

# Regelungstechnik I HS 2020

## Design von Regelungssystemen - I

Autoren: C. Küttel, M. Reinders, Dozent: L. Guzzella, Vorlesungsnummer: 151-0591-00

# Zusammenfassung Vorlesung 11

## Buch Kapitel 9.5-9.6

Bei Fragen: morettog@ethz.ch, davidm@ethz.ch

## 1 Frequenzbedingungen des geschlossenen Regelkreises

### Frequenzeigenschaften von Störungen und Rauschen

Die Übertragungsfunktionen des geschlossenen Regelkreises  $S(s)$  und  $T(s)$  sind intrinsisch gekoppelt:

$$T(s) + S(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} + \frac{1}{1 + L(s)} = 1, \forall s \in \mathbb{C} \quad (1)$$

Gl. (1) setzt voraus, dass bei gegebener Frequenz  $\omega^*$  nur entweder  $|T(j\omega^*)|$  oder  $|S(j\omega^*)|$  viel kleiner als 1 sein kann.

Die Einflüsse des Rauschens ( $N$  für Noise) und der Störung ( $D$  für Disturbance) auf den Ausgang sind wie folgt:

$$Y(s) = Y_D(s) + Y_N(s) = S(s) \cdot D(s) + T(s) \cdot N(s) \quad (2)$$

Störungen werden also mit  $S(s)$  auf den Ausgang übertragen und Rauschen mit  $T(s)$ .

Die generelle Aufgabe eines Reglers ist die gleichzeitige Unterdrückung von Rauschen und Störungen. Dies ist laut Gl. (1) nur möglich, wenn die Signale in unterschiedlichen Frequenzbändern auftreten. Glücklicherweise tritt Rauschen normalerweise bei hohen Frequenzen ( $\omega > \omega_n$ ) auf und Störungen normalerweise bei tiefen Frequenzen ( $\omega < \omega_d$ ). Daraus ergibt sich, dass  $S(j\omega)$  für tiefe Frequenzen klein, und  $T(j\omega)$  für hohe Frequenzen klein sein muss.

### Niedrige Frequenzen $\omega < \omega_d$

$$|S(j\omega)| = \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right| \ll 1 \Rightarrow |L(j\omega)| \gg 1 \quad (3)$$

### Hohe Frequenzen $\omega > \omega_n$

$$|T(j\omega)| = \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \ll 1 \Rightarrow |L(j\omega)| \ll 1 \quad (4)$$

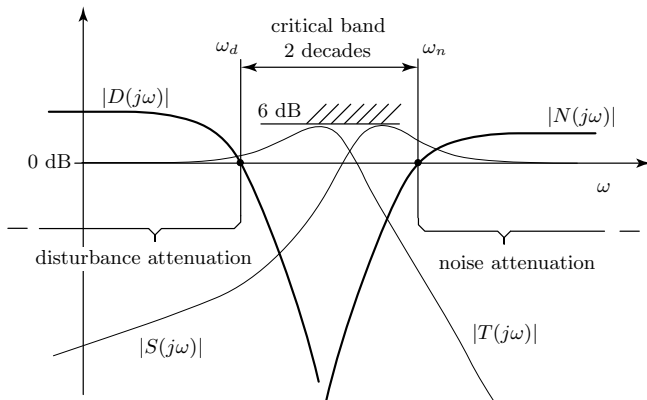


Abb. 1: Störung und Rauschen in unterschiedlichen Frequenzbändern.  $S(s)$  und  $T(s)$ , die Gl. (3) und Gl. (4) erfüllen.

### Beschränkungen der Sensitivität

Der Frequenzgang der Sensitivität  $S(j\omega)$  kann durch Einstellen des Reglers  $C(j\omega)$  lokal beeinflusst werden.

Global betrachtet, über alle  $\omega$ , muss die Sensitivität für alle stabilen geschlossenen Regelkreise (d.h. Stabilität durch das Nyquist Theorem bestimmt) folgende Gleichung erfüllen:

$$\int_0^\infty \ln |S(j\omega)| d\omega = \pi \cdot \sum_{i=1}^{n_+} \pi_i^+, \quad (5)$$

wobei  $n_+$  die Anzahl der instabilen Pole  $\pi^+$  der Kreisverstärkung  $L(s)$  ist. Falls die Kreisverstärkung  $L(s)$  keine instabile Pole hat ( $n_+ = 0$ ) vereinfacht sich Gl. (5) zu:

$$\int_0^\infty \ln |S(j\omega)| d\omega = 0 \quad (6)$$

Gleichungen Gl. (5) und Gl. (6) implizieren, dass eine Verringerung von  $|S(j\omega)|$  in einem Frequenzband durch eine Erhöhung in einem anderen Frequenzband kompensiert wird.

## 2 Beschränkungen der Durchtrittsfrequenz

### Definitionen Durchtrittsfrequenz und Bandbreite

Bei der **Durchtrittsfrequenz**  $\omega_c$ , schneidet das Bode Diagramm von  $L(j\omega)$  die 0 dB-Linie:  $|L(j\omega_c)| = 0 \text{ dB} = 1$ .

Zusätzlich definiert man die **Bandbreite des geschlossenen Regelkreises**  $\omega_b$ :  $|T(j\omega_b)| = -3 \text{ dB} \approx 0.7$ . Die Bandbreite ist ein Mass für die höchste Frequenz des Eingangssignals, die der geschlossene Regelkreis verfolgen kann.

Die Bandbreite entspricht ungefähr der Durchtrittsfrequenz.

$$\omega_b \approx \omega_c$$

### Beschränkungen der Durchtrittsfrequenz

Im Folgenden werden verschiedene Größen eingeführt, welche die Durchtrittsfrequenz und somit die Bandbreite (oder umgekehrt) des geschlossenen Regelkreises limitieren. Die quantitativen Werte der Beschränkungen basieren auf Erfahrungswerten und sind sinnvolle Faustregeln.

### Beschränkungen durch Modellunsicherheiten $W_2$

Aus dem robusten Stabilitätskriterium folgt:

$$\begin{aligned} |L(j\omega) \cdot W_2(j\omega)| &< |1 + L(j\omega)|, \forall \omega \in [0, \infty) \\ \Rightarrow \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| &< \left| \frac{1}{W_2(j\omega)} \right| \\ \Rightarrow |T(j\omega)| &< |W_2^{-1}(j\omega)| \end{aligned} \quad (7)$$

Da die Unsicherheit  $|W_2(j\omega)|$  tendenziell mit der Frequenz zunimmt (und  $W_2^{-1}(j\omega)$  somit mit der Frequenz abnimmt), ist Gl. (7) eine obere Beschränkung der Bandbreite, und somit eine Beschränkung der Durchtrittsfrequenz von  $|L(j\omega)|$ .

Man will die Unsicherheit auf jeden Fall vermeiden. Deswegen setzt man als obere Schranke für die Durchtrittsfrequenz eine Dekade kleiner als die Unsicherheitsdurchtrittsfrequenz.

$$\omega_c \stackrel{!}{<} \frac{1}{10} \cdot \omega_2 \quad |W_2(j\omega_2)| = 1$$

## Beschränkung durch eine Totzeit $\tau$

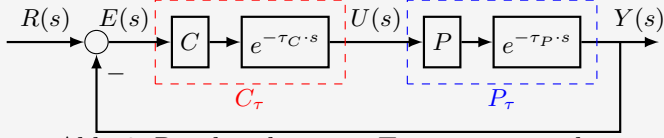


Abb. 2: Regelstruktur mit Totzeiten  $\tau_C$  und  $\tau_P$

### Totzeit im Regler:

Durch die Verarbeitung des Signals im Regler vergeht Zeit. Die vergangene Zeit wird als Totzeit  $\tau_C$  modelliert:

$$C_\tau(s) = C(s) \cdot e^{-\tau_C \cdot s}$$

### Totzeit in der Regelstrecke

Die Totzeit  $\tau_P$  der Regelstrecke ist identisch definiert wie die Totzeit des Reglers:

$$P_\tau(s) = P(s) \cdot e^{-\tau_P \cdot s}$$

Ein Beispiel einer Totzeit in der Regelstrecke ist die Kommunikation zu einem Satellit. Es vergeht Zeit  $\tau_P$  zwischen dem Senden der Eingangsgrösse  $u(t^*)$  zur Zeit  $t^*$  und der Reaktion des Satelliten  $y(t^* - \tau_P)$ .

Die Übertragungsfunktion der Kreisverstärkung mit Verzögerung im Regler und der Regelstrecke ist gegeben durch:

$$L_\tau(s) = C(s) \cdot P(s) \cdot e^{-(\tau_C + \tau_P) \cdot s} = C(s) \cdot P(s) \cdot e^{-\tau \cdot s}$$

Die Totzeit induziert eine obere Grenze für die Durchtrittsfrequenz. Um die Totzeitsfrequenz gut zu vermeiden wird als Grenze die halbe Totzeitsfrequenz gewählt.

$$\rightarrow \omega_c \stackrel{!}{<} \frac{1}{2} \cdot \omega_\tau = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\tau}$$

Der Faktor von  $\frac{1}{2}$  ist ein Erfahrungswert. Falls möglich sollte man einen konservativen Vorfaktor von  $\frac{1}{5}$  wählen.

## Beschränkungen durch nicht-minimalphasige (NMP) Nullstellen $\omega_{\zeta+}$

Gegeben sei eine Regelstrecke  $P(s) = \frac{n(s)}{d(s)}$  mit mindestens einer nicht-minimalphasigen Nullstelle. Um die Wirkung der Nullstellen zu veranschaulichen, wählt man einen konstanten Regler  $C(s) = k_p$ ,  $k_p \in \mathbb{R}$ .

$$S(s) = \frac{d(s)}{d(s) + k_p \cdot n(s)}, \quad T(s) = \frac{k_p \cdot n(s)}{d(s) + k_p \cdot n(s)}$$

Wenn  $k_p \rightarrow \infty$  strebt, nähern sich die Pole von  $S(s)$  und  $T(s)$ , gegeben durch  $d(s) + k_p \cdot n(s) = 0$ , an die Lösung von  $n(s) = 0$ . Da  $n(s)$  mindestens eine nicht-minimalphasige Nullstelle hat, wird das System bei  $k_p = k_{p,\text{crit}}$  instabil. Dies impliziert, dass die Bandbreite durch einen Regler  $k_p$  nicht beliebig hoch gewählt werden kann. Daraus folgt:

$$\omega_c \stackrel{!}{<} \frac{1}{2} \cdot \omega_{\zeta+} \quad (\text{konservativer mit } \frac{1}{5} \text{ als Faktor}) \quad (8)$$

wobei  $\omega_{\zeta+}$  der langsamsten nicht-minimalphasigen Nullstelle entspricht (kleinster positiver Realteil).

## Beschränkungen durch instabile Pole $\pi^+$

### I: Instabile Pole $\pi^+$ ohne Modellierungsunsicherheit

Die Wirkung von instabilen Polen wird anhand eines einfachen Beispiels gezeigt. Gegeben sei eine Regelstrecke  $P(s) = \frac{1}{a-s}$ ,  $a \in \mathbb{R}_+$  welche mit einem konstanten Regler  $C(s) = k_p$ ,  $k_p \in \mathbb{R}$  stabilisiert werden soll. Es gilt  $\pi^+ = a$ .

Aus  $n_c = \frac{n_0}{2} + n_+$  mit  $n_0 = 0$  und  $n_+ = 1$  folgt dass eine Umkreisung von  $(-1+j0)$  in  $\odot$  notwendig ist um das System zu stabilisieren. Dies kann nur durch einen Regler  $k_p < -a$  erreicht werden.

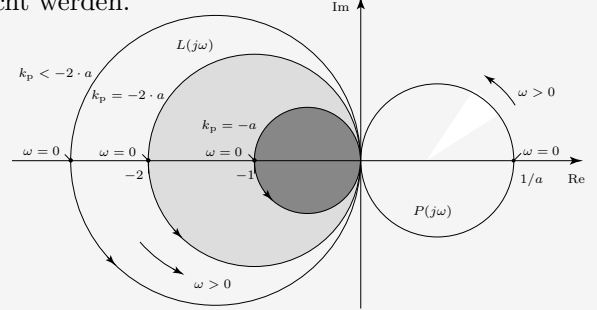


Abb. 3: Nyquistdiagramm der Regelstrecke  $P(j\omega)$  und Kreisverstärkung  $L(j\omega)$

Daraus folgt eine untere Schranke für die Durchtrittsfrequenz:

$$\omega_c > 2 \cdot \omega_{\pi+} \quad (\text{konservativer mit 5 als Faktor}) \quad (9)$$

wobei  $\omega_{\pi+}$  der schnellste instabile Pol von  $L(s)$  ist (Pol mit dem grössten positiven Realteil).

### II: Instabile Pole $\pi^+$ mit Modellierungsunsicherheit

Zusätzlich zu Gl. (9) müssen wir folgende Bedingung für alle instabilen Pole  $\pi_i^+$  prüfen:

$$|W_2(\pi_i^+)| < 1 \quad \forall i \quad (10)$$

## 3 Zusammenfassung der Beschränkungen

Alle oben beschriebenen Einschränkungen können als eine Reihe von Bedingungen an die Durchtrittsfrequenz zusammengefasst werden. Da es mehrere untere Schranken und obere Schranken für die Durchtrittsfrequenz gibt, muss man das engstmögliche Frequenzband nehmen, sodass alle Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind:

$$\max \left\{ 10 \cdot \omega_d, 2 \cdot \omega_{\pi+} \right\} < \omega_c < \min \left\{ \frac{1}{10} \cdot \omega_n, \frac{1}{10} \cdot \omega_2, \frac{1}{2} \cdot \omega_\tau, \frac{1}{2} \cdot \omega_{\zeta+} \right\}$$

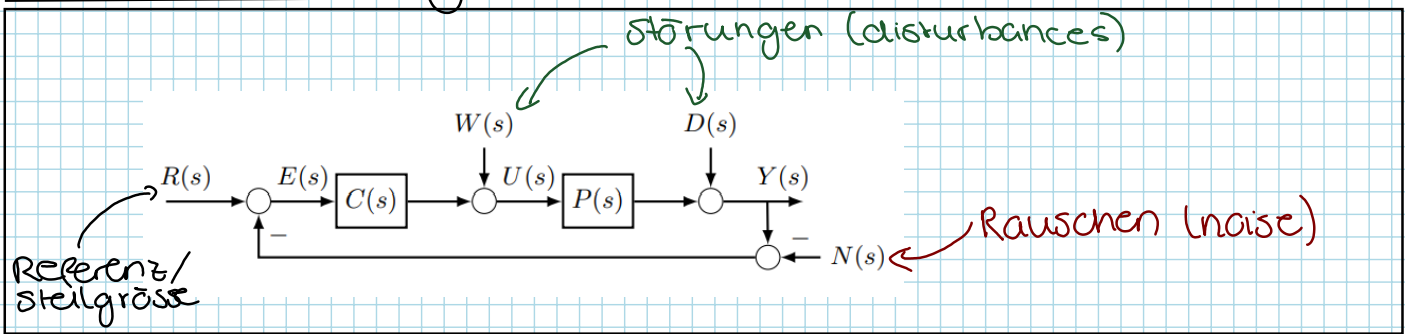
↑  
konservativer mit 5
↑  
konservativer mit  $\frac{1}{5}$

### Wichtig:

1. Es handelt sich bei den besprochenen Beschränkungen nicht um Design-Spezifikationen an den Regler, sondern um eine Überprüfung, ob das Regelproblem überhaupt sinnvoll gelöst werden kann. Wenn es kein gültiges Frequenzband für  $\omega_c$  gibt, existiert kein Regler, der das Problem sinnvoll löst.
2. Falls  $D(j\omega)$  oder  $N(j\omega)$  mit 20 dB/dek abfallen oder ansteigen, garantiert der Sicherheitsfaktor 10 eine Verstärkung der Signale nicht grösser als 10% ( $\leftrightarrow$  Unterdrückung um 90%).
3. Bei instabilen Polen oder NMP Nullstellen geht es nicht um die Unterdrückung von Signalen, sondern um die Garantie von Stabilität. Diese wird nominell auch mit einem kleineren Sicherheitsabstand von Faktor von 2 oder 5 erreicht.

# Recap

## Geschlossener Regelkreis



- neue Signale
- neue Übertragungsfunktionen zwischen den Signalen

i.e.  $R(s) \rightarrow Y_R(s)$

$$Y_R(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)} R(s)$$

## Neue Definitionen:

- Kreisverstärkung  $L(s) = P(s)C(s)$
- Sensitivität  $S(s) = \frac{1}{1 + P(s)C(s)}$
- komplementäre Sensitivität  $T(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)}$

immer:

$$T(s) + S(s) = 1$$

führen zu.

$$\begin{bmatrix} U(s) \\ Y(s) \\ E(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(s) & -S(s) \cdot C(s) & S(s) \cdot C(s) \\ S(s) \cdot P(s) & S(s) & T(s) \\ -S(s) \cdot P(s) & -S(s) & S(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W(s) \\ D(s) \\ R(s) \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$  sind  $P(s)$  &  $C(s)$  stabil müssen wir nur noch Pole von  $T(s)$  &  $S(s)$  prüfen.

## Wyquist Stabilitäts Kriterium

$L(s)$  & sein Wyquistplot geben Information über Stabilität von  $T(s)$ .  
falls: keine Modellunsicherheit, Kürzung von instabilen Polen in  $L(s)$ .

$T(s)$  asymptotisch stabil, wenn:

$$n_c = \frac{n_0}{2} + n_+$$

wobei:

$n_c$  = # Umdrehungen von  $L(j\omega)$  um  $-1+j0$  für  $\omega \in [-\infty, \infty]$

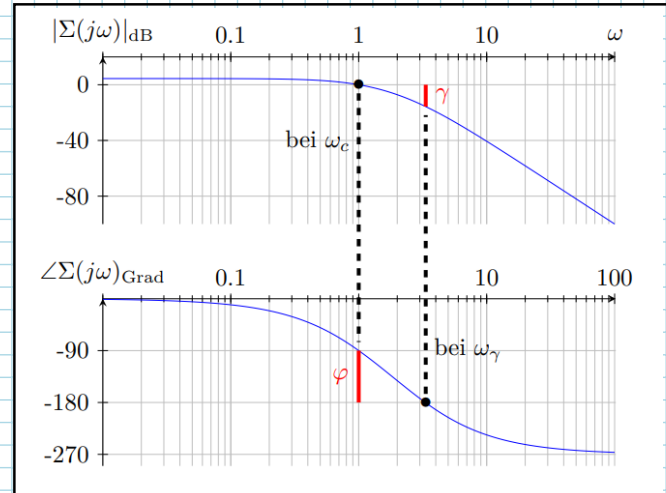
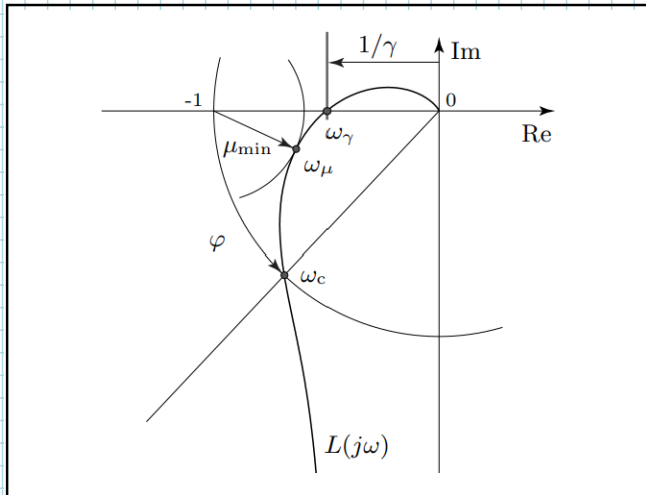
$n_0$  = # Pole von  $L(s)$  mit  $\text{Re} = 0$

$n_+$  = # Pole von  $L(s)$  mit  $\text{Re} > 0$

## Robustheitskriterien

Erfüllen wir mit  $L(s)$  unser Nyquist Kriterium wollen wir weitere Umdrehung möglichst vermeiden ( $\rightarrow$  dann wäre nämlich  $T(s)$  instabil).

$\Rightarrow$  Verstärkungsreserve & Phasenreserve



## Robustes Nyquist Stabilitäts Kriterium

$L(s)_u$  erfüllt obige Gleichung  
&

$$|L(j\omega)_u W_2(j\omega)| < |1 + L(j\omega)_u|$$



$T(s)$  wirklich asymptotisch  
stabil

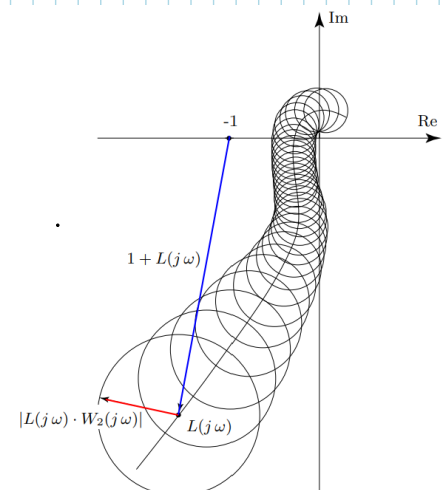


Abb. 2: Robustes Stabilitätskriterium nach Nyquist.

## RT 1 Übung 10

Ein Signal wird gut auf ein anderes übertragen, wenn der Betrag der Übertragungsfunktion bei den entsprechenden Frequenzen (wo unser Signal) auftritt gross ist.

⇒ desto kleiner, desto schlechter.

Wenn wir wünschen könnten:

- Gute Übertragung  $R(s)$
- Schwache Übertragung  $D(s)$  &  $N(s)$

Disturbance  
Noise

$$\Rightarrow Y_D(s) = Y_0(s) + Y(s)_N = S(s)D(s) + T(s)N(s)$$

somit bräuchten wir:  $S(s)$  &  $T(s)$  klein...

⚡ Aber: 1. gilt  $S(s) + T(s) = 1$   
⇒ es können nicht beide klein sein

Einschub: Für  $S(s)$  gilt sogar

$$\int_0^\infty \ln |S(j\omega)| d\omega = \pi \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \pi_i^+ \quad (\text{logarithmischer gesamt- Betrag immer} = \pi \text{ Summe instabiler Pole})$$

$$\text{Im Fall } S(s) = \text{stabil} \Rightarrow \int_0^\infty \ln |S(j\omega)| d\omega = 0$$

$S(s)$  kann nicht überall klein sein

2. wissen wir  $Y_R(s) = T(s)R(s)$   
⇒ und das hätten wir gerne gut übertragen.

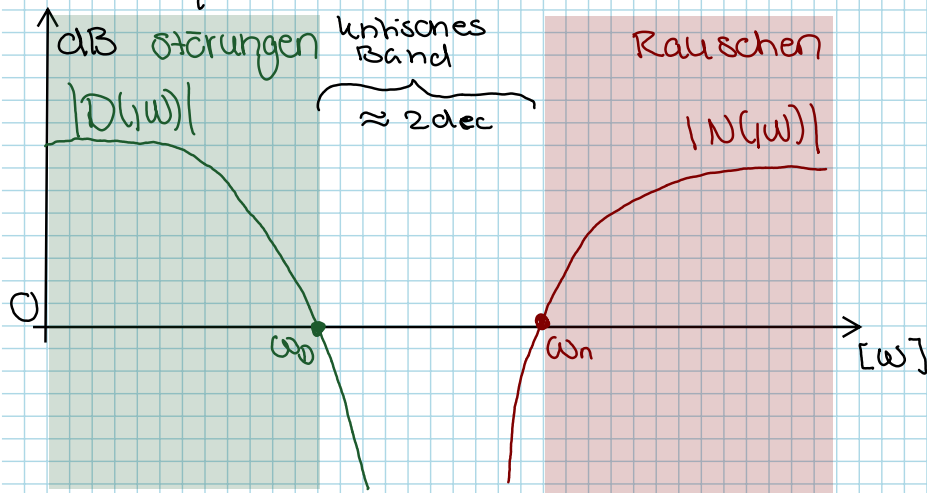
⇒ nur lösbar, wenn Störung ( $D(s)$ ) & Rauschen ( $N(s)$ ) bei unterschiedlichen Frequenzen stattfinden.

& Oft gilt:

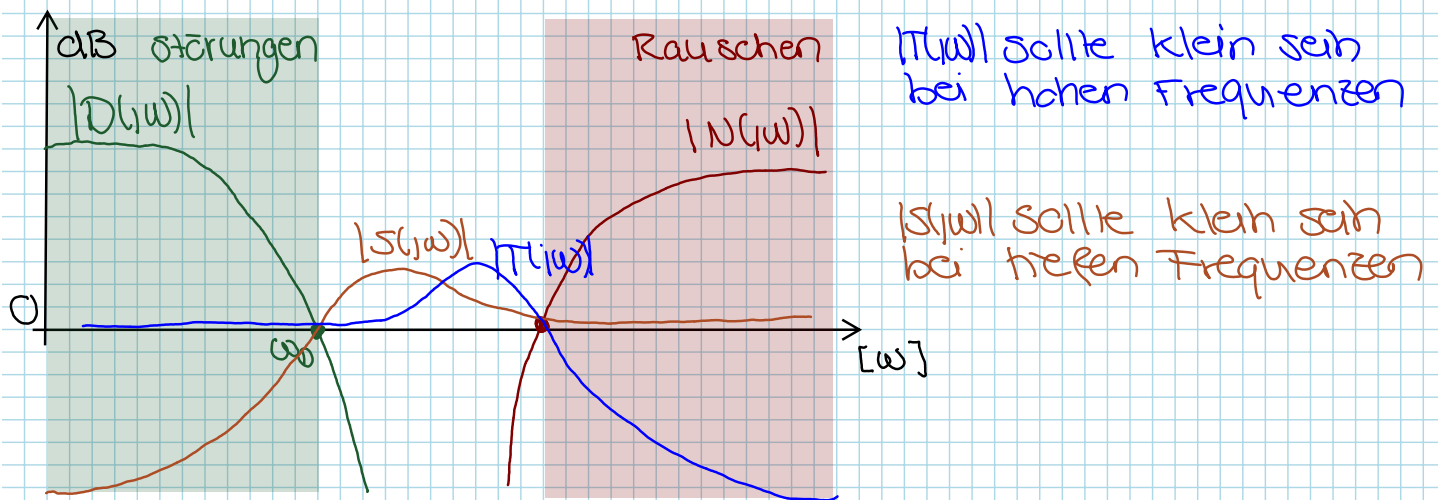
Messrauschen ( $N(s)$ ) tritt auf bei → hohen Frequenzen  
Störungen ( $D(s)$ ) treten auf bei → tiefen Frequenzen



im Frequenzband:



Also sollte gelten für  $S(s)$  &  $T(s)$



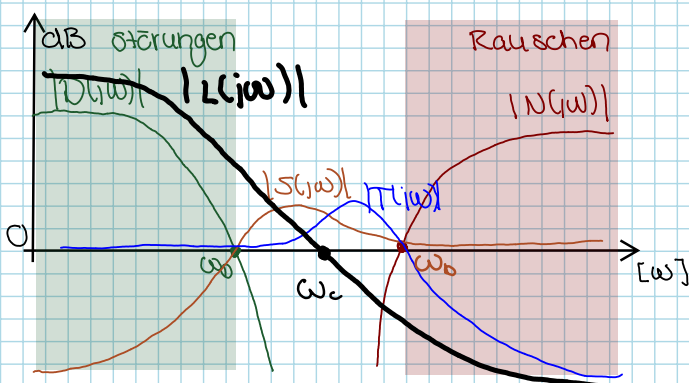
Was bedeutet das für  $|L(j\omega)|$ ?

$$\text{Damit } |S(j\omega)| \ll 1 \Rightarrow \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right| \ll 1 \Rightarrow |L(j\omega)| \gg 1$$

$|L(j\omega)|$  ist gross bei tiefen Frequenzen

$$\text{Damit } |T(j\omega)| \ll 1 = \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \ll 1 \Rightarrow |L(j\omega)| \ll 1$$

$|L(j\omega)|$  ist klein bei hohen Frequenzen.



Wir kennen wir bereits  
 $\Rightarrow |L(j\omega_c)| = 1$   
 Durchmittsfrequenz

## Durchschnittsfrequenz vs. Bandbreite

$\omega_c \rightarrow |L(j\omega_c)| = 1 \rightarrow$  bis zu welcher Frequenz übertragen wir unser Signal im offenen Regelkreis "gut"

$\omega_b \rightarrow |T(j\omega_b)| = 0.7 \rightarrow$  bis zu welcher Frequenz übertragen wir unser Signal im geschlossenen Regelkreis "gut"

Aber es gilt

$$\omega_c \approx \omega_b$$

## Einschränkungen der Durchschnittsfrequenz $\omega_c$

Wir haben gesehen:  $\omega_b < \omega_c < \omega_n \rightarrow$

$$10\omega_b < \omega_c < \frac{1}{10}\omega_n$$

Gibt es sonst noch Einschränkungen?

### ① Modellunsicherheit $\omega_z(j\omega)$

Aus robustem Nyquist Stabilitätskriterium:

$$|L(j\omega) \cdot \omega_z(j\omega)| < |1 + L(j\omega)|$$

$$\left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| < \left| \frac{1}{\omega_z(j\omega)} \right|$$

$$|T(j\omega)| < |\omega_z^{-1}(j\omega)|$$

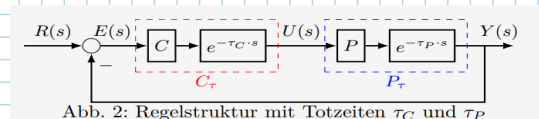
$|\omega_z(j\omega)|$  nimmt meist mit steigender Frequenz zu.

Oder intuitiv:  
Wir möchten nicht im Frequenzbereich regeln wo wir  $L(j\omega)$  kaum noch kennen

$$\text{Obere Schranke } \omega_c < \frac{1}{10}\omega_z$$

$$|\omega_z(j\omega_z)| = 1$$

### ② Totzeiten



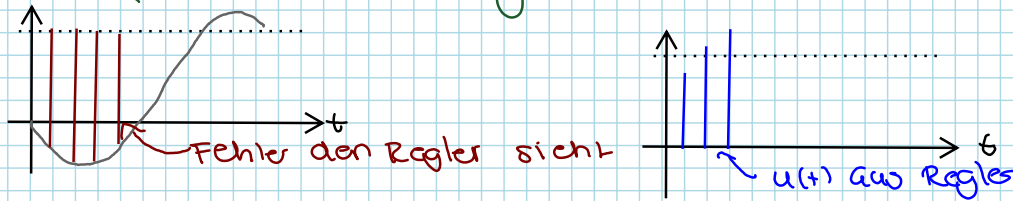
Für ein System mit  $L(s)e^{-sT}$  sind wir mit unseren Informationen für den Regler einen Zeitschnitt  $T$  im Weg (Dusche, Förderband...)

$\Rightarrow$  Totzeitfrequenzen vermeiden, zu schnelle Signale sollten nicht durchkommen

$$\text{Obere Schranke } \omega_c < \frac{1}{2} \frac{1}{T} < \frac{1}{2}\omega_T$$

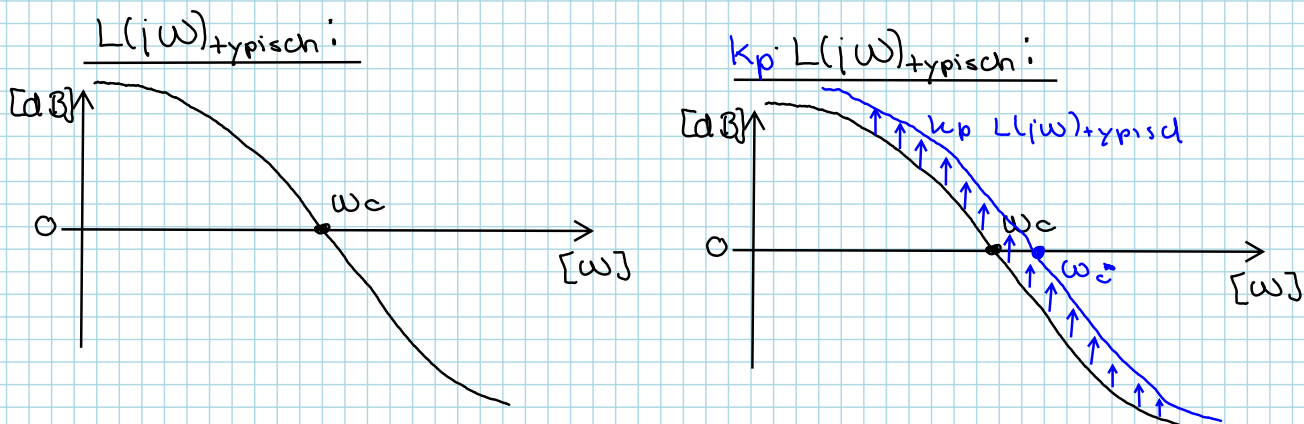
### ③ Positive Nullstellen

Intuitiv: nichtminimalphasige Nullstellen "lügen" ( $\rightarrow$  verursachen Unterschwingen). Reagiert Regler zu schnell (zu hochfrequent), so hat er das Gefühl, System bewegt sich in falsche Richtung.



Und jetzt noch in der Theorie:

- Einschub: "Was passiert mit  $\omega_c$ , wenn wir die Verstärkung von  $L(j\omega)$  erhöhen (bei typischem Verlauf von  $L(j\omega)$ )".



$\Rightarrow$  Betragsplot wird nach oben verschoben, Durchmittsfrequenz verschiebt sich gegen höhere Frequenzen.

Was passiert in  $T(s)$  (mit  $\zeta_e^+$ ) für steigende  $k_p$  (wie oben) und somit steigendem  $\omega_c$ .

Wir definieren:

$$L(s) = \frac{n(s)}{d(s)} \cdot k_p \quad \text{Somit ist} \quad T(s) = \frac{\frac{n(s)}{d(s)} k_p}{1 + \frac{n(s)}{d(s)} k_p} = \frac{n(s) k_p}{d(s) + n(s) k_p}$$

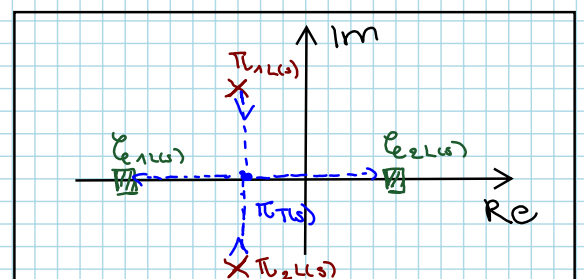
für  $k_p = 0$ : Polstellen  $T(s) \Rightarrow$  Nullstellen  $d(s) \Rightarrow$  Polstellen  $L(s)$

für  $k_p \rightarrow \infty$ : Polstellen  $T(s) \Rightarrow$  Nullstellen  $n(s) \Rightarrow$  Nullstellen  $L(s)$

Polstellen  $T(s)$  wandern von Polstellen  $L(s)$  zu Nullstellen  $L(s)$  mit  $k_p \uparrow$

$\Rightarrow$  Haben wir eine  $\zeta_e^+$ , so kriegen wir instabile Pole in  $T(s)$

Obere Schranke  $\omega_c < \frac{1}{2} \omega_{\zeta_e^+}$





#### ④ instabile Pole $\pi^+$

Intuitiv: Instabile Pole lassen eine übertragene Grösse ins unendliche wachsen. Dieses Wachstum hat eine Geschwindigkeit, um ihm entgegen zu wirken, müssen wir schneller (nicht zu tiefrequent) reagieren können.



untere Schranke für  $\omega_c$   
 $\omega_c > 2\omega_{\pi^+}$

Im Theoretblatt findet ihr noch.

Die Wirkung von instabilen Polen wird anhand eines einfachen Beispiels gezeigt. Gegeben sei eine Regelstrecke  $P(s) = \frac{1}{s-a}$ ,  $a \in \mathbb{R}_+$  welche mit einem konstanten Regler  $C(s) = k_p$ ,  $k_p \in \mathbb{R}$  stabilisiert werden soll. Es gilt  $\pi^+ = a$ .

Aus  $n_c = \frac{n_0}{2} + n_+$  mit  $n_0 = 0$  und  $n_+ = 1$  folgt das eine Umkreisung von  $(-1+j0)$  in  $\odot$  notwendig ist um das System zu stabilisieren. Dies kann nur durch einen Regler  $k_p < -a$  erreicht werden.

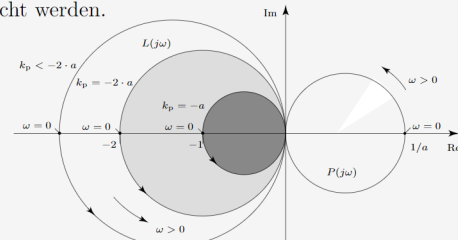


Abb. 3: Nyquistdiagramm der Regelstrecke  $P(j\omega)$  und Kreisverstärkung  $L(j\omega)$

Alle Beschränkungen zusammengefasst:

$$\max \left\{ 10 \cdot \omega_d, 2 \cdot \omega_{\pi^+} \right\} < \omega_c < \min \left\{ \frac{1}{10} \cdot \omega_n, \frac{1}{10} \cdot \omega_2, \frac{1}{2} \cdot \omega_T, \frac{1}{2} \cdot \omega_{\zeta^+} \right\}$$

↑  
konservativer mit 5

↑  
konservativer mit  $\frac{1}{5}$

## Tipps für Aufgabe 2

### Aufgabe 2 (Einschränkungen des Regelsystems)

Gegeben sei folgende Regelstrecke:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - 1.5 \cdot x_2(t) + u(t - 0.01) \\ y(t) &= -4 \cdot x_1(t) + x_2(t).\end{aligned}$$

Störungen treten vor allem im Frequenzband 0 rad/s bis 0.1 rad/s auf. Das auftretende Rauschen ist sehr hochfrequent:  $\omega_n = 6000$  rad/s. Die Übertragungsfunktion der Unsicherheitsschranke  $W_2(s)$  ist gegeben durch:

$$W_2(s) = \frac{(s+1)}{22}.$$

Ein Regler soll so ausgelegt werden (nicht Teil dieser Aufgabe), dass ein stabiler geschlossener Regelkreis resultiert und dass Störungen  $d(t)$  und Rauschen  $n(t)$  genügend stark unterdrückt werden. Modellunsicherheiten können die Durchtrittsfrequenz weiter einschränken und müssen entsprechend mitberücksichtigt werden.

Existiert ein Regler  $C(s)$  der diese Regelaufgabe erfüllen kann? Ist eine konservative Einschränkung der Durchtrittsfrequenz möglich? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der für diese Aufgabenstellung relevanten Frequenzen.

Ihr habt gegeben:

- ① System Diff'gl.  $\rightarrow P(s) \rightarrow$  (Was interessiert uns hier?)
- ② Informationen zu Störungen  $\rightarrow D(j\omega) \rightarrow \omega_0$
- ③ Informationen zum Rauschen  $\rightarrow N(j\omega) \rightarrow \omega_n$
- ④ Informationen zur Modellunsicherheit  $\rightarrow W_2(j\omega) \rightarrow \omega_2$

wenn ihr alles habt:

- überprüft ob Frequenzband existiert in welchem we liegen könnte

$$\max \left\{ 10 \cdot \omega_d, 2 \cdot \omega_{\pi+} \right\} < \omega_c < \min \left\{ \frac{1}{10} \cdot \omega_n, \frac{1}{10} \cdot \omega_2, \frac{1}{2} \cdot \omega_\tau, \frac{1}{2} \cdot \omega_{\zeta+} \right\}$$

$\uparrow$  konservativer mit 5  $\uparrow$  konservativer mit  $\frac{1}{5}$