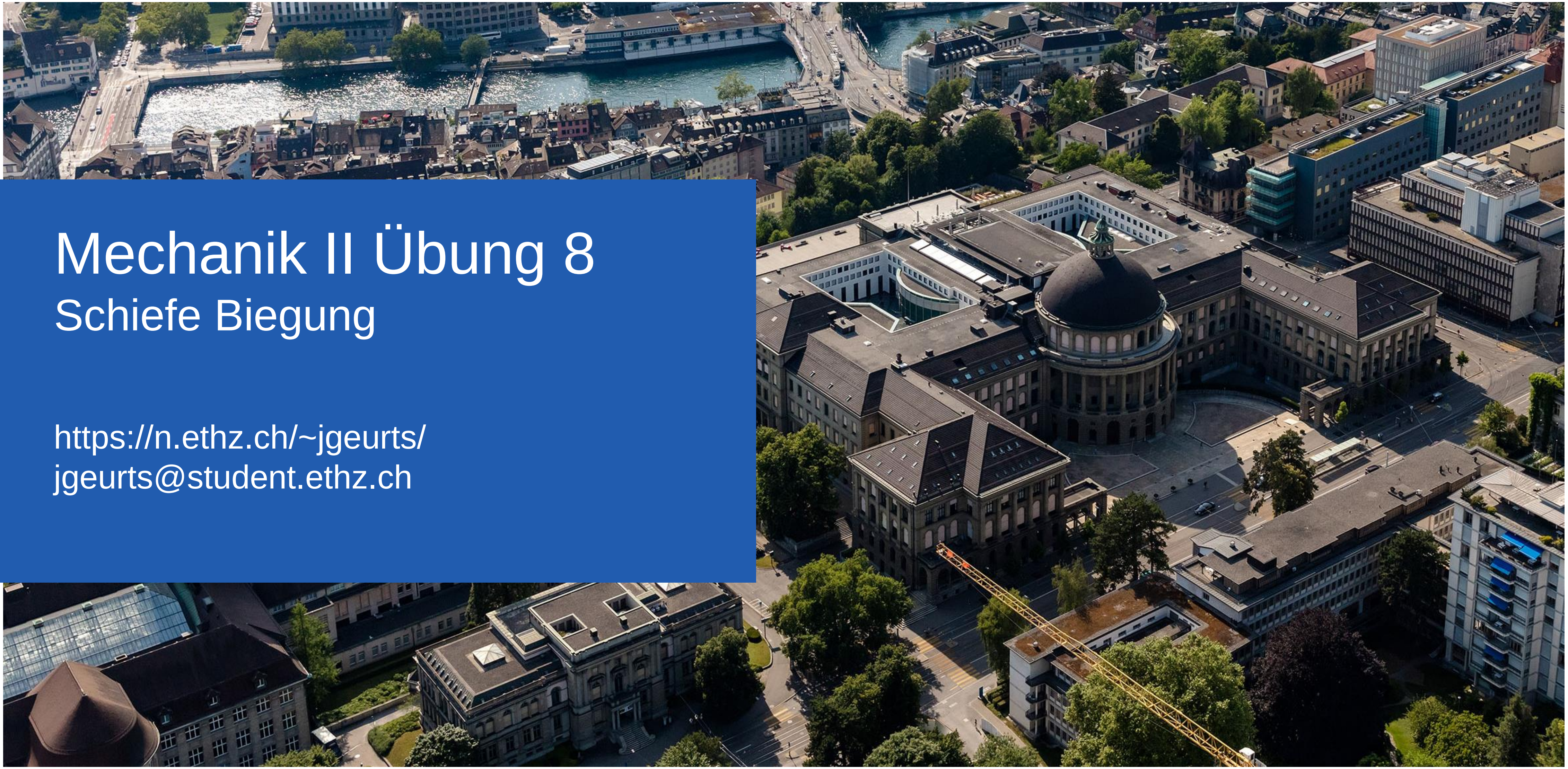


Mechanik II Übung 8

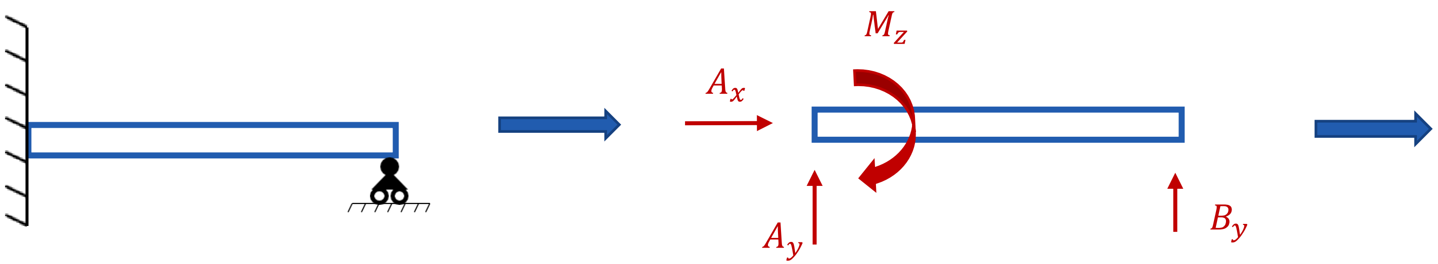
Schiefe Biegung

https://n.ethz.ch/~jgeurts/
jgeurts@student.ethz.ch

Statisch unbestimmte Systeme

Recap

- Problem: mehr Einschränkungen(Lagerkräfte) als Gleichungen -> überbestimmt



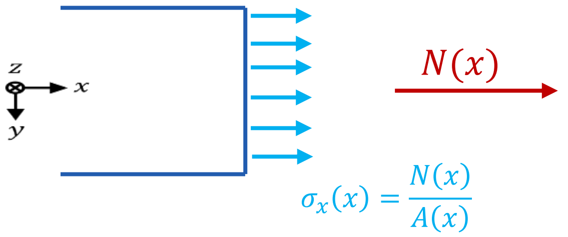
3 Gleichungen: $\sum_i F_x, F_y, M_z = 0$
4 Unbekannte: $A_y,\ A_x,\ M_z,\ B_y$
-> nicht eindeutig lösbar!!!

- Vorgehen:
  1. Alle überflüssigen Auflager “entfernen” und durch “bekannte” Kraft F_i ersetzten -> statisch bestimmt
  2. Lösen des stat. best. System in Abhängigkeit der “bekannten” Kraft
     - $A_y = A_y(F_i) \ldots \rightarrow M_z = A_z(x, F_i), \rightarrow v = v(x, F_i), u = u(x, y, F_i)$
  3. Kraft F_i durch Randbedingunen der Verschiebung herausfinden

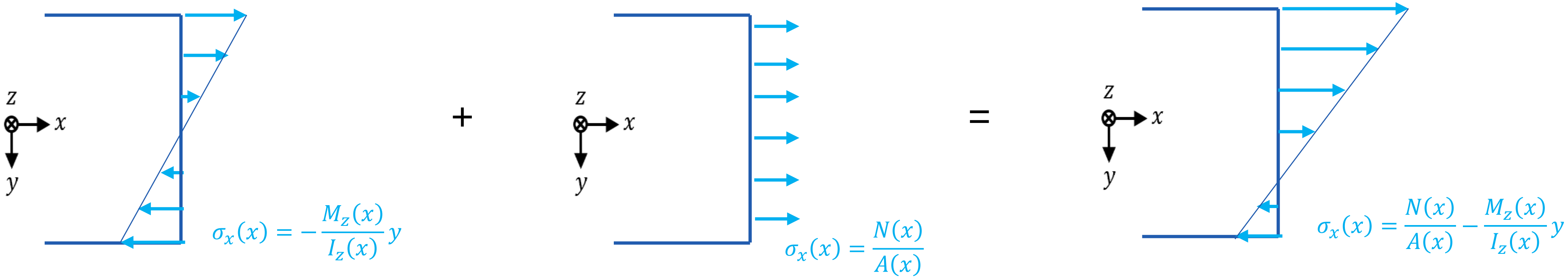
Allgemeine Biegung

Recap

- Letzte Woche nur Biegung um die z-Achse:
  - Biegung:
    - $v_0''(x) = \frac{M_z(x)}{EI_z} y \rightarrow \sigma(x,y) = -\frac{M_z(x)}{I_z} y, \qquad u_0'(x) = -y \cdot v_0'(x)$
  - Normalspannung:
    - $\sigma_x(x) = \frac{N(x)}{A(x)} \rightarrow \varepsilon_x(x) = \frac{N(x)}{EA(x)} = u_0'(x)$



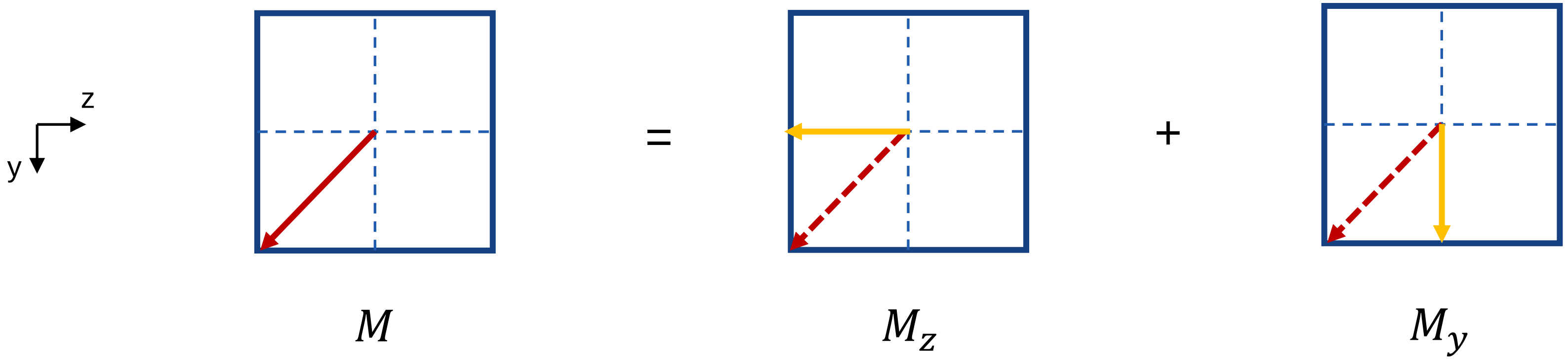
  - Superposition:



Schiefe Biegung

Lösung

- Ganz Allgemein in 3D:
  - Moment aufteilen auf zwei Achsen



- $\sigma_x(x) = \frac{N(x)}{A(x)} - \frac{M_z(x)}{I_z} y + \frac{M_y(x)}{I_y} z$
- $u_0'(x) = \frac{N(x)}{EA(x)}, \quad v_0''(x, y) = \frac{M_z(x)}{EI_z} y, \quad w_0''(x, z) = -\frac{M_y(x)}{EI_y} z$

Schiefe Biegung

Abschluss

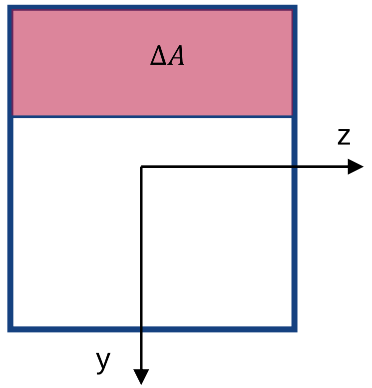
- Kochrezept:
  - Aufteilen (Projizieren) auf Hauptachsen
  - I_y und I_z berechnen
  - Superposition
  - Maximale Beanspruchung berechnen

- Nice to know:
  - Beziehung zwischen $w_0(x)$ und $u\_(x,z)$: $u(x,z) = \frac{dw_0(x)}{dx} z$
  - Schnellübung 1 als Beispiel

Schubspannungen - Vollquerschnitt

Lösung

- Tangentialspannungen aufgrund von Querkräften:
  - Herleitung auf Zusatz Slides
- Lösung:
  - $\tau_{xy}(y) = -\left(\frac{Q_y}{I_z}\right) \cdot \frac{1}{b(y)} \cdot \int_{\Delta A} \eta \cdot dA = -\left(\frac{Q_y}{I_z}\right) \cdot \frac{H_z(y)}{b(y)}$
  - Statisches Moment: $H_z(y) = \int_{\Delta A} \eta \cdot dA$
  - Vorsicht Vorzeichen Konvention!!!
    - Immer von oben
    - Wenn von unten Vorzeichenwechsel
  - $H_z(y) = \int_{\Delta A} \eta \cdot dA$ ist eine **Funktion** keine Konstante!!
  - An den Extremstellen ist $H_z(y) = 0$!!!



Schubspannungen – Dünnwangider Querschnitt

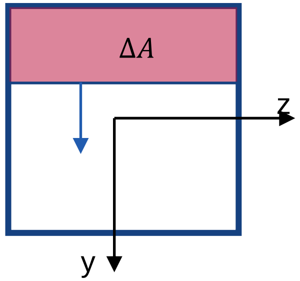
Lösung

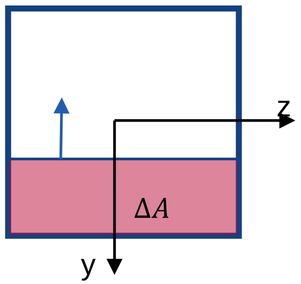
- Tangentialspannungen aufgrund von Querkräften:
  - Herleitung auf Zusatz Slides
- Lösung:
  - $\tau_{xy}(y) = -\left(\frac{Q_y}{I_z}\right) \cdot \frac{1}{e(s)} \cdot \int_{\Delta A(s)} \eta \cdot dA = -\left(\frac{Q_y}{I_z}\right) \cdot \frac{H_z(s)}{e(s)}$
  - Statisches Moment: $H_z(s) = \int_{\Delta A(s)} \eta \cdot dA$
  - Vorsicht Vorzeichen Konvention!!!
    - Wasserfluss Analogie
  - $H_z(s) = \int_{\Delta A(s)} \eta \cdot dA$ ist eine **Funktion** keine Konstante!!
  - An den Extremstellen ist $H_z(s) = 0$!!!
- Wichtig:
  - KOS im Schwerpunkt der Geometrie!!!

Statisches Moment

Tipps

- Klassische Definition:
  - $H_z(s) = \int_{\Delta A(s)} \eta \cdot dA$
- Alternativer Weg: (Beispiel auf Zusatz Slides)
  - $H_z(y) = y_s(\eta) \cdot \Delta A(\eta)$ bzw. $H_z(s) = y_s(s) \cdot \Delta A(s)$
  - $y_s(y)$ = Schwerpunkt der Teilfläche $\Delta A(y)$
- Superposition:
  - $H_{ges} = H_1 + H_2 + H_3 + \cdots$
- Vorzeichen:
  - H_1 = $-H_2$





Tipps

- H1:
  - Wie S1
- H2:
  - Wasserfluss
- H3:
  - Wie S2

Fragen?