

Regelungstechnik II FS 2020

PID Tuning, Prädiktive Regelung

Autoren: C. Küttel, Dozent: L. Guzzella, Vorlesungsnummer: 151-0591-00

Zusammenfassung Vorlesung 1

Buch Kapitel 11

Bei Fragen: hrffael@ethz.ch, pduhr@ethz.ch, 19. Februar 2020

1 PID - Recap

Im Zeitbereich besteht die Reglerstruktur aus 3 additiven Termen: Proportional, Integral, und Derivative.

$$u_{\text{PID}}(t) = k_p \cdot \left(\underbrace{e(t)}_{\text{P-Term}} + \underbrace{\frac{1}{T_i} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\text{I-Term}} + \underbrace{T_d \cdot \frac{d}{dt} e(t)}_{\text{D-Term}} \right)$$

Im Frequenzbereich wird der Regler mit einem roll-off Term erweitert. Der roll-off Term dient zur Unterdrückung von Rauschen (hohe Frequenzen) und macht den Regler kausal.

$$C_{\text{PID}}(s) = k_p \cdot \left(\underbrace{\frac{T_d \cdot T_i \cdot s^2 + T_i \cdot s + 1}{T_i \cdot s}}_{\text{nicht kausal}} \right) \cdot \frac{1}{(\tau \cdot s + 1)^2}$$

In Regelungstechnik 1 wurde das Ziegler-Nichols-Verfahren zur Bestimmung von Werten für k_p , T_i und T_d eingeführt. Im Folgenden werden zwei weitere Verfahren illustriert.

2 Åström-Hägglund Verfahren

Ähnlich wie beim Ziegler-Nichols-Verfahren will man mit dem Åström-Hägglund-Verfahren die Parameter k_p , T_i und T_d finden. Dieses Verfahren gilt als Verallgemeinerung des Ziegler-Nichols-Verfahrens. Zuerst wird die Verstärkung eines reinen P-Reglers eingestellt, sodass das System bei k_p^* mit der Periode T^* grenzstabil oszilliert. Zusätzlich braucht man nun die statische Verstärkung $|P(0)|$. Man kann bei diesem Verfahren wählen, ob man einen aggressiven Regler ($\mu_{\min} \approx 0.5$) oder einen robusten Regler ($\mu_{\min} \approx 0.7$) will.

Die gegebenen Größen parametrieren den PID Regler:

$$\underbrace{\{k_p^*, T^*, |P(0)|, \mu_{\min}\}}_{\text{gegeben}} \rightarrow \underbrace{\{k_p, T_i, T_d\}}_{\text{gesucht}}$$

x	$\mu_{\min} = 0.7$			$\mu_{\min} = 0.5$		
	$\alpha_{0,x}$	$\alpha_{1,x}$	$\alpha_{2,x}$	$\alpha_{0,x}$	$\alpha_{1,x}$	$\alpha_{2,x}$
k_p/k_p^*	0.053	2.90	-2.60	0.13	1.90	-1.30
T_i/T^*	0.900	-4.40	2.70	0.90	-4.40	2.70

Tabelle 1: Åström-Hägglund Koeffizienten für PI - Regler.

x	$\mu_{\min} = 0.7$			$\mu_{\min} = 0.5$		
	$\alpha_{0,x}$	$\alpha_{1,x}$	$\alpha_{2,x}$	$\alpha_{0,x}$	$\alpha_{1,x}$	$\alpha_{2,x}$
k_p/k_p^*	0.33	-0.31	-1.00	0.72	-1.60	1.20
T_i/T^*	0.76	-1.60	-0.36	0.59	-1.30	0.38
T_d/T^*	0.17	-0.46	-2.10	0.15	-1.40	0.56

Tabelle 2: Åström-Hägglund Koeffizienten für PID - Regler.

Die PID Parameter x berechnen sich mit folgender allgemeiner Formel:

$$x = \alpha_{0,x} \cdot e^{\alpha_{1,x} \cdot \kappa + \alpha_{2,x} \cdot \kappa^2}, \quad \kappa^{-1} = |P(0)| \cdot k_p^* \quad (1)$$

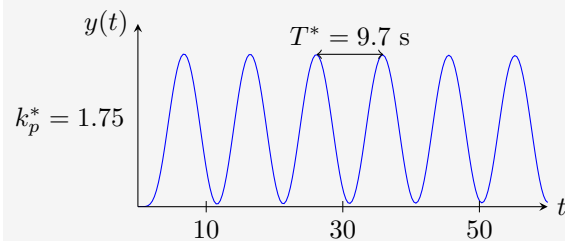
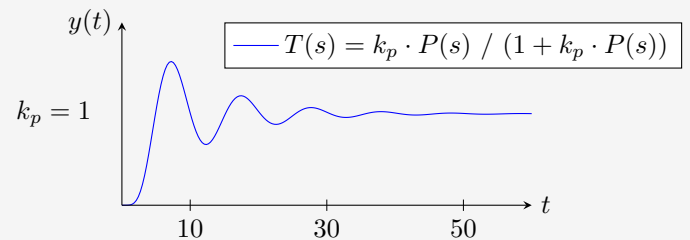
$$x \in \{k_p/k_p^*, T_i/T^*, T_d/T^*\}$$

Beispiel: Åström - Hägglund

Folgendes System ist gegeben:

$$P(s) = \frac{1}{(s^2 + s + 1)(s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1)} \quad (2)$$

Zuerst werden $\{k_p^*, T^*, |P(0)|, \mu_{\min}\}$ gefunden. $|P(0)| = 1$ aus Gl. (2) ersichtlich. Der Regler soll robust sein ($\mu_{\min} = 0.7$). Erhöhung von $k_p = 1$ auf $k_p^* = 1.75$, gibt $T^* = 9.7$ s:



Es wird ein PI - Regler mit Gl. (1) ausgelegt:

$$\kappa = 1/(|P(0)| \cdot k_p^*) \approx 0.57$$

$$k_p = 0.053 \cdot e^{2.9 \cdot \kappa - 2.6 \cdot \kappa^2} \cdot k_p^* \approx 0.21$$

$$T_i = 0.9 \cdot e^{-4.4 \cdot \kappa + 2.7 \cdot \kappa^2} \cdot T^* \approx 1.71 \text{ s}$$

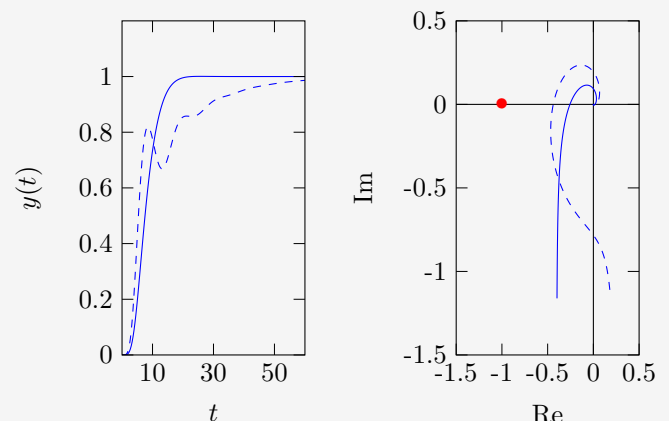


Abb. 1: Sprungantwort links, Nyquist-Diagramm des open-loop gain $L(j\omega)$ rechts. Ziegler-Nichols Auslegung schraffiert, Åström-Hägglund solide.

Vorsicht! Oftmals ergibt die Åström-Hägglund Methode bessere Resultate als die Ziegler-Nichols Methode. Dies ist jedoch nicht immer der Fall.

3 Direktspezifikationen

Bei der Direktspezifikation wählt man die Durchtrittsfrequenz ω_c , die Phasenreserve φ und die Steigung ψ der Übertragungsfunktion $L(j\omega) = P(j\omega) \cdot C(j\omega)$. Bei der gewünschten Durchtrittsfrequenz gilt:

$$P(j\omega_c) = r_P \cdot e^{j \cdot \varphi_P}, \quad r'_P = \left. \frac{\partial r_P(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_c}, \quad \varphi'_P = \left. \frac{\partial \varphi_P(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_c}$$

Gegebene Anforderungen an $L(j\omega)$ und Steckeneigenschaften von $P(j\omega)$ können in Anforderungen an den Regler umgerechnet werden. Bei gegebener PID-Reglerstruktur können diese Anforderungen in Anforderungen an die Reglerparameter umgerechnet werden:

$$\underbrace{\{r_P, \varphi_P, r'_P, \varphi'_P, \omega_c, \varphi, \psi\}}_{\text{gegeben}} \rightarrow \{k_p, T_i, T_d\}$$

$$k_p = -\frac{1}{r_P} \cos(\varphi - \varphi_P)$$

$$T_d = \frac{1}{2} \cdot \left(\tan(\psi - \varphi_P) \left(\frac{r'_P}{r_P} - \varphi'_P \tan(\varphi - \varphi_P) \right) \right. \\ \left. + \tan(\varphi - \varphi_P) \left(\frac{1}{\omega_c} - \frac{r'_P}{r_P} \right) - \varphi'_P \right)$$

$$T_i = (T_d \cdot \omega_c^2 - \tan(\varphi - \varphi_P) \cdot \omega_c)^{-1}$$

Vorsicht! Dieses Verfahren produziert nicht immer sinnvolle Lösungen $\{k_p, T_i, T_d\}$. Insbesondere müssen die gewünschten Grössen $\{\omega_c, \varphi, \psi\}$ sinnvoll gewählt werden. Ausserdem ist die Stabilität mit diesem Verfahren nicht garantiert. Bei den gegebenen Formeln muss die Phase in Radian eingesetzt werden!

4 Totzeit - Recap

Ein geschlossener Regelkreis kann Totzeiten im Regler und/oder in der Regelstrecke haben.

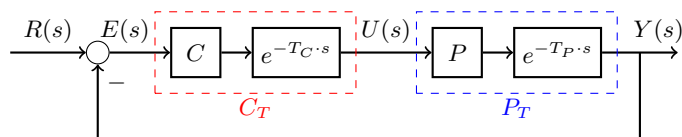


Abb. 2: Regelstruktur mit Totzeiten T_G und T_P

Die totale Totzeit lautet:

$$e^{-Ts} = e^{-T_C s} \cdot e^{-T_P s} = e^{-(T_C + T_P)s}$$

Eine Totzeit ist signifikant, falls sie gross ist relativ zur Zeitkonstante τ des Systems:

$$\frac{T}{T + \tau} > 0.3 \quad \rightarrow \quad \text{Totzeit signifikant}$$

Standard PID-Regler eignen sich nicht gut für Systeme mit grosser Totzeit. Deswegen wurden prädiktive Regler entwickelt. Die Grundidee solcher Regler ist, dass ein noch so komplexer kausaler Regler die Totzeit von der Systemantwort $y(t)$ nicht entfernen kann. Deshalb müssen geschlossene Regelkreisgrössen ($T(s)$, $S(s)$) zwangsläufig dieselbe Totzeit beinhalten. Im Folgenden werden zwei prädiktive Regler beschrieben.

5 Prädiktiver PI Regler für einfache Regelstrecken

Man geht von einer Regelstrecke erster Ordnung mit Totzeit aus:

$$P(s) \approx \frac{k}{\tau s + 1} \cdot e^{-Ts}$$

Man wünscht eine komplementäre Sensitivität erster Ordnung mit einstellbarer Zeitkonstante (durch den Parameter σ) und gleicher Totzeit:

$$T^*(s) = \frac{1}{s\sigma\tau + 1} \cdot e^{-sT} = \frac{L}{1 + L}$$

Auflösen nach L ergibt:

$$L = \frac{T^*}{1 - T^*} \Rightarrow C = \frac{T^*}{P(1 - T^*)}$$

Einsetzen von T^* und P liefert:

$$C(s) = \frac{\tau \cdot s + 1}{k \cdot (\sigma \cdot \tau \cdot s + 1 - e^{-T \cdot s})}$$

Die Eingangsgrösse $U(s)$ lautet somit:

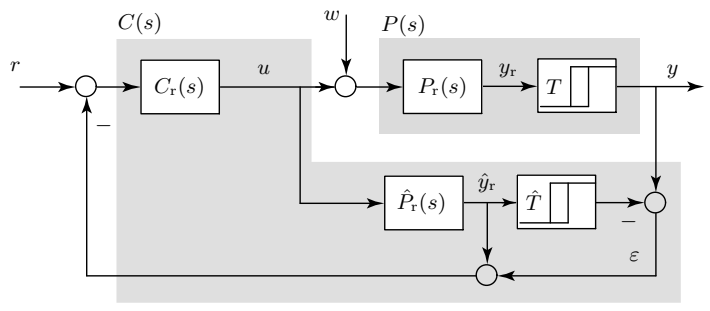
$$U(s) = \underbrace{\frac{1}{\sigma k} \left(1 + \frac{1}{\tau s} \right) E(s)}_{\text{PI-Regler}} - \underbrace{\frac{1}{\sigma \tau s} (1 - e^{-Ts}) U(s)}_{\text{Prädiktive Korrektur}}$$

Falls $T = 0$ wird die prädiktive Korrektur 0 und der resultierende Eingang wird zu einem einfachen PI - Regler.

6 Smith Predictor

Beim Smith Predictor nimmt man an, dass die Regelstrecke einen rationalen Teil und eine Totzeit hat:

$$P(s) = P_r(s) \cdot e^{-Ts}$$



Falls man eine perfekte Schätzung der Regelstrecke hat ($P_r(s) = \hat{P}_r(s)$, $T = \hat{T}$) und keine Störung ($w = 0$) vorhanden ist, resultiert folgende komplementäre Sensitivität:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = e^{-sT} \cdot \frac{P_r(s)C_r(s)}{1 + P_r(s)C_r(s)} = e^{-sT} \cdot T_r(s) \quad (3)$$

Das heisst, die Form der Systemantwort $y(t)$ ist dieselbe wie die des rationalen Systems ohne Totzeit ($T_r(s)$). Jedoch ist sie um die Totzeit verschoben (e^{-sT}). Dies wird an der Regelstruktur ersichtlich. Für $P_r(s) = \hat{P}_r(s)$, $T = \hat{T}$, $w = 0$ wird $\varepsilon = 0$. In dem Fall wird das unverschobene perfekt geschätzte Signal \hat{y}_r rückgeführt, und somit wird die Totzeit überbrückt. Modellfehler und Störungen ($P_r(s) \neq \hat{P}_r(s)$, $T \neq \hat{T}$, $w \neq 0$) werden durch das Fehlersignal $\varepsilon \neq 0$ kompensiert. In diesem Fall werden die Übertragungsfunktionen jedoch um einiges komplizierter als Gl. (3).