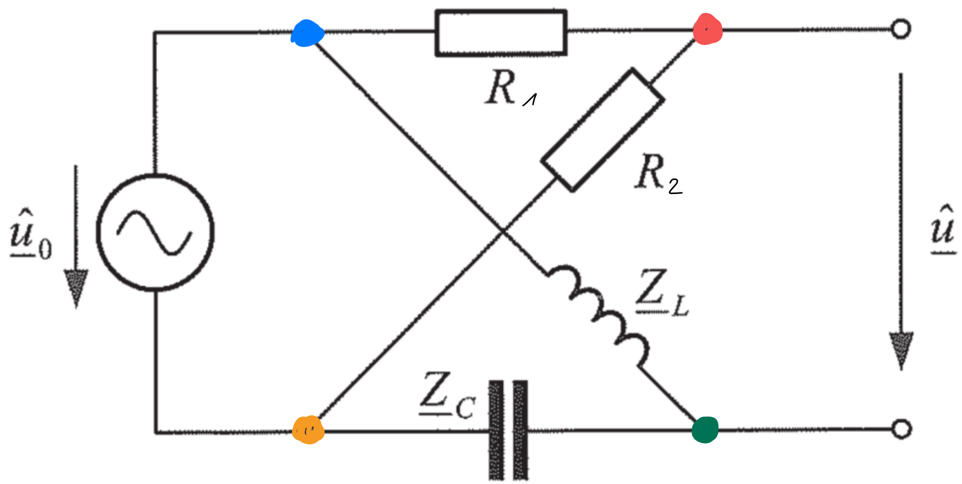


Abbildung 1: Brückenschaltung

1. Berechnen Sie die Spannung $\underline{\hat{u}}$ in Abhängigkeit von der Quellenspannung $\underline{\hat{u}}_0$ und den Netzwerkelementen R, L und C.

2. Welche Werte nimmt die Spannung $\underline{\hat{u}}$ bei $\omega = 0$ und bei $\omega \to \infty$ an?