

## Recap

Letzte Woche habt ihr den **PID**-Regler kennengelernt, welcher aus folgenden Elementen besteht:

$$u(t) = k_p \underbrace{(e(t))}_P + \underbrace{\frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt}_I + T_d \cdot \underbrace{\frac{d}{dt} e(t)}_D$$

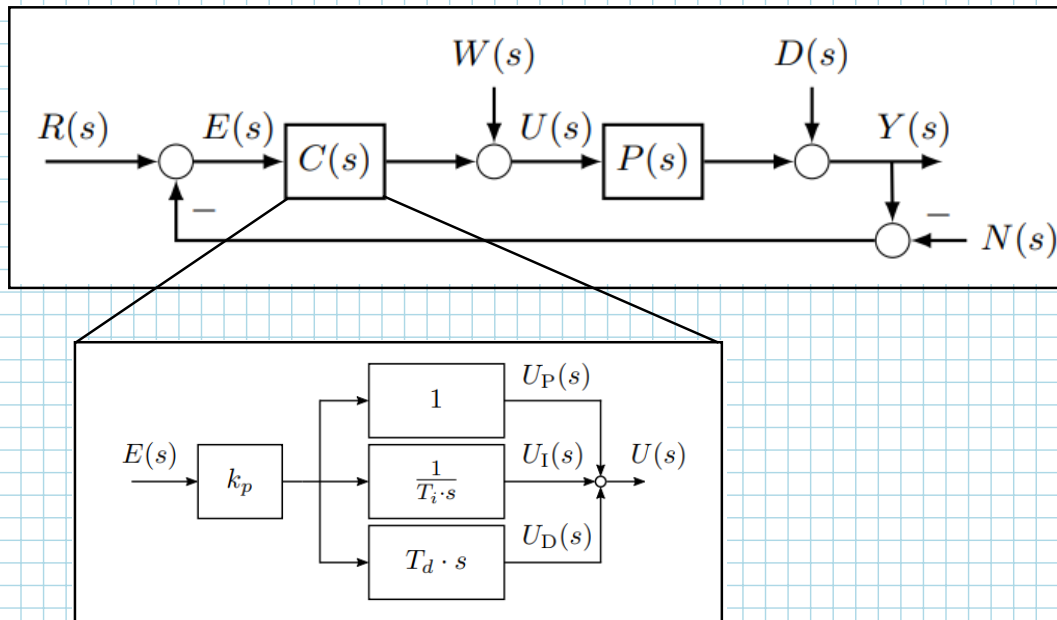


im Frequenzbereich

$$U(s) = k_p \underbrace{(1)}_P + \underbrace{\frac{1}{T_I} s}_I + \underbrace{s T_d}_D \cdot \underbrace{\frac{1}{(\tau \cdot s + 1)^2}}_{\text{roll-off} \rightarrow \text{Kausalität}}$$



im Regelkreis



## Elemente & ihre Eigenschaften:

**P-Regler:**  $u(t) = k_p e(t)$  &  $u(s) = k_p E(s)$   
 $\Rightarrow$  Proportional zu momentanem Fehler  
 $\Rightarrow$  zu hohes  $k_p$  kann zur Instabilität führen.

**I-Regler:**  $u(t) = \frac{k_p}{T_I} \int_0^t e(t) dt$  &  $u(s) = \frac{k_p}{T_I \cdot s}$   
 $\Rightarrow$  Proportional zu kummulierten Fehler von  $t=0$  bis jetzt. Füllt sich und muss sich mit Fehler in negative Richtung entleeren  $\rightarrow$  wie Wassereimer  
 $\Rightarrow$  kann sich sehr stark füllen.



D-Regler:  $u(t) = k_p T_d \frac{d}{dt} e(t) \quad \& \quad U(s) = k_p T_d s E(s)$



$\Rightarrow$  Proportional zur momentanen Änderung des Fehlers.  $\rightarrow$  laufen wir schnell zur Referenz zu ist  $\frac{d}{dt} e(t) \ll 0 \rightarrow$  wir dämpfen.  
 $\Rightarrow$  kann sehr gross werden für schnelle Änderungen in  $e(t)$  (oder  $r(t)$ )

Ziegler Nichols  $\rightarrow$  "Rezept für Parameter  $k_p, T_i, T_d$ "

Für Systeme...

$$P(s) \approx \frac{1}{Ts + 1} e^{-sT} \quad \text{mit} \quad \frac{T}{\sigma + T} < 0.3$$

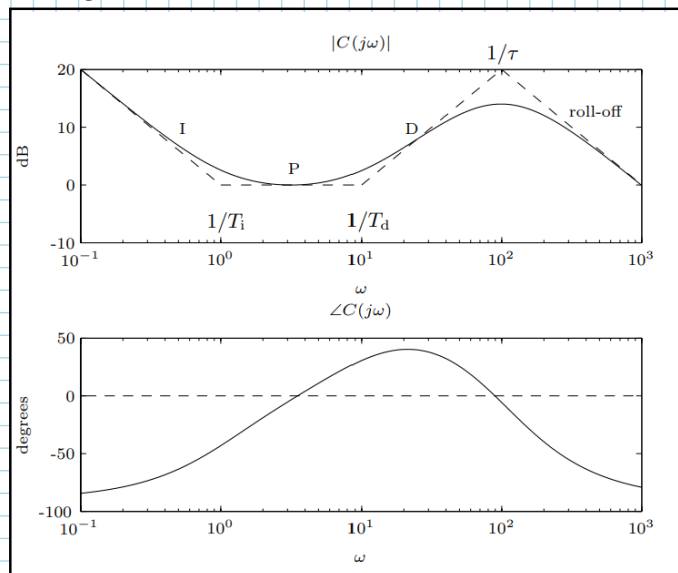
könnt ihr:

- ①  $C(s) = k_p$  wählen und erhält  $L(s) = k_p P(s)$
- ②  $k_p$  erhöhen bis  $L(j\omega^*) = k_p^* P(j\omega^*) = -1 + 0j$   
 $\Rightarrow$  und somit grenzstabil.
- ③ mit  $k_p^*, \omega^*, T^*$  Parameter aus Tabelle ablesen

Regler	$k_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5 \cdot k_p^*$	$\infty \cdot T^*$	$0 \cdot T^*$
PI	$0.45 \cdot k_p^*$	$0.85 \cdot T^*$	$0 \cdot T^*$
PD	$0.55 \cdot k_p^*$	$\infty \cdot T^*$	$0.15 \cdot T^*$
PID	$0.60 \cdot k_p^*$	$0.50 \cdot T^*$	$0.125 \cdot T^*$

## RT 1 Übung 13

Ein PID-Regler hat im Frequenzbereich den folgenden typischen Betrag & Phasenverlauf:



... reichen euch die dadurch entstehenden Möglichkeiten nicht aus um all eure "Designspezifikationen" (nichts anderes als eure, mit eurem RT 1. Wissen ermittelten Anforderungen an  $L(s)$ ) zu erfüllen, dann könnt ihr euren Regler mit den folgenden Elementen ergänzen.

(oder ihr erstellt ihn gleich ganz neu).

### Iterative Loop Shaping

- ① Wir starten mit  $L(s) = C(s)_{\text{start}} P(s)$
- ② while (  $L(s)$  erfüllt Anforderungen nicht )
  - {
  - $C(s)_{\text{alt}} = C(s)_{\text{neu}}$
  - sucht nach zusätzlichem  $C(s)_{\oplus}$ , welches euch weiterhilft.
  - $C(s)_{\text{neu}} = C(s)_{\oplus} C(s)_{\text{alt}}$
  - $L(s) = C(s)_{\text{neu}} P(s)$
  - }
- ③ Wir haben  $L(s)$  "gut genug"

### Lead / Lag Elemente

Wir lernen jetzt zwei Regelelemente kennen, welche die selbe Struktur haben:

$$C(s)_{\text{lead/lag}} = \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \quad \alpha, T \in \mathbb{R}$$

& sich nur durch Wahl von  $\alpha$  unterscheiden

$$\text{Lead} \Leftrightarrow 0 < \alpha < 1$$

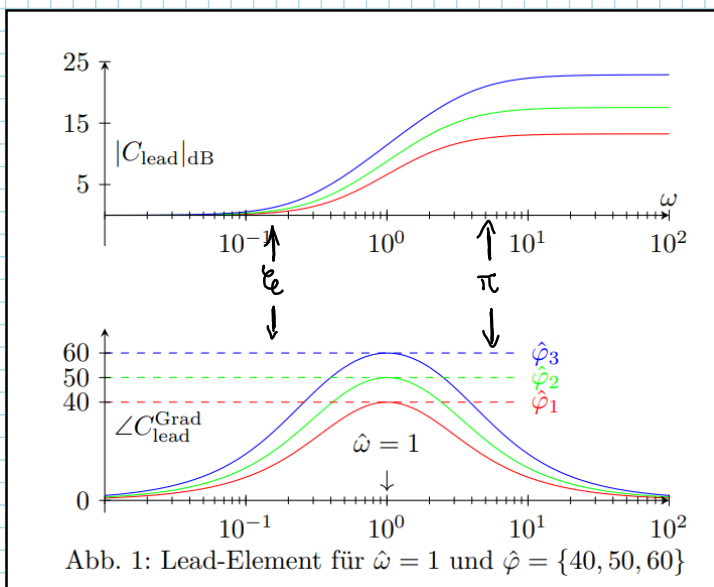
$$\text{Lag} \Leftrightarrow 1 < \alpha$$

$\Rightarrow$  das hat aber ganz schön Einfluss, warum?

- für Lead ( $0 < \alpha < 1$ ) liegt Nullstelle bei tieferen Frequenzen als Polstelle.
- für Lag ( $1 < \alpha$ ) liegt Polstelle bei tieferen Frequenzen als Nullstelle.

& somit folgt mit den uns bekannten Regeln für Bode

## Lead ( $0 < \alpha < 1$ )

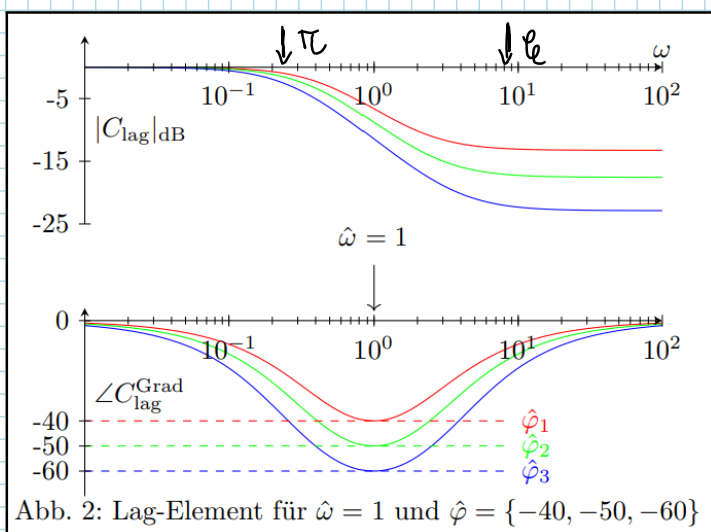


→ minimalphasige Nullstelle:  
+ 20 dB/dec, + 90°

→ stabiler Pol:  
- 20 dB/dec, - 90°

⇒ erzeugen Erhöhung der Phase in einem Frequenzband

## Lag ( $1 < \alpha$ )



⇒ erzeugen Senkung der Phase in einem Frequenzband

Wir bezeichnen:  $\hat{\omega}$  = Frequenz der maximalen Phasenänderung

$\hat{\varphi}$  = Maximale Phasenänderung

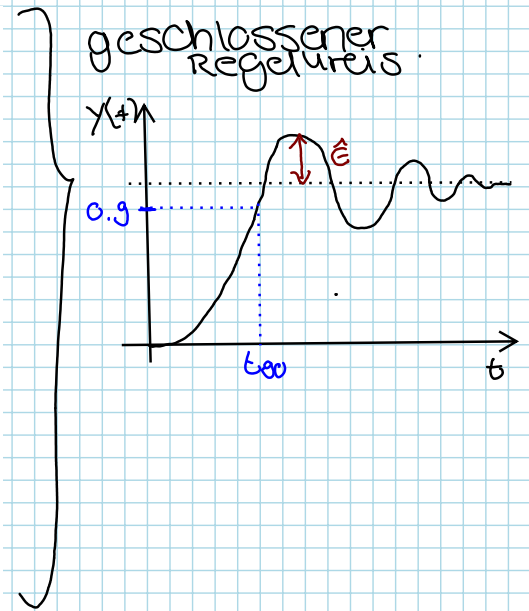
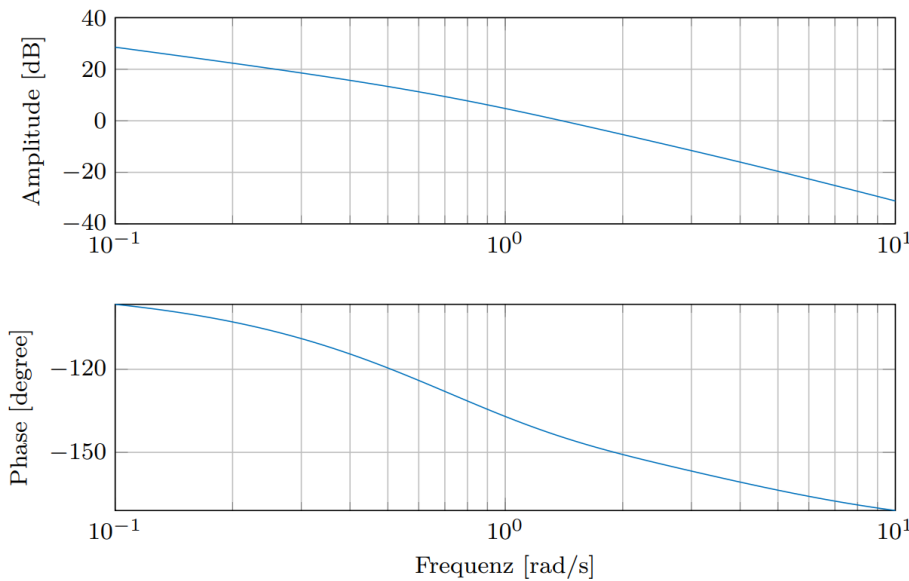
& haben nun Formeln zur Wahl von  $\alpha$  &  $T$  für gewünschte  $\hat{\omega}$ ,  $\hat{\varphi}$ .

$$\alpha = (\sqrt{\tan^2(\hat{\varphi}) + 1} - \tan(\hat{\varphi}))^2, \quad T = \frac{1}{\hat{\omega} \sqrt{\alpha}}$$

# Mögliche Anwendung:

Diese Serie:

$L(s)$



Ihr wisst:  $\omega_c \approx \frac{1.7}{t_{90}}$  &  $\varphi = 71^\circ - 117^\circ \hat{\epsilon}$

⚠ Falls System  $\approx$  System 2. Ordnung

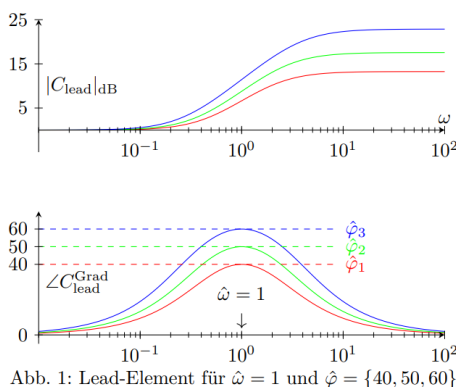
$\Rightarrow$  mit Lead/Lag könnt ihr nun die Phase gezielt verändern  $\rightarrow$  kleineres Überschwingen bei selber  $t_{90}$ -Zeit?

⊖ Aber Achtung ihr verändert natürlich Umgebung (& Betrag) leicht mit.

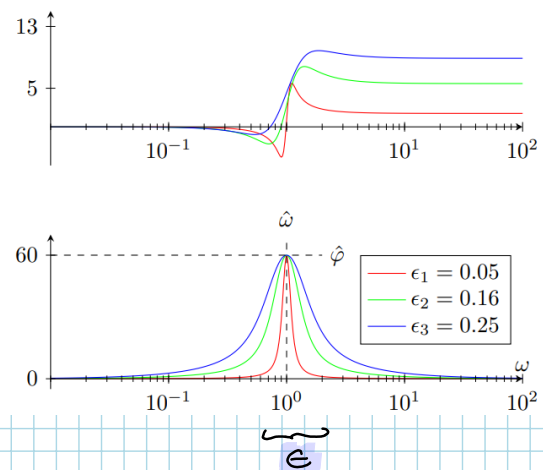
Wollen wir diesen Einfluss in der Umgebung möglichst klein halten.

$\Rightarrow$  Lead/Lag-Element 2. Ordnung

Von:



Zu:



Erlaubt zusätzliche Wahl der Frequenzbandbreite  $\epsilon$ .

Formeln:

$$C(s) = k \cdot \frac{s^2 + 2 \cdot \kappa \cdot \epsilon \cdot (1 - \epsilon) \cdot \omega_0 \cdot s + (1 - \epsilon)^2 \cdot \omega_0^2}{s^2 + 2 \cdot \kappa \cdot \epsilon \cdot (1 + \epsilon) \cdot \omega_0 \cdot s + (1 + \epsilon)^2 \cdot \omega_0^2}$$

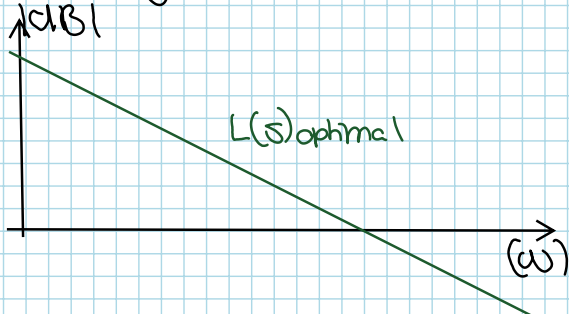
wiederum wählt ihr  $\hat{\omega}$ ,  $\hat{\varphi}$  & nun zusätzlich  $\hat{\epsilon}$  um die fehlenden Parameter in  $C(s)$  zu bestimmen.

$$k = \frac{(1 + \epsilon)^2}{(1 - \epsilon)^2}, \quad \kappa = \frac{\cot(\hat{\varphi}/2)}{\sqrt{1 - \epsilon^2}}, \quad \omega_0 = \frac{\hat{\omega}}{\sqrt{1 - \epsilon^2}}$$

Und zu guter Letzt...

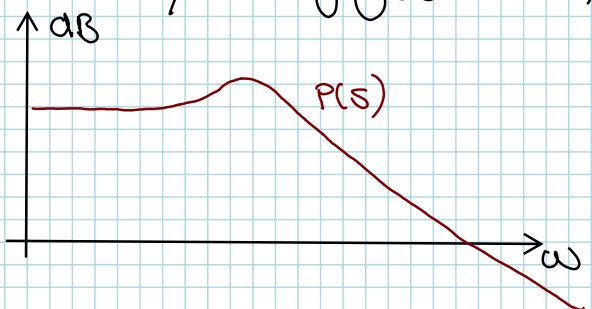
Inversion der Regelstrecke

Wir wissen wie wir  $L(s)$  gerne hätten.



$$L(s)_{\text{optimal}} = \frac{1}{T_i \cdot s}$$

Wir haben aber bereits ein System gegeben  $P(s)$



Nun: Anstelle von kleinen Veränderungen an  $P(s)$  mit Hilfe von  $C(s)$  um möglichst nahe an  $L(s)_{\text{optimal}}$  zu kommen, könnten wir folgendes nutzen:

$$L(s)_{\text{optimal}} = P(s) \cdot P(s)^{-1} \cdot L(s)_{\text{optimal}}$$



hat  $P(s)$  relativen Grad  $r$  brauchen wir noch einen Roll-off-Term um Regel kausal zu machen...





$$\begin{aligned} L(s) &= P(s) \cdot P(s)^{-1} \cdot \overbrace{\frac{1}{T_i \cdot s} \cdot \frac{1}{(\tau \cdot s + 1)^{r-1}}}^{\text{desired } L(s)} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C(s)} \\ \Rightarrow C(s) &= P(s)^{-1} \cdot \frac{1}{T_i \cdot s} \cdot \frac{1}{(\tau \cdot s + 1)^{r-1}} \\ C(s) &= \frac{d_p(s)}{n_p(s)} \cdot \frac{1}{T_i \cdot s} \cdot \frac{1}{(\tau \cdot s + 1)^{r-1}} \end{aligned}$$

damit könnt ihr  
nun  $\omega_c$  wählen.

$\Rightarrow \omega_c$  sollte sawiesc Anforderungen erfüllen, aber hier  
besonders wichtig  $\omega_c < \omega_z$ , wieso?

$\Rightarrow$  nur anwendbar, wenn:  $P(s)$  stabil und minimal-  
phasig!