ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Netzwerke und Schaltungen II

Übung 4
Übertragunsfunktion, Schwingkreis und Bodeplot

:)

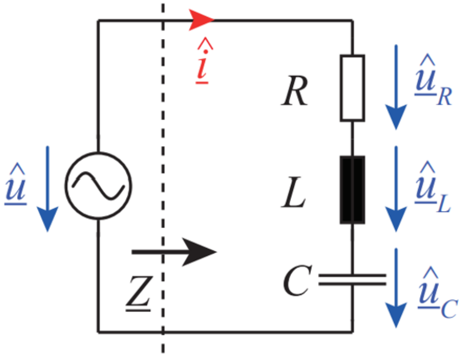
THEORIE FÜR DIE ÜBUNG

Wiederholung Schwingkreise I

WAS IST DIE GESAMTIMPEDANZ BEI DER RESONANZFREQUENZ ω_0?

$\underline{Z} =$

Serienschwingkreis

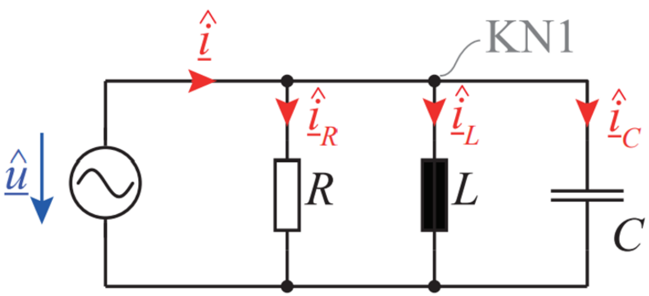


Impedanz: $$\underline{\boldsymbol{Z}} = \underline{\boldsymbol{Z}}_R + \underline{\boldsymbol{Z}}_L + \underline{\boldsymbol{Z}}_C = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{j\omega L} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{j\omega C}}$$

Resonanzfrequenz: $$\boldsymbol{\omega_0} = \frac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{\boldsymbol{LC}}}$$

Güte: $$\boldsymbol{Q_s} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Parallelschwingkreis



Admittanz: $$\underline{\boldsymbol{Y}} = \underline{\boldsymbol{Y}}_R + \underline{\boldsymbol{Y}}_L + \underline{\boldsymbol{Y}}_C = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{j\omega L}} + \boldsymbol{j\omega C}$$

Resonanzfrequenz: $$\boldsymbol{\omega_0} = \frac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{\boldsymbol{LC}}}$$

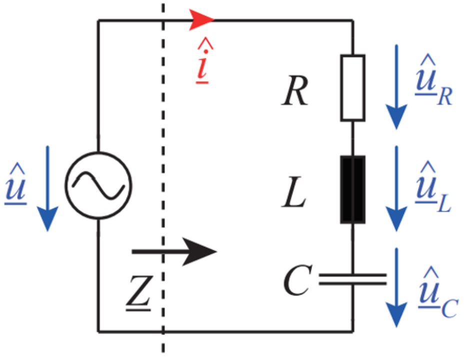
Güte: $$\boldsymbol{Q_P} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

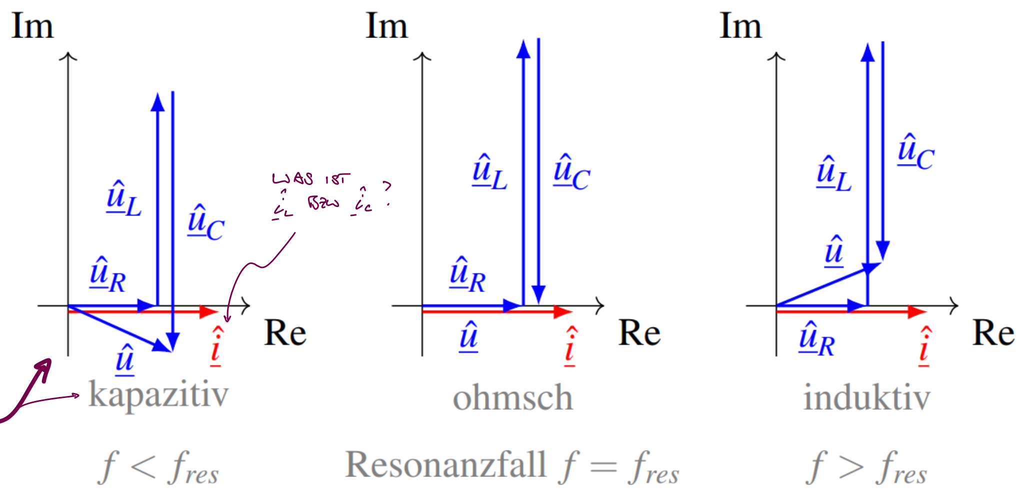
Keine Strom-/Spannungsüberhöhung bei $Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

$d = \frac{1}{Q}$ nennt man Dämpfung

Wiederholung Schwingkreise II

Serienschwingkreis

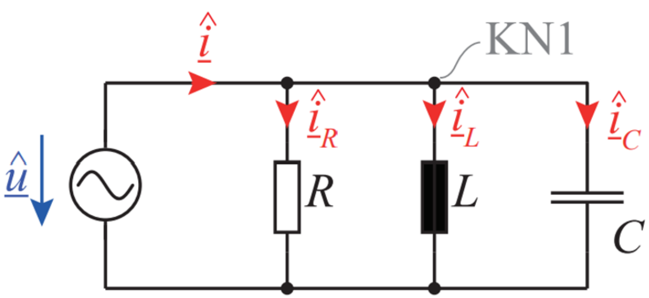


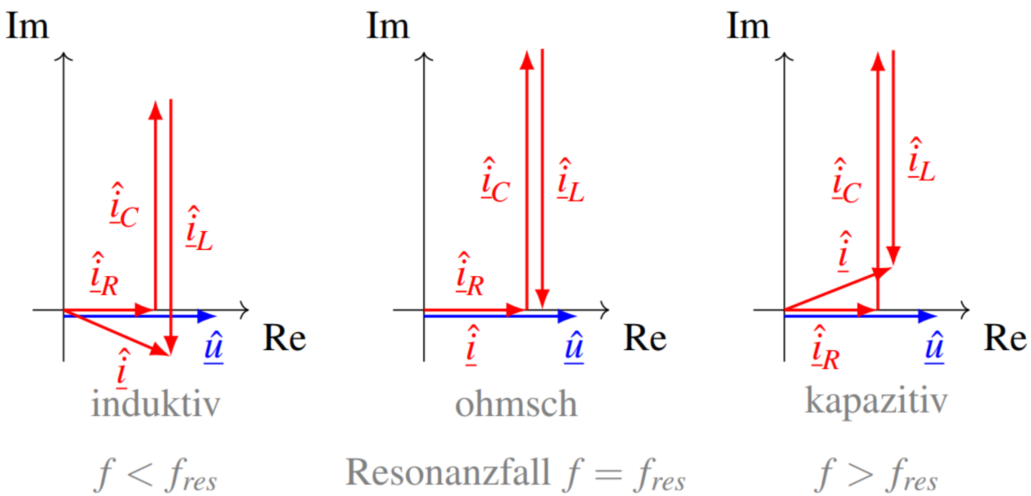


WAS IST $\hat{\underline{i}}_L$ BZW $\hat{\underline{i}}_C$?

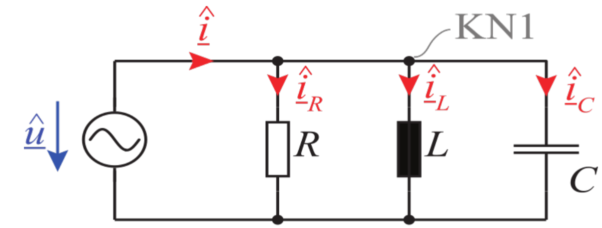
WARUM KAPAZITIV ?

Parallelschwingkreis

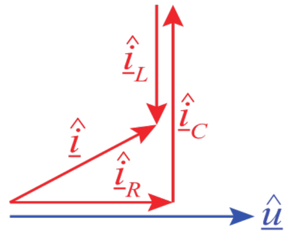




- **Resonanz tritt auf, wenn der Blindwiderstand der Gesamtimpedanz verschwindet. Dies geschieht bei der spezifischen Resonanzfrequenz f_0**

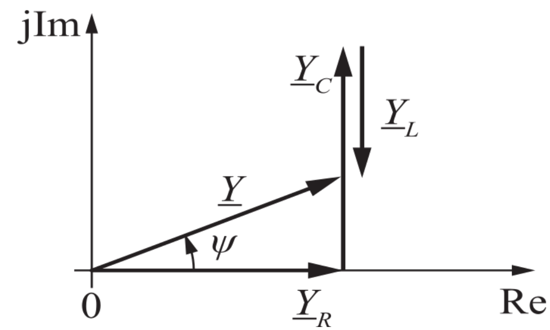


- **Bsp: RLC-Parallelschwingkreis**

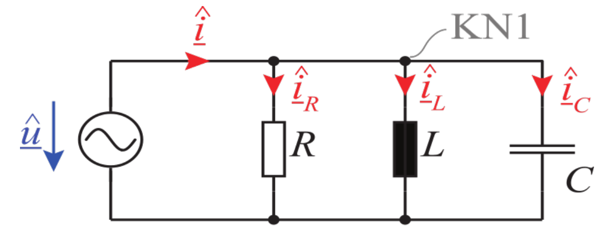


- $\underline{Y} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$

- **Um ω_0 zu bestimmen, wird der Imaginärteil der Gesamtimpedanz mit Null gleichgesetzt:**

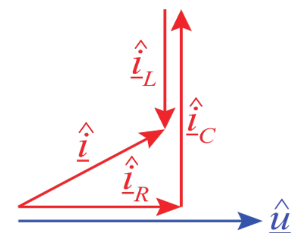


- $0 = \omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} \iff \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$



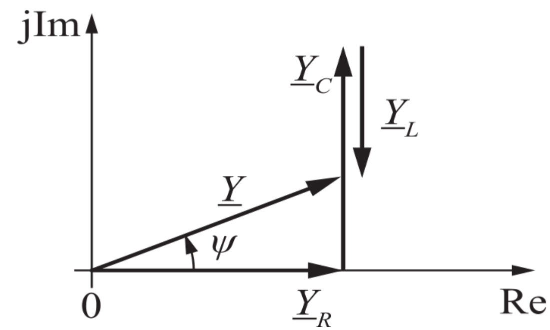
- **Beim Resonanzfall tritt am Kondensator und der Induktivität betragsmässig derselbe Strom auf, und zwar:**

- $|\hat{\imath}_C| = |\hat{\imath}_L| = \hat{\imath} \cdot R\sqrt{\frac{C}{L}} = \hat{\imath} \cdot \ Q_p$



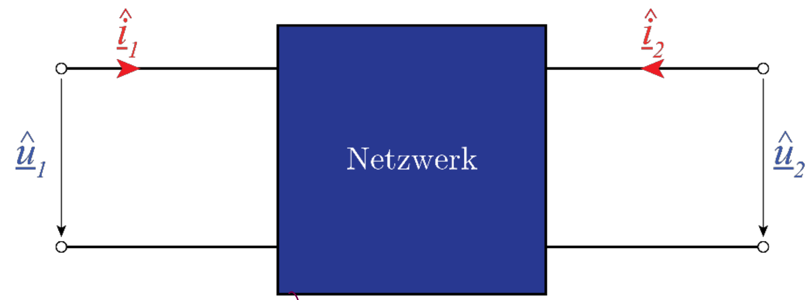
- $Q_p = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ **heisst Güte des Schwingkreises**
  - **Stromüberhöhung tritt nur auf wenn $Q_p > \frac{1}{\sqrt{2}}$**
  - **Im Bereich $Q_p \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ nimmt der Strom max. den Wert des Eingangstromes auf**

- $d_s = \frac{1}{Q_s} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ **heisst Dämpfung**



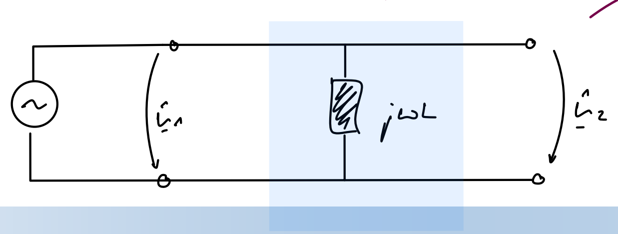
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich
Laboratory for High Power Electronic Systems

- $G = \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \underline{Amplitudengang} \cdot \underline{e^{j \cdot Phasengang}}$
- Die Übertragunsfunktion ist eine **komplexe Funktion!**



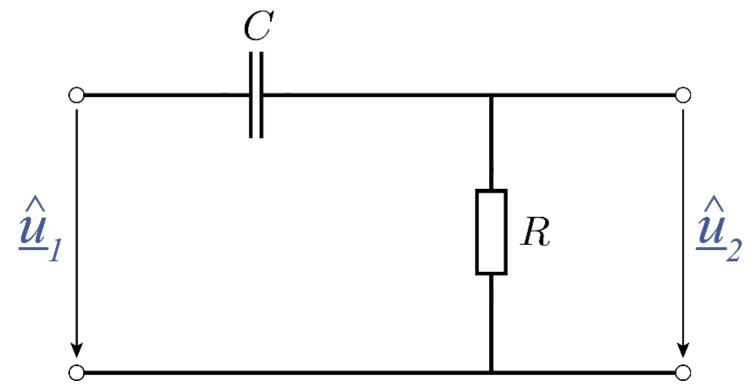
zB:

BEISPIEL



$G(j\omega) = \frac{\hat{\underline{u}}_2}{\hat{\underline{u}}_1} =$ ______

NETZWERK
(SEHR SIMPEL)



OFT REICHT DIESE FORM :)

- $G = \dfrac{\hat{\underline{u}}_2}{\hat{\underline{u}}_1} = \dfrac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} = \boxed{\dfrac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}} = \dfrac{\omega RC \cdot e^{j \cdot 90°}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2} \cdot e^{j \cdot \tan^{-1}\left(\frac{\omega RC}{1}\right)}}$
- $= \dfrac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \cdot e^{j \cdot (90° - \tan^{-1}(\omega RC))}$
- $= Amplitudengang \cdot e^{j \cdot Phasengang}$

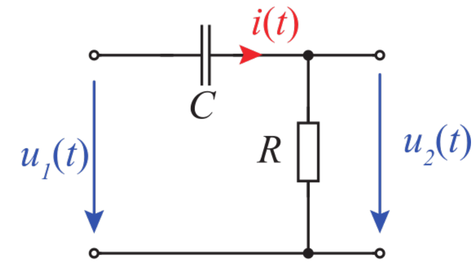
$G(j\omega) = \underline{\qquad\qquad}$

ZB: $\dfrac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

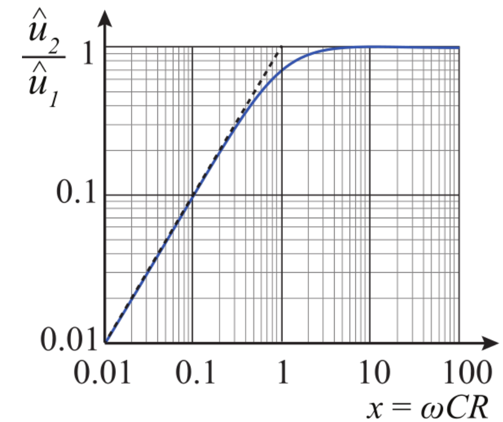
IRGEND EINE FUNKTION

Bodeplots

- **Wir benutzen sog. Bodeplots, um das Verhalten von Übertragungsfunktionen bei verschiedenen Frequenzen zu untersuchen**

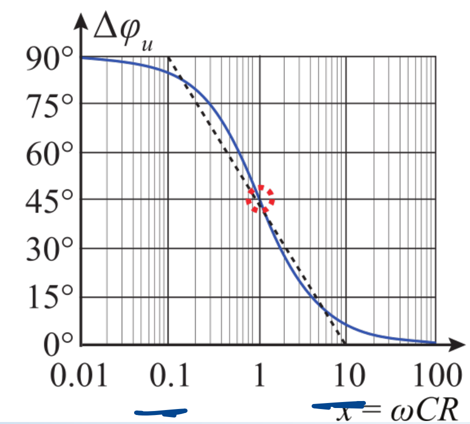


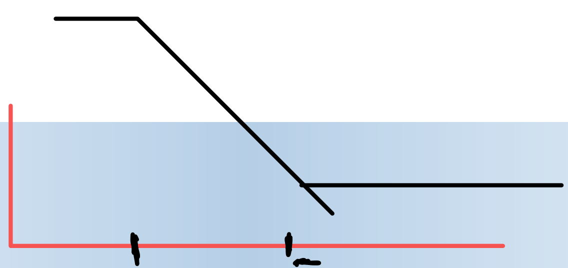
- **Zwei Plots: Amplitude + Phasenverschiebung**



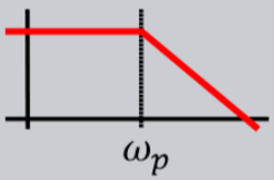
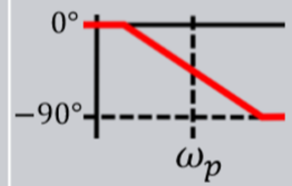
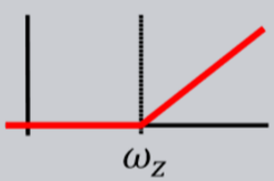
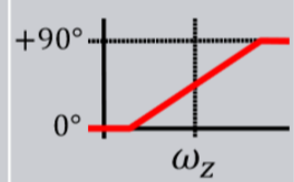
- **Uns interessiert das Verhalten über mehrere Grössenordnungen**

- **=> log-Skala (dB)** SIEHE LETZTE WOCHE ...
- $(\frac{u_2}{u_1})_{dB} = 20 \cdot \log_{10} \frac{u_2}{u_1}$
- **Erinnert euch an folgende Eigenschaft der log-Fkt.:**
  – $log_{10}(A * B * C) = log_{10}(A) + log_{10}(B) + log_{10}(C)$





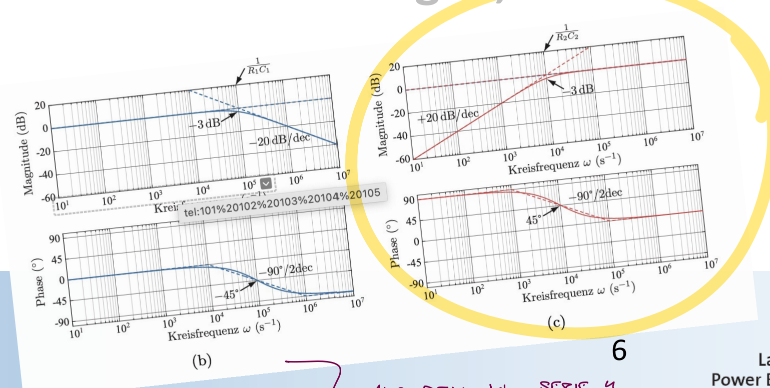
NOT ON WEBSITE...

	Formula	Amplitude		Phase	
Left Half-Plane Pole	$\dfrac{1}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_p}}$	-20dB per decade from pole		$-90°$ over two decades	
Left Half-Plane Zero	$1+\dfrac{j\omega}{\omega_z}$	$+20$dB per decade from zero		$+90°$ over two decades	

(Right half-plane poles/zeros treten in den Filterschaltungen, die in NUSII betrachtet warden, nicht auf)

WELL... :/

APPARENTLY DOCH

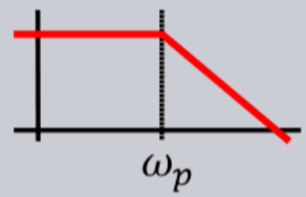
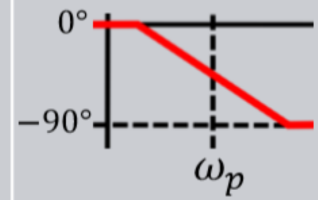
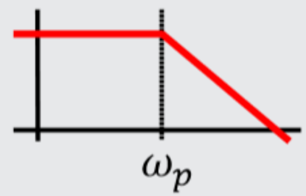
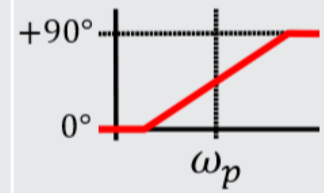
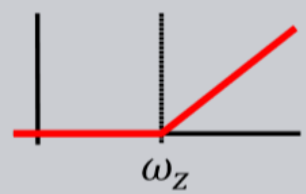
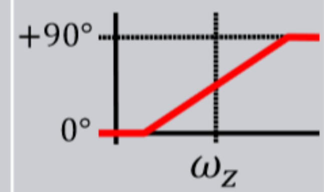
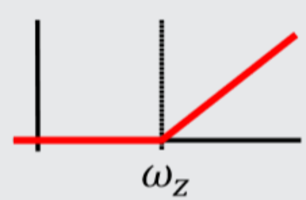
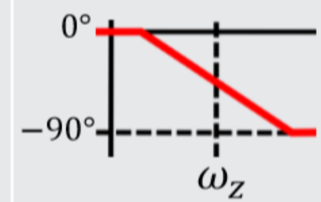


ALS DEM HL SERIE 4...

Bodeplots: Grundbausteine I

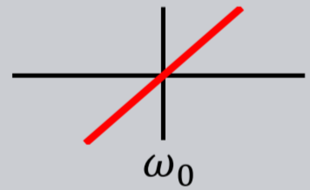
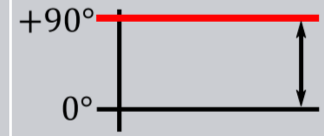
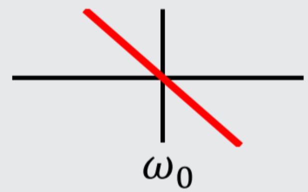
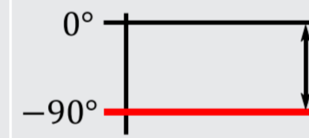
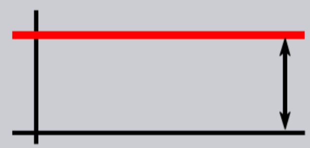
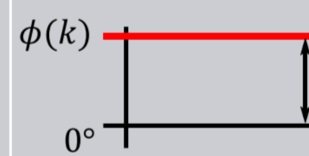
Bsp: $C(j\omega) = \frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_p}}$ $\Longleftrightarrow$ Wäre $j\omega = -\omega_p$ hätten wir ein Problem... $\Longrightarrow$ Der Pol ist negativ/left HP

Wichtig ! :)

	Formula	Amplitude		Phase	
Left Half-Plane Pole	$\frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_p}}$	-20dB per decade from pole		$-90°$ over two decades	
Right Half-Plane Pole	$\frac{1}{1-\frac{j\omega}{\omega_p}}$	-20dB per decade from pole		$+90°$ over two decades	
Left Half-Plane Zero	$1+\frac{j\omega}{\omega_z}$	$+20$dB per decade from zero		$+90°$ over two decades	
Right Half-Plane Zero	$1-\frac{j\omega}{\omega_z}$	$+20$dB per decade from zero		$-90°$ over two decades	

Bodeplots: Grundbausteine II

WICHTIG ! :)

	Formula	Amplitude		Phase	
Zero at $\omega = 0$	$\frac{j\omega}{\omega_0}$	$+20$dB per dec., 0dB at $\omega = \omega_0$		$+90°$	
Pole at $\omega = 0$	$\frac{\omega_0}{j\omega}$	-20dB per dec., 0dB at $\omega = \omega_0$		$-90°$	
Constant	k	$20\log_{10}\lvert k\rvert$		$\varphi(k)$	

Bodeplots: Anleitung

- **Generelles Vorgehen:**
  - Übertragungsfunktion in Nullstellenform bringen/Nach Grundbausteinen aufsplitten
  - Grenzfrequenzen berechnen
  - Beiträge der einzelnen Grundbausteinen bestimmen
  - Startpunkt berechnen
  - Funktion aufzeichnen

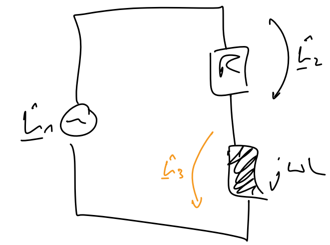
  - Wir machen gemeinsam ein Beispiel, da die Zsmf. diesbezüglich etwas unübersichtlich ist

Bodeplots: Beispiel 1

$R = 100\,\Omega$

$L = 2\,H$

$$\frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} = \boxed{G_{21}(j\omega) = \frac{R}{R + j\omega L}}$$



1) $G(j\omega) = \dfrac{R}{R + j\omega L} = \dfrac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}}$

2) LHP POLE @ $j\omega = -\dfrac{R}{L}$

└→ "FREQUENZEN SIND IMMER POSITIV": "$j\omega = \dfrac{R}{L}$" $\Longrightarrow \omega_p = \dfrac{R}{L} = 50\ \text{rad/s}$

3) STARTPUNKT: dB @ $\omega_p = 50\,\text{rad/s}$: $\underline{20 \cdot \log_{10}\left[\left|\dfrac{1}{1 + j\omega_p \frac{L}{R}}\right|\right]} = -3.01\,\text{dB}$

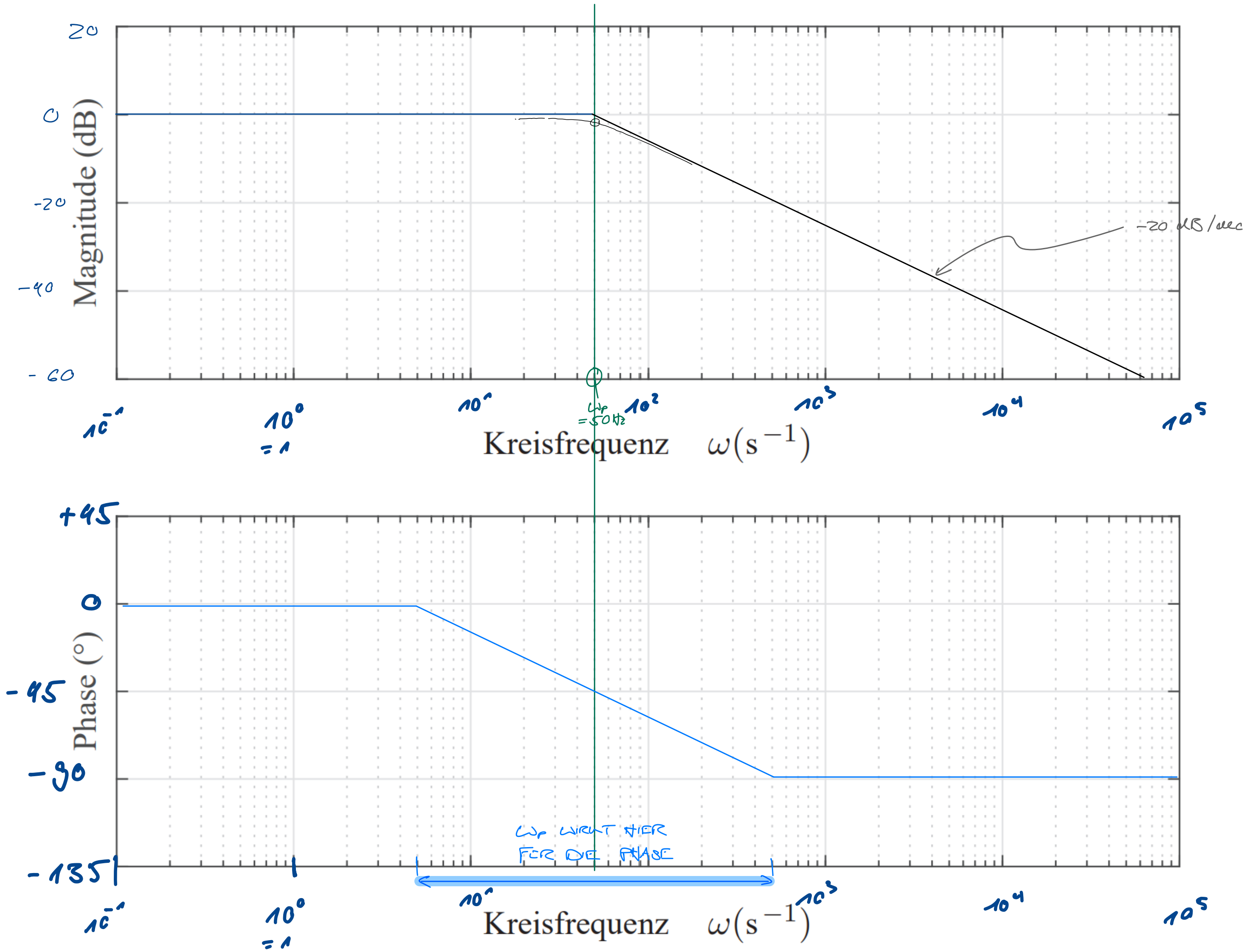
ω_p IST ALSO GERADE DIE KNICKFREQUENZ?

3.1) PHASENSTARTWERT BESTIMMEN / BERECHNEN

4) DIAGRAMM ZEICHNEN

Bodeplots: Beispiel 1

ACHSEN BESCHRIFTEN!



Bodeplots: Beispiel 1

SCHON IM GRUNDBAUSTEINE (FAKTORISIERT)

$$\frac{\widehat{\underline{u}_2}}{\widehat{\underline{u}_1}} = \frac{(100 - j\omega)}{(1 + j\omega)\cdot(5000 - j\omega)}$$

DA EIN NEGATIVER WERT GEBRAUCHT WERDE FÜR "DIE KATASTROPHE"

DA IM NENNER ⟹ POLE

IMMER POSITIV !!

			AMPLITUDE	PHASE
I:	LHP POLE : (LEFT HALFPLANE POLE)	$\omega_1 = 1$	-20 dB / dec	$-90°$ OVER 2 dec
II	RHP ZERO (RIGHT HALF PLANE ZERO)	$\omega_2 = 100$	$+20$ dB / dec	$-90°$ OVER 2 dec
IV	RHP - POLE (RIGHT HALFPLANE POLE)	$\omega_3 = 5000$	-20 dB / dec	$+90°$ OVER 2 dec

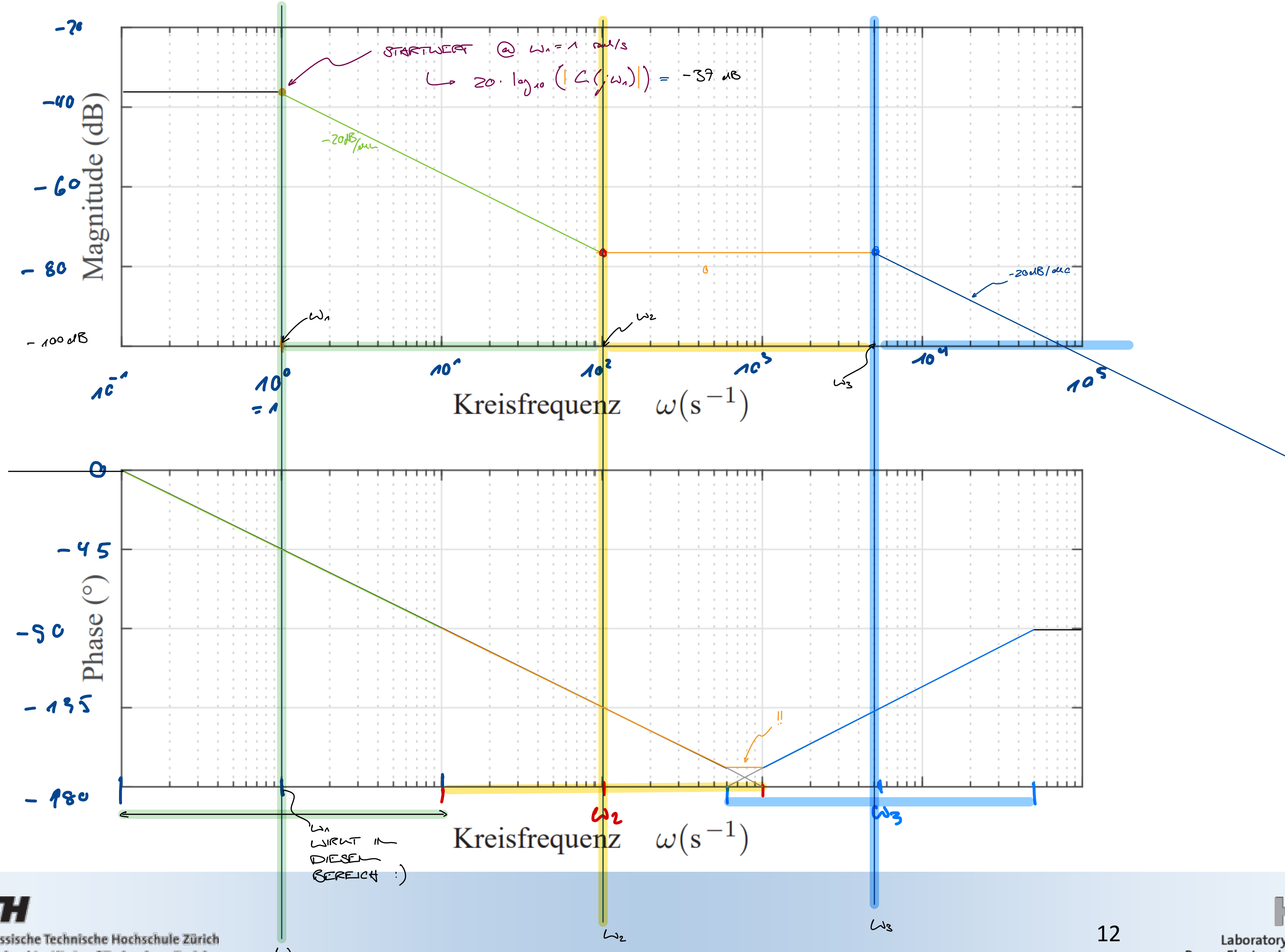
AUFSTEIGEND SORTIEREN VEREINFACHT VIELES :)

$\omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3$

ABLESEN ALS "ZUSAMMENFASSUNG"

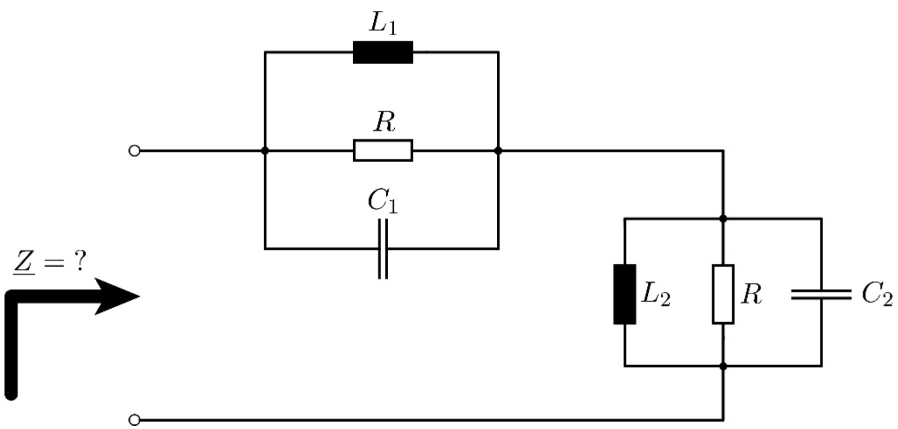
Bodeplots: Beispiel 1

ACHSEN BESCHRIFTEN!



BEISPIELAUFGABE

- **Gegeben R = 1kΩ, L_1= 1mH, L_2= 0.1 mH, C_1= 100nF, C_2= 10nF**



1) **Bestimmen Sie die Resonanzfrequenzen und Güten der beiden Schwingkreise**
2) **Bestimmen Sie den Betrag der Eingangsimpedanz in Abhängigkeit der Frequenz**
3) **Stellen Sie den Betrag der Eingangsimpedanz als Funktion der Frequenz im Bereich 1kHz < f < 1MHz dar**

VERSUCHT DIE LÖSUNG ZU VERSTEHEN :)