

Regelungstechnik I HS 2020

Spezifikationen von Regelungssystemen - II

Autoren: C. Küttel, M. Reinders, Dozent: L. Guzzella, Vorlesungsnummer: 151-0591-00

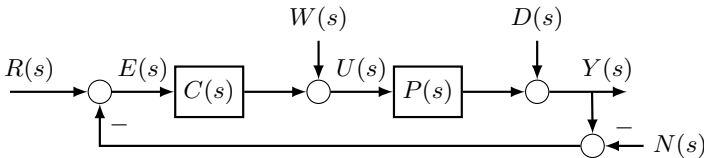
Zusammenfassung Vorlesung 12

Buch Kapitel 10.1-10.4

Bei Fragen: morettog@ethz.ch, davidm@ethz.ch

1 Statischer Regelfehler

Bis jetzt wurde jeweils $Y(s)$ als Funktion der Eingänge $R(s)$, $W(s)$, $D(s)$, und $N(s)$ betrachtet. Im Folgenden wird besprochen, wie sich der Fehler $e(t)$ im eingeschwungenen Zustand verhält. Dazu wird der Regelkreis im Frequenzbereich betrachtet:



Ähnlich wie bei der Ausgangsgrösse $Y(s)$ kann man $E(s)$ als Funktion der Eingänge beschreiben¹:

$$\begin{aligned} E(s) &= E_R(s) + E_N(s) + E_D(s) + E_W(s) \\ &= S(s)R(s) + S(s)N(s) - S(s)D(s) - S(s)P(s)W(s) \\ &= S(s) \cdot [R(s) + N(s) - D(s) - P(s) \cdot W(s)] \end{aligned}$$

Man betrachtet Referenzen und Störungen die als Sprünge $h(t)$ auf den Fehler abgebildet werden²:

$$h(t) = 1, t > 0 \rightarrow H(s) = \frac{1}{s}$$

Mit dem Endwerttheorem (final value theorem) kann man den Fehler auf eine Sprungantwort nach langer Zeit berechnen:

$$e_{\infty}^h = \lim_{t \rightarrow \infty} e^h(t) = \lim_{s \rightarrow 0+} s \cdot S(s) \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0+} S(s) = S(0)$$

Man schreibt $S(0)$ als Funktion des offenen Regelkreises $L(0)$:

$$e_{\infty}^h = S(0) = \frac{1}{1 + L(0)} \quad (1)$$

$L(0)$ hängt vom Systemtyp k der Kreisverstärkung $L(s)$ ab:

$$L(s) = \frac{b_m \cdot s^m + \dots + b_1 \cdot s + b_0}{s^k \cdot (s^{n-k} + a_{n-1-k} \cdot s^{n-1-k} + \dots + a_1 \cdot s + a_0)} \quad (2)$$

Aus Gl. (1) und Gl. (2) ist ersichtlich, dass für $L(0)$ und somit e_{∞}^h zwei Fälle vorliegen:

$$\begin{aligned} k = 0 &\Rightarrow L(0) \rightarrow \frac{b_0}{a_0} \Rightarrow e_{\infty}^h = \frac{a_0}{a_0 + b_0} \\ k > 0 &\Rightarrow L(0) \rightarrow \infty \Rightarrow e_{\infty}^h \rightarrow 0 \end{aligned}$$

In anderen Worten kann ein System mit Systemtyp $k > 0$ einem konstanten Wert in der Referenz nach (un-)endlicher Zeit fehlerfrei folgen, als auch konstante Störungen unterdrücken. Für ein Systemtyp $k = 0$ wird die Antwort $y(t)$ vom konstant vorgegeben Referenzsignal abweichen.

¹Die Eingänge werden dabei als unkorreliert behandelt und ihr Einfluss wird individuell betrachtet.

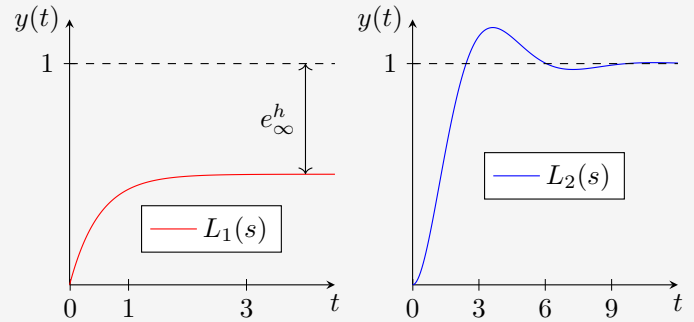
² $R(s)$ und $D(s)$ werden durch $S(s)$ abgebildet. Das Rauschen $n(t)$ hat in der Regel Mittelwert 0 und induziert dadurch im Mittel keinen Fehler.

Beispiel: Sprungantworten und Systemtyp:

$$L_1(s) = \frac{1}{s+1} \quad (k=0), \quad L_2(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad (k=1)$$

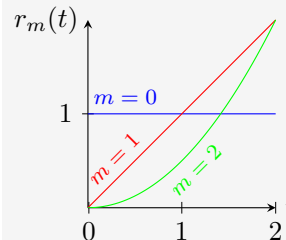
$$T_1(s) = \frac{1}{s+2}, \quad T_2(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$$

Das erste System hat Systemtyp $k=0$ und $T_1(s)$ weist somit einen statischen Regelfehler in der Sprungantwort auf: $S(0) = \frac{1}{1+L_1(0)} = \frac{1}{2}$. Der zweite offene Regelkreis $L_2(s)$ ist Systemtyp $k=1$. ($L_2(s)$ strebt für $s \rightarrow 0$ linear gegen ∞ .) Daraus folgt, dass $T_2(s)$ fehlerfrei zum Sprung konvergiert.



Beispiel: Das Konzept des statischen Regelfehlers kann auch auf Referenzen höherer Ordnung³ erweitert werden:

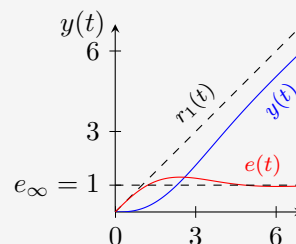
$$r_m(t) = \frac{1}{m!} \cdot t^m, t \geq 0, m \in \{0, 1, 2, \dots\}.$$



Ähnlich wie beim speziellen Fall der Sprungantwort ergibt sich mit Hilfe der Ordnung der Referenz m , und der Anzahl der offenen Integratoren von $L(s)$ (Systemtyp k) eine Fallunterscheidung:

$$\begin{aligned} m < k &\rightarrow e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0+} \frac{1}{s^m \cdot (1+L(s))} = 0 \\ m > k &\rightarrow e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0+} \frac{1}{s^m \cdot (1+L(s))} = \infty \\ m = k &\rightarrow e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0+} \frac{S(s)}{s^k} \notin \{0, \infty\} \end{aligned}$$

Beispielhaft wird eine Rampenantwort ($m=1$) des zweiten Systems $T_2(s)$ ($k=1$) aus dem vorherigen Beispiel betrachtet. Da $k=m$ gilt, hat die Rampenantwort einen statischen Regelfehler.



$$S_2(s) = \frac{s(s+1)}{s^2+s+1}$$

$$\Rightarrow e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0+} \frac{S(s)}{s^k} = 1$$

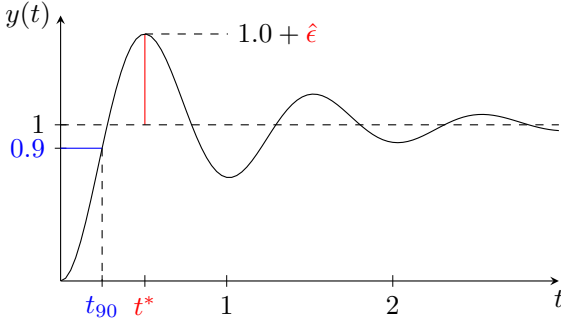
³ Die Referenz $r_0(t)$ entspricht der Sprungantwort $h(t)$, $r_1(t)$ entspricht der Rampe $p(t)$, $r_2(t)$ einer quadratisch ansteigenden Funktion, usw.

2 Spezifikationen basierend auf Systemen 2. Ordnung

Es wird angenommen, dass der geschlossene Regelkreis $T(s)$ einem System zweiter Ordnung entspricht:

$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2 \cdot \delta \cdot \omega_0 \cdot s + \omega_0^2}.$$

Dies ist für sinnvolle geschlossene Regelkreise eine gute Annahme, es verlangt asymptotische Stabilität und erlaubt ein Überschwingen. Der geschlossene Regelkreis $T(s)$ zweiter Ordnung soll Spezifikationen in der Anstiegszeit t_{90} und im relativen Überschwingen $\hat{\epsilon}$ erfüllen:



Die Spezifikationen von $\hat{\epsilon}$ und t_{90} können erfüllt werden, in dem man Anforderungen an die typischen Parameter eines Systems 2ter Ordnung aufstellt:

$$\delta = \frac{-\ln(\hat{\epsilon})}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\hat{\epsilon})}}, \quad \omega_0 = (0.14 + 0.4 \cdot \delta) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{t_{90}}$$

Im nächsten Schritt werden die Spezifikationen an $T(s)$ in Anforderungen an die Kreisverstärkung $L(s)$ umgewandelt, unter Anwendung von $T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$.

Die Anforderungen des geschlossenen Regelkreises können in Anforderungen an die Durchtrittsfrequenz ω_c und die Phasenreserve φ der Kreisverstärkung $L(s)$ umformuliert werden:

$$\omega_c = \omega_0 \cdot \sqrt{\sqrt{4 \cdot \delta(\hat{\epsilon})^4 + 1} - 2 \cdot \delta(\hat{\epsilon})^2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\sqrt{\sqrt{4 \cdot \delta(\hat{\epsilon})^4 + 1} - 2 \cdot \delta(\hat{\epsilon})^2}}{2 \cdot \delta(\hat{\epsilon})} \right)$$

Die obigen Gleichungen können für $0.45 < \delta < 1$ sehr gut mit den folgenden vereinfachten Zusammenhängen angenähert werden:

$$\omega_c \approx \frac{1.7}{t_{90}}$$

$$\varphi \approx 71^\circ - 117^\circ \cdot \hat{\epsilon}$$

Somit sind Spezifikationen des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ in Anforderungen an den offenen Regelkreis $L(s)$ umformuliert worden.

Geschlossene Regelkreise mit Charakteristiken, welche einer Dämpfung ausserhalb des Bereiches $0.45 < \delta < 1$ entsprechen sind in der Praxis nicht relevant, weil sie entweder sehr stark überschwingen oder extrem langsam sind.

3 Frequenzbereich - Spezifikationen

Die Störung $D(s)$ und das Rauschen $N(s)$ werden durch die Sensitivität $S(s)$ und durch die komplementäre Sensitivität $T(s)$ auf den Ausgang abgebildet:

$$Y(j\omega) = S(j\omega) \cdot D(j\omega) + T(j\omega) \cdot N(j\omega)$$

Um die Auswirkung von Störungen und Rauschen um die Durchtrittsfrequenz ω_c zu minimieren, beschränkt man den Maximalwert von $S(s)$ und $T(s)$.

$$\|S\|_\infty < S_{\max}, \quad \|T\|_\infty < T_{\max}, \quad S_{\max}, T_{\max} > 1, \quad (3)$$

wobei per Definition $\|\Sigma\|_\infty = \max_\omega |\Sigma(j\omega)|$.

Die Bedingungen in Gl. (3) werden in Anforderungen an die Kreisverstärkung $L(s)$ umgewandelt:

$$\|S\|_\infty < S_{\max} \Leftrightarrow L(j\omega) \notin \left\{ |1+z| \leq \frac{1}{S_{\max}} \mid z \in \mathbb{C} \right\} \quad (4)$$

$$\|T\|_\infty < T_{\max} \Leftrightarrow L(j\omega) \notin \left\{ \left| \frac{T_{\max}^2}{T_{\max}^2 - 1} + z \right| \leq \frac{T_{\max}}{T_{\max}^2 - 1} \mid z \in \mathbb{C} \right\} \quad (5)$$

Die geometrische Interpretation von Gl. (4) ist, dass $L(j\omega)$ nicht in einen in -1 zentrierten Kreis mit Radius $\frac{1}{S_{\max}}$ eintreten darf.

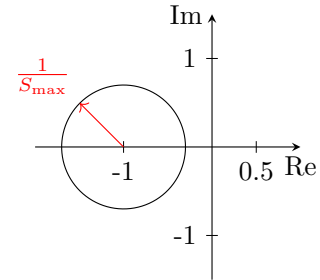


Abb. 1: Darstellung der nicht zulässigen Region aus Gl. (4)

Die geometrische Interpretation von Gl. (5) ist, dass $L(j\omega)$ nicht in einen in $-\frac{T_{\max}^2}{T_{\max}^2 - 1}$ zentrierten Kreis mit Radius $\frac{T_{\max}}{T_{\max}^2 - 1}$ eintreten darf.

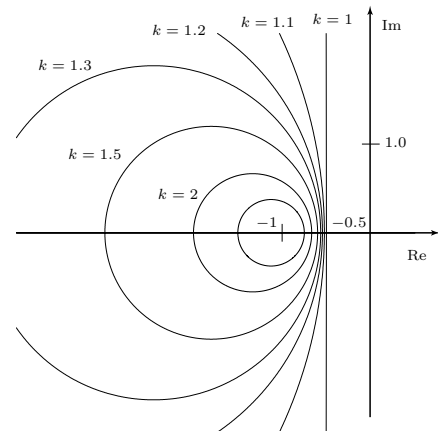
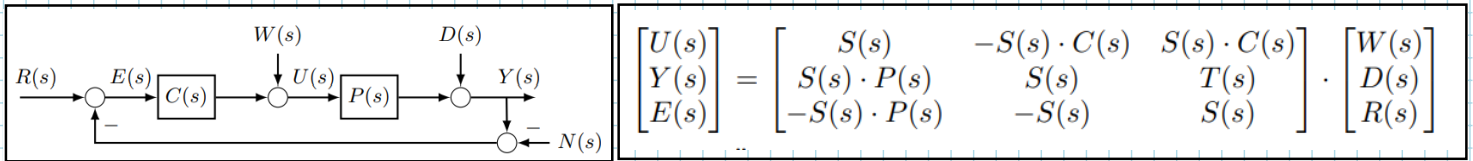


Abb. 2: Darstellung der nicht zulässigen Region aus Gl. (5) mit $k = T_{\max}$

Wenn S_{\max} und T_{\max} verringert werden, wird eine zunehmende Teilmenge der komplexen Ebene für $L(j\omega)$ nicht zulässig. Für $T_{\max} \rightarrow 1$ ist die gesamte komplexe Ebene links von $-\frac{1}{2}$ ausgeschlossen.

Recap

Im geschlossenen Regelkreis müssen wir uns mit neuen Signalen auseinandersetzen (wie Störungen $D(s)$ & Rauschen $N(s)$) von welchen wir im Gegensatz zu anderen Signalen (i.e. Referenz $R(s)$) nicht erwartet in $Y(s)$ sehen möchten

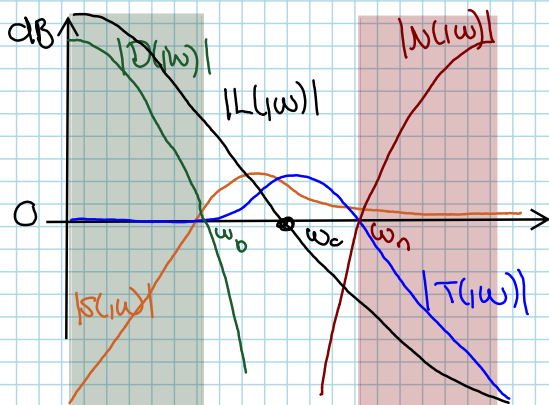


Gute Übertragung \rightarrow Betrag der Übertragungsfunktion bei Signalfrequenzen ≥ 1

Schlechte Übertragung \rightarrow Betrag der Übertragungsfunktion bei Signalfrequenzen $\ll 1$

(Wir wissen: $Y_{\text{out}}(s) = Y_D(s) + Y_U(s) = S(s) \cdot D(s) + T(s) \cdot U(s)$
 $Y_R(s) = T(s) R(s)$
 & $T(s) + S(s) = 1$)

Und nehmen an: Störungen bei tiefen Frequenzen
 Rauschen bei hohen Frequenzen



$|T(j\omega)|$ klein bei hohen Frequenzen
 $\Rightarrow |L(j\omega)|$ klein bei hohen Frequenzen

$|S(j\omega)|$ klein bei tiefen Frequenzen
 $\Rightarrow |L(j\omega)|$ gross bei tiefen Frequenzen

\Rightarrow Typischer Verlauf von $|L(j\omega)|$

& $10\omega_d < \omega_c < \frac{1}{10}\omega_n$

Weitere Einschränkungen von ω_c

$$\max \left\{ 10 \cdot \omega_d, 2 \cdot \omega_{\pi+} \right\} < \omega_c < \min \left\{ \frac{1}{10} \cdot \omega_n, \frac{1}{10} \cdot \omega_2, \frac{1}{2} \cdot \omega_T, \frac{1}{2} \cdot \omega_{\zeta+} \right\}$$

konservativer mit 5

konservativer mit $\frac{1}{5}$

mit: $\omega_{\pi+}$ = Frequenz des instabilen Pols
 ω_2 = Frequenz, bei der $\omega_2(j\omega_2) = 1$
 ω_0 = $1/T$ mit T = Totzeit
 ω_{e+} = Frequenz der nichtminimalphasigen Nullstelle

RT 1 Übung 11

Das Signal $E(s)$ (oder für uns intuitiver $e(t)$) gibt uns die Differenz zwischen, was wir gerne als Ausgang hätten ($R(s), r(t)$) & was wir als Ausgang haben ($Y(s), y(t)$).

Im Idealfall sollte es also zu 0 gehen.

$E(s)$ im geschlossenen Regelkreis

(Wie $Y(s)$ setzt sich auch $E(s)$ aus allen Eingängen mit einer entsprechenden Übertragungsfunktion zusammen)

Es gilt:

$$\begin{aligned} E(s) &= S(s)R(s) + S(s)N(s) - S(s)D(s) - S(s)P(s)W(s) \\ &= S(s)(R(s) + N(s) - D(s) - P(s)W(s)) \end{aligned}$$

Wir sehen:

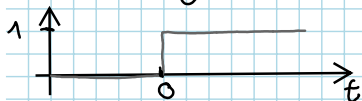
$S(s)$ ist für die Übertragung aller Signale auf $E(s)$ mitverantwortlich



{ wir werden sehen: Aussage zu $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$
 durch Betrachtung von $S(s)$ }

Annahme: Referenz & Störungen sind Sprünge

Sprung:



$$h(t) = 1, t > 0 \longrightarrow H(s) = 1/s$$

{ (+ system stabil) }
 wichtig!

außerdem brauchen wir.

Endwert Theorem:

Anfangswert : $\lim_{t \rightarrow 0+} x(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot X(s)$

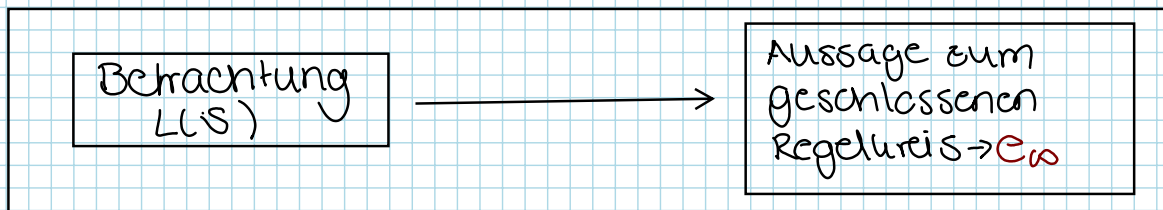
Endwert : $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0+} s \cdot X(s)$

Wollen wir also $e(t)$ berechnen und ist ganzes Signal in Klammer ein Sprung (= vielfaches von $1/s$), dann gilt.

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0+} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0+} s \cdot S(s) \cdot 1/s = \lim_{s \rightarrow 0+} S(s) = S(0)$$

In diesem speziellen Fall ist der statische Nachlauf-
fehler ($\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$) gegeben durch $S(s)$ bei $s=0$.

Da $S(0) = \frac{1}{1+L(0)}$ können wir wiederum



Was fordern wir nun von $L(s)$?

Damit $e_{\infty} = 0$ ("Referenz wird ohne Fehler gebracht") muss $\lim_{s \rightarrow 0} L(s) \Rightarrow \infty$

Einschub: Systemtyp k

$$L(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_0}{s^k (s^{n-k} + a_{n-1-k} s^{n-1-k} + \dots + a_0)}$$

k = Anzahl Pole im Ursprung.

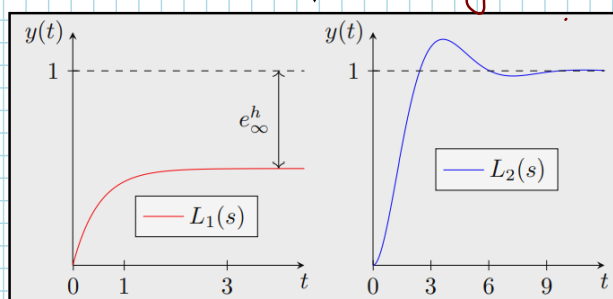
$\lim_{s \rightarrow 0} L(s) \Rightarrow \infty$ gilt nur falls $k > 0 \rightarrow e_{\infty} = 0$

$\lim_{s \rightarrow 0} L(s) = b_0/a_0$ gilt falls $k=0 \rightarrow e_{\infty} = \frac{1}{1+b_0/a_0} \neq 0$

Beispiel von Theorieblatt

$L_1(s) = \frac{1}{s+1} \quad (k=0), \quad L_2 = \frac{1}{s(s+1)} \quad (k=1)$
$T_1(s) = \frac{1}{s+2}, \quad T_2 = \frac{1}{s^2+s+1}$

braucht ihr
nun gar nicht mehr



Beide zeigen Antwort auf Sprung in $r(t)$

$L_1(s)$ = Systemtyp 0

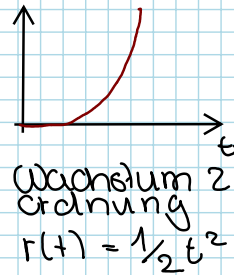
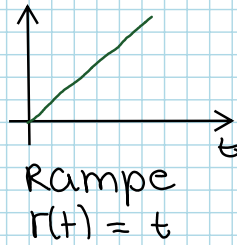
$L_2(s)$ = Systemtyp 1

$L(s) = \underbrace{P(s)}_{\text{Systemtyp 0}} \cdot C(s)$ → Fehler

$L(s) = \frac{1}{s+1} \left(\frac{1}{s} \right) \rightarrow C(s) = \frac{1}{s}$ → kein Fehler mehr

Wie verhält sich e_∞ für andere Signale als Sprünge?

$r(t)$ könnte auch:



usw...

Falls $r(t) = \frac{1}{m!} t^m \Rightarrow R(s) = \frac{1}{s^{m+1}}$

Es gilt: $\hookrightarrow h(t) = t^0 = 1 \Rightarrow R(s) = H(s) = \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$

$$e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \cancel{s} \cdot R(s) \frac{1}{s^{m+1}} = \lim_{s \rightarrow 0} s(s) \frac{1}{s^m}$$



Es folgt:

$$\begin{aligned} m < k & \quad e_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^m (1+L(s))} = 0 \\ m = k & \quad e_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^m (1+L(s))} = \text{Constant} \\ m > k & \quad e_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^m (1+L(s))} \Rightarrow \infty \end{aligned}$$

rechnet das doch nach... :)

Tipp für Serie: $e_\infty = y_\infty - r_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} s (Y(s) - R(s)) = \dots$

Spezifikationen basierend auf Systemen 2. Ordnung

Wir nehmen an:

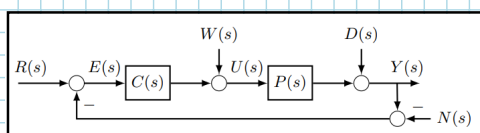
$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

System 2. Ordnung

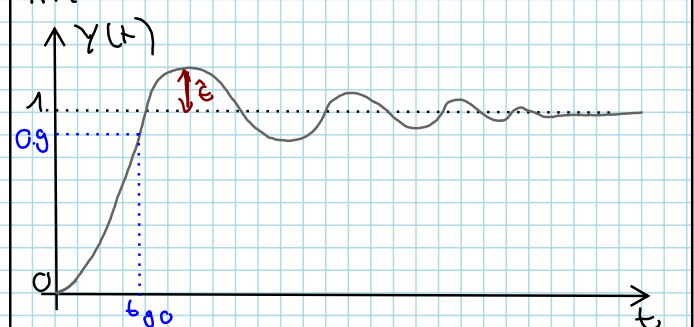
& hat darum (abhängig von Pollage / ω_0 & δ) folgende, typische Antwort auf einen Referenzsprung ($R(s) = 1/s$)

Im Frequenzbereich:

$$Y(s) = T(s) \cdot R(s)$$



Im Zeitbereich:



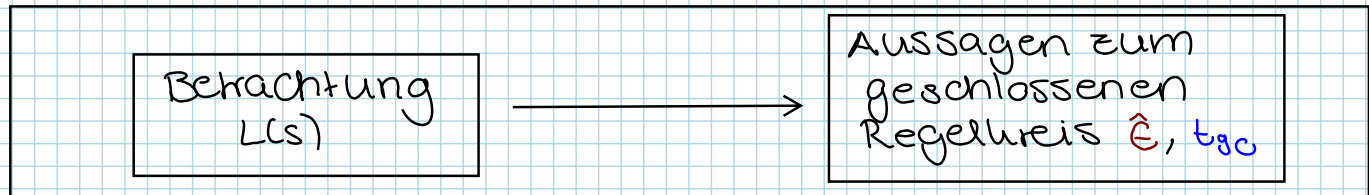
Zwei Grössen können wir abhängig von ω_0 & δ bestimmen.
 Anstiegszeit t_{90} & relatives Überschwingen $\hat{\epsilon}$

Es gilt:

$$\delta = \frac{-\ln(\hat{\epsilon})}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\hat{\epsilon})}} \quad \& \quad \omega_0 = (0.14 + 0.4 \delta) \frac{2\pi}{t_{90}}$$

ausserdem wissen wir: $T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$

und wir versuchen, das altbekannte:



Wir finden: für $0.45 < \delta < 1$ gilt ungefähr

Phasenreserve \rightarrow

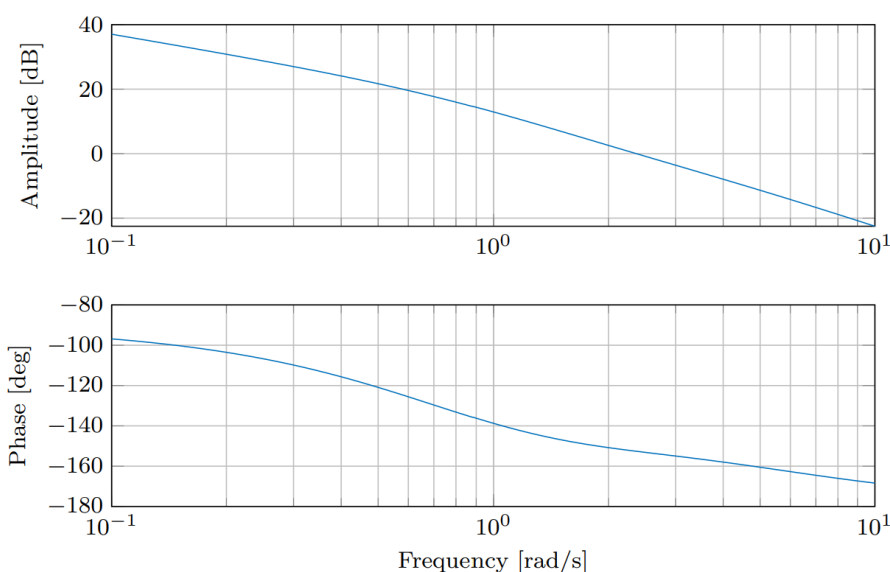
$$\omega_c \approx \frac{1.7}{t_{90}}$$

$$\varphi \approx 71^\circ - 117^\circ \hat{\epsilon}$$

Aufgabe 2 (Spezifikationen im Zeitbereich)

Von einem Regelsystem ist das Bode Diagramm des offenen Regelkreises $L(j\omega)$ gegeben (siehe Abb. 1). Nehmen Sie an, das geschlossene Regelsystem verhalte sich annähernd wie ein System 2. Ordnung.

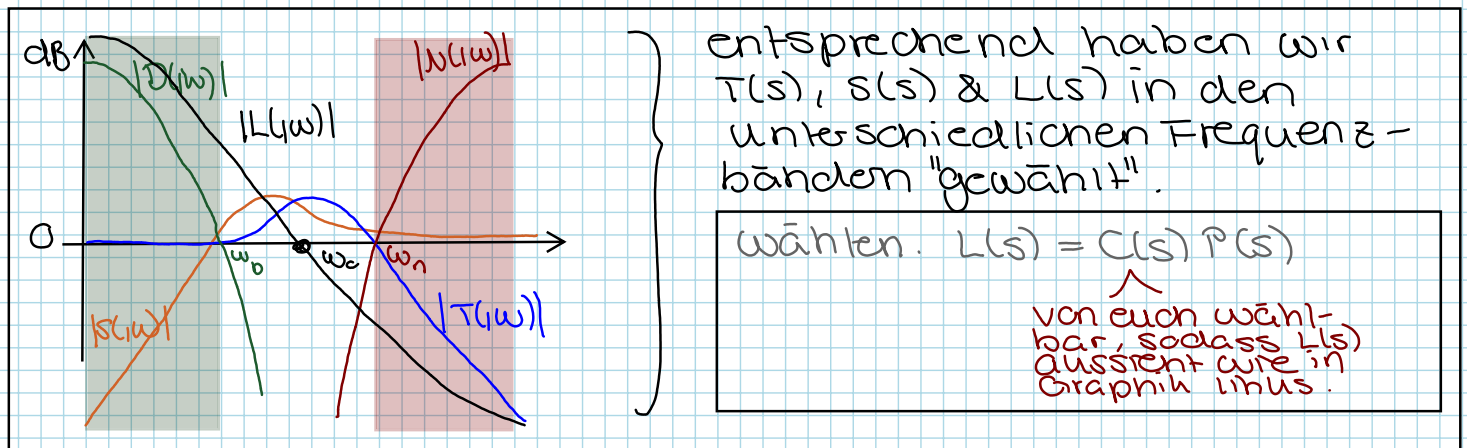
- Wie gross ist der statische Regelfehler (static error) für einen Einheitssprung?
- Bestimmen Sie den maximalen Überschwinger (maximum overshoot) $\hat{\epsilon}$ und die Anstiegszeit (rise time) t_{90} des geschlossenen Regelsystems.
- Die Verstärkung k_p des Reglers wird nun halbiert. Bestimmen Sie erneut $\hat{\epsilon}$ und t_{90} .
- Skizzieren Sie die Sprunganwort des Regelsystems für beide Fälle.



findet ω_c & φ .

Frequenzbereich Spezifikationen

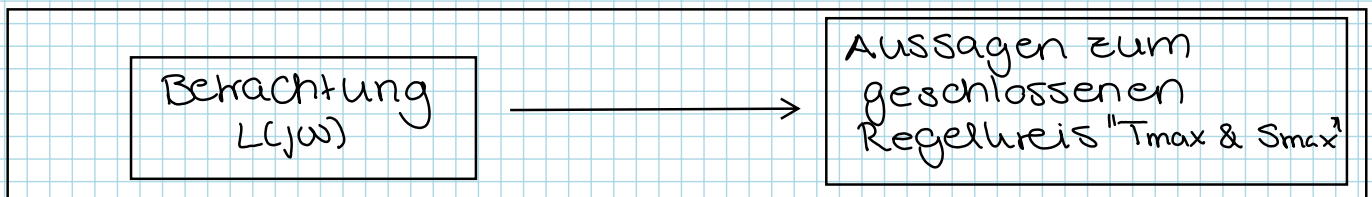
Wir wissen bereits $Y_D(s) = S(s)D(s) + T(s)N(s)$



⇒ Aber, damit Störungen & Rauschen welche um ω_c herum auftreten nicht zu stark verstärkt werden beschränken wir $|T(j\omega)|$ & $|S(j\omega)|$ mit T_{max} & S_{max}

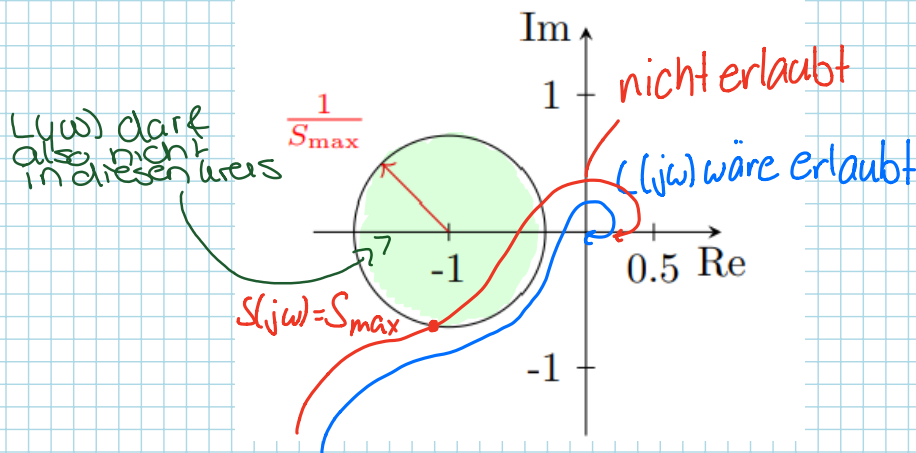
$$\|T(j\omega)\|_{\infty} \leq T_{max} \quad \& \quad \|S(j\omega)\|_{\infty} \leq S_{max} \quad T_{max}, S_{max} > 1$$

Wiederum wollen wir:

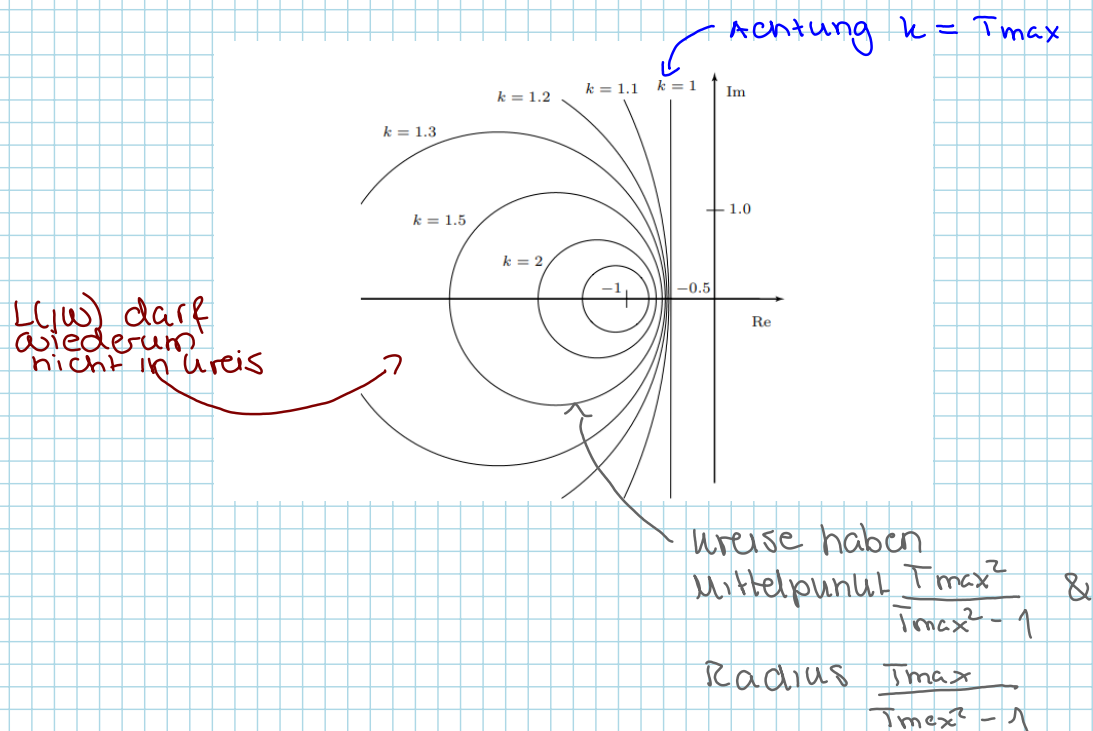


Wir formen um, sodass wir Anforderung an $L(j\omega)$ erhalten.

$$\|S(j\omega)\|_{\infty} = \left\| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right\|_{\infty} \leq S_{max} \Leftrightarrow L(j\omega) \notin \left\{ 1+z \mid z \in \mathbb{C} \right\}$$



$$\|T(L(w))\|_{\infty} = \left\| \frac{L(w)}{1 + L(w)} \right\|_{\infty} \leq T_{\max} \Leftrightarrow L(w) \notin \left\{ \left| \frac{T_{\max}^2}{T_{\max}^2 - 1} + z \right| \leq \frac{T_{\max}}{T_{\max}^2 - 1} \mid z \in \mathbb{C} \right\}$$



Eine alte Prüfungsfrage

Die zu regelnde Strecke kann als reibungsbehafteter Massenpunkt auf der Ebene modelliert werden. Die folgenden zwei Differentialgleichungen beschreiben das dynamische Verhalten der Strecke (Position $x(t)$, Geschwindigkeit $v(t)$, Steuerkraft $u(t)$):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) &= v(t), & x(0) &= 0 \\ \frac{d}{dt} v(t) &= -10 \cdot v(t) + u(t), & v(0) &= 0 \end{aligned}$$

Als Messung steht ausschliesslich das Signal

$$y(t) = x(t) - 10 \cdot v(t)$$

zur Verfügung.

Sie erhalten die Aufgabe, für diese Strecke einen Regler auszulegen, welcher

- (1) sprungförmigen Sollwerten $r(t) = h(t)$ für $t \rightarrow \infty$ exakt folgen kann,
- (2) dabei eine t_{90} Zeit von 1 s hat, und
- (3) dabei ohne Überspringen reagieren kann.

a) Welches ist der einfachste Regler, der die Forderung (1) erfüllen kann? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Ist die Forderung (2) durch irgendeinen Regler erfüllbar? Bemerkung: Dieser darf auch komplizierter sein als der in Frage a) gewählte Regler.

c) Welche Anstiegszeit t_{90} können Sie im besten Fall erreichen, wenn Sie den in Frage a) gewählten Regler einsetzen und die Forderung (3) erfüllen möchten? Wenn nötig, können Sie das zur Verfügung gestellte Bode-Diagramm der Strecke verwenden

Um diese Fragen beantworten zu können brauchen wir $P(s)$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 1 & -10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} + \underbrace{0}_{\text{D}} u(t) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{pmatrix}} \right\} P(s) = \frac{C \cdot \text{Adj}(sI - A)B}{\det(sI - A)} + D$$

$$= \frac{10s - 1}{s \cdot (s + 10)}$$

a) Damit wir $e_{\infty} = 0$ für $r(t) = \text{Sprung} \Rightarrow$ muss $L(s) = P(s)C(s)$ Systemtyp ≥ 1 haben.

\Rightarrow bereits für $P(s)$ erfüllt, $C(s)$ muss keinen Pol = 0 mehr "liefern"

P-Regler: $C(s) = k_p$ genügt.

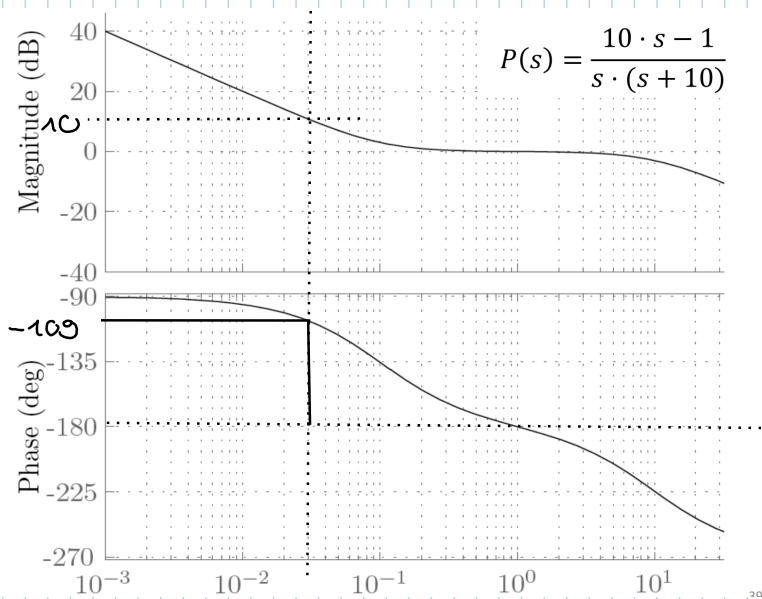
b.) Wir wissen $t_{gc} = \frac{1.7}{\omega_c} \Rightarrow$ intuitiv müssten wir ω_c einfach genügend gross wählen...

Aber Achtung: wir haben Beschränkungen für ω_c kennen gelernt \rightarrow eine davon $\omega_c \leq 0.5 \xi^+$

$$\xi^+ = \frac{1}{10} \Rightarrow \omega_c \leq \frac{1}{20} \Rightarrow t_{gc} \geq 34 \text{ sec.}$$

\Rightarrow nicht erfüllbar.

c.) kein Überschwingen $\hat{e} = 0 \Rightarrow \psi = 71^\circ - 117^\circ \hat{e} \Rightarrow \psi^* = 71^\circ$
Wir verwenden Bode.



Wie gross müssen wir k_p wählen (\rightarrow wie viel Bode-Plot nach oben/unten verschieben), dass Phasenreserve $= 71^\circ$ ist?

$$\Rightarrow k_p = -10 \text{ dB} = 0.3$$

$$\omega_c = 0.03$$

$$\Rightarrow t_{gc} = \frac{1.7}{0.03} \approx 56.5$$