Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

DHEST
Department of
Health Sciences and Technology

Biomechanik I (BMI / 376-0001-00S)

Prof. J. Snedeker

Basisprüfung **10. August 2015 / 14:00 – 16:30** **FS 2015**

Name: ***Vorname:*** ***ETH-Nummer:*** ***Studiengang:***

Bitte leer lassen:

	Assistent	Aufg. 1 *Punkte*	Aufg. 2 *Punkte*	Aufg. 3 *Punkte*	Aufg. 4 *Punkte*	Total *Punkte*	Note
1. Korrektur							
2. Korrektur							

Bitte erst nach Aufforderung öffnen!

Ordnungsvorschriften:

1.1 Keine roten oder grünen Farben verwenden

1.2 Für jede Aufgabe ist ein separates Blatt zu verwenden, welches mit Namen, ETH- und Aufgabennummer zu beschriften ist (zugelassen ist nur das zur Verfügung gestellte Papier)

1.3 **Lösungsteile auf dem Aufgabenbogen werden nicht bewertet.** Skizzen müssen auf das Lösungsblatt abgezeichnet oder die abgegebenen Skizzenblätter verwendet werden.

2.1 Lösungsweg und Resultat müssen vollständig nachvollziehbar sein

2.2 Pro Aufgabe oder Teilaufgabe darf nur ein Lösungsweg angegeben werden (bei Mehrfachlösungen oder –Resultaten wird die Aufgabe oder entsprechende Teile davon in jedem Fall als falsch bewertet).

2.3 Es empfiehlt sich, Resultate zuerst formal herzuleiten, dann zu vereinfachen und am Schluss falls notwendig numerisch auszuwerten.

2.4 **Alle gefragten Resultate müssen doppelt unterstrichen sein.**

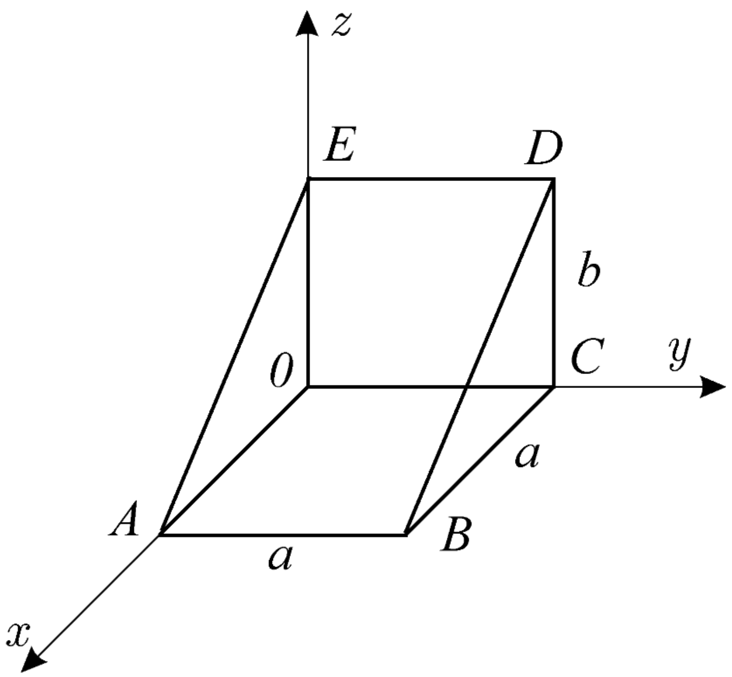
3.1 Durchgestrichene oder unleserliche/nicht eindeutige Lösungsteile werden nicht bewertet.

3.2 Skizzen müssen leserlich und interpretierbar sein, um bewertet zu werden.
(Empfehlung: mit spitzem Bleistift, Farbstiften, Radiergummi, Lineal, Geometriedreieck und Zirkel arbeiten).

4 Bei einem Täuschungsversuch kommt die Disziplinarordnung der ETH zur Anwendung; unter anderem kann die Prüfung für nicht bestanden erklärt werden.

Aufgabe 1 - Kinematik 3D (16 Punkte)

Gegeben sei ein Dreiecksprisma gemäss Skizze mit den geometrischen Dimensionen a und b. An diesem Prisma greift eine Kräftegruppe an, von welcher folgendes bekannt ist:



$$F_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$F_C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F_E = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie die Dyname im Punkt O

b) Berechnen Sie die Dyname im Punkt A

c) Ermitteln Sie a in Abhängigkeit von b so, dass die Kräftegruppe zu einer Einzelkraft statisch äquivalent ist.

d) Im Folgenden seien nun die Geschwindigkeiten in den Punkten C und E bekannt und gegeben:

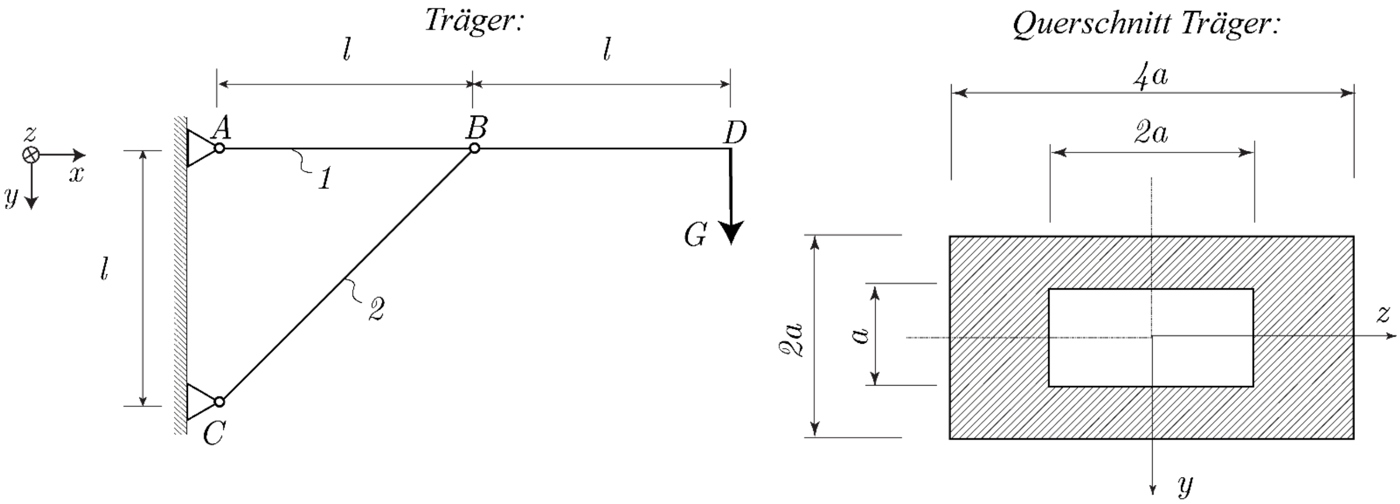
$$v_C = \begin{pmatrix} 0 \\ vk_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \; v_E = \begin{pmatrix} vk_1 \\ vk_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ausserdem weiss man, dass die Bewegungsachse der momentanen Bewegung in der *xy*-Ebene liegt. Berechnen Sie die Rotationsgeschwindigkeit des Körpers. Um was für einen Bewegungszustand handelt es sich?

e) Berechnen Sie die Gesamtleistung des Systems mit den gegebenen Grössen

Bitte wenden: Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgabe 2 – Beanspruchung (21 Punkte)



Das abgebildete System besteht aus zwei starren Trägern, welche sowohl in A wie auch in C gelenkig gelagert und in Punkt B gelenkig verbunden sind. An Ende des Stabes 1 in Punkt D zieht eine Kraft mit Betrag G in y-Richtung nach unten. Der Querschnitt des oberen Körpers ist ebenfalls in der Skizze abgebildet. Alle bekannten Grössen sind in der Skizze eingezeichnet.

Geben Sie alle Resultate in Funktion von den bekannten Grössen (Kräfte, Längen etc.) an

a) Berechnen Sie die Lagerkräfte in den Punkten A, B und C

b) Bestimmen Sie die Beanspruchung des oberen Trägers als Funktion einer Laufvariablen $x \in [0,2l]$ und geben Sie an, wo (in x und y Richtung) sich das maximale Biegemoment (bez. Biegespannung) befindet.

c) Berechnen Sie das Flächenträgheitsmoment I_z des Trägers.

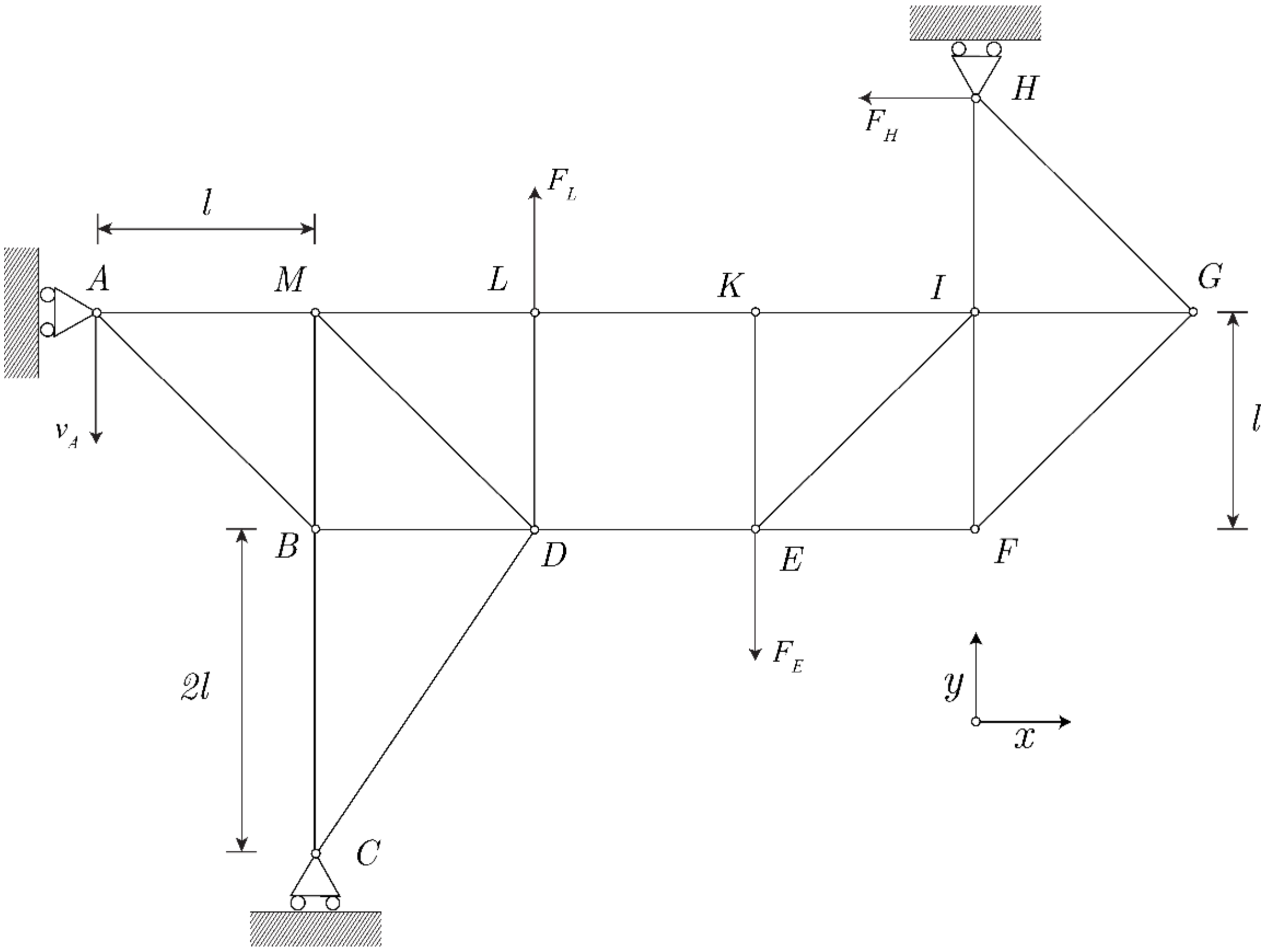
d) Berechnen Sie anhand der berechneten Grössen die maximalen Zug- und Druckspannungen im Träger.

e) Geben Sie eine Bedingung für die Dimension a an, damit sich die Länge infolge Zugspannung des Trägers 1 bei Punkt ***B*** um nicht mehr als 10% ändert. (Verwenden sie die berechneten Spannungen aus Aufgabe d)

Bitte wenden: Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgabe 3 - Kinematik 2D (16 Punkte)

Das abgebildete Fachwerk besteht aus 19 starren Stäben mit gegebener Länge, welche reibungsfrei gelenkig miteinander verbunden sind. Am System greifen die Kräfte $\boldsymbol{F_E}$, $\boldsymbol{F_H}$ und $\boldsymbol{F_L}$ in den eingezeichneten Richtungen an. Alle Kräfte haben den Betrag $\boldsymbol{F}$



a) Markieren und nummerieren Sie die vier Starrkörper des Systems

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten in den Punkten **C, D, E, H, K, L** in Funktion von $\boldsymbol{v_A}$ (gegeben) und $\boldsymbol{L}$. Geben Sie entweder den Betrag und die Richtung in der Zeichnung an (Winkel auch angeben) oder berechnen Sie die Geschwindigkeiten in vektorieller Form.

c) Bestimmen und bezeichnen Sie die Momentanzentren $\boldsymbol{M_i}$ sowie die entsprechenden Rotationsschnelligkeiten $\boldsymbol{\omega_i}$ der vier Starrkörper

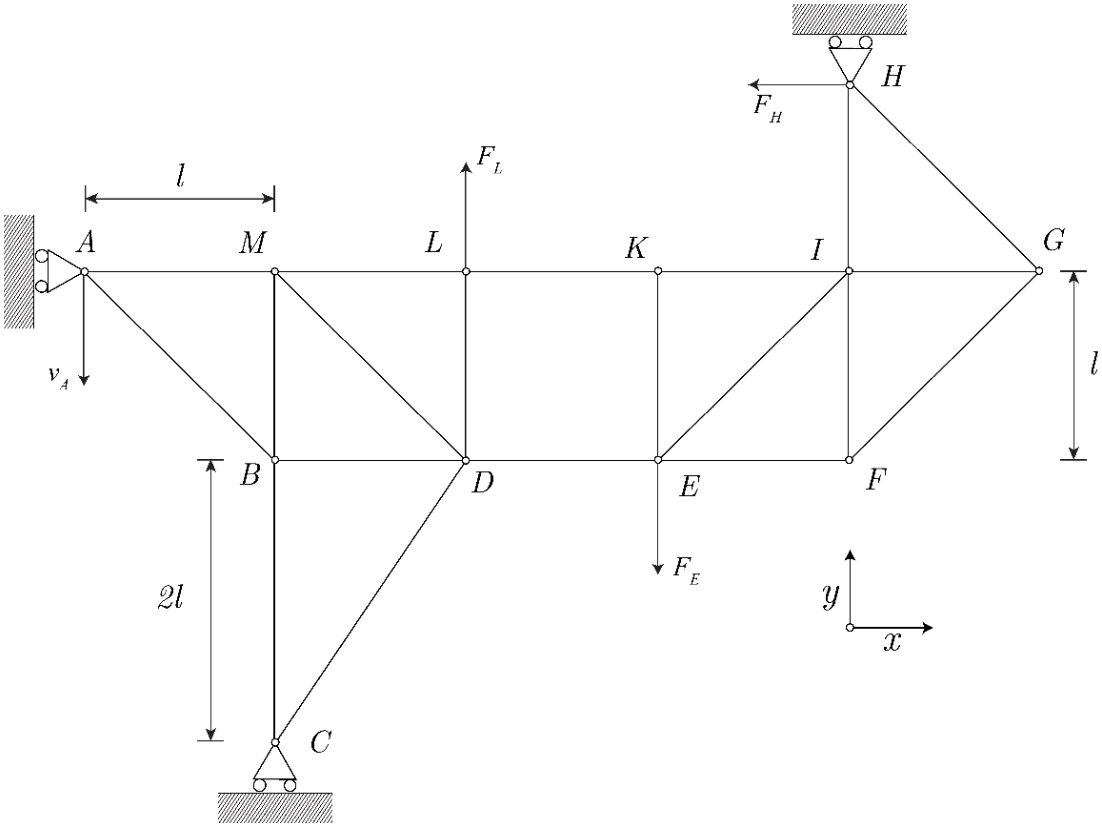
d) Berechnen Sie die Gesamtleistung der Kräfte bei gegebenem Bewegungszustand.

e) Um das Fachwerk zu stützen, wurde nun ein **Stab DK** eingebaut. Berechnen Sie mittels des Prinzips der virtuellen Leistung (PdvL) die Stabkraft im **Stab DK**. Handelt es sich um einen Zug- oder Druckstab? Begründung angeben.

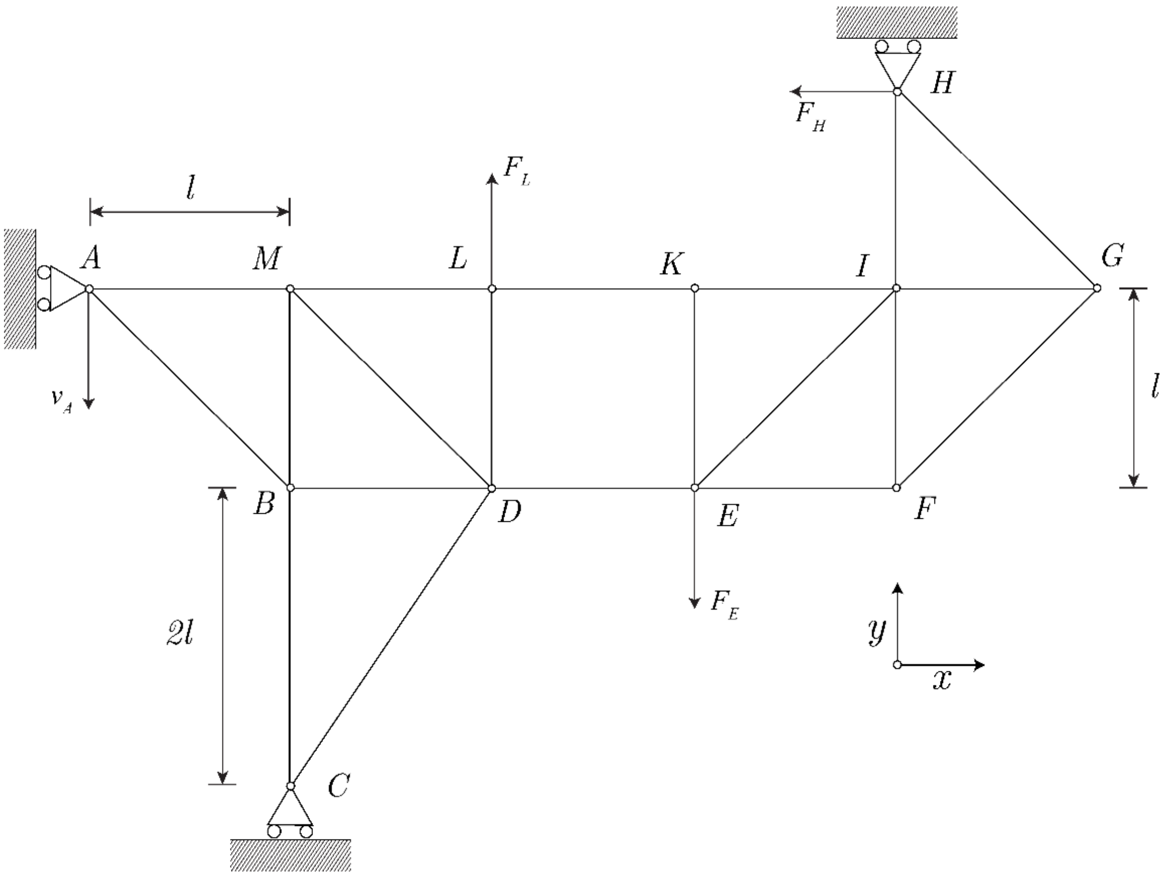
Verwenden Sie die Skizzen auf der Nächsten Seite!

Bitte wenden: Fortsetzung auf der nächsten Seite

Arbeitsskizze:



Reserveskizze (wird nur korrigiert, falls die obere Skizze als ungültig markiert wird):

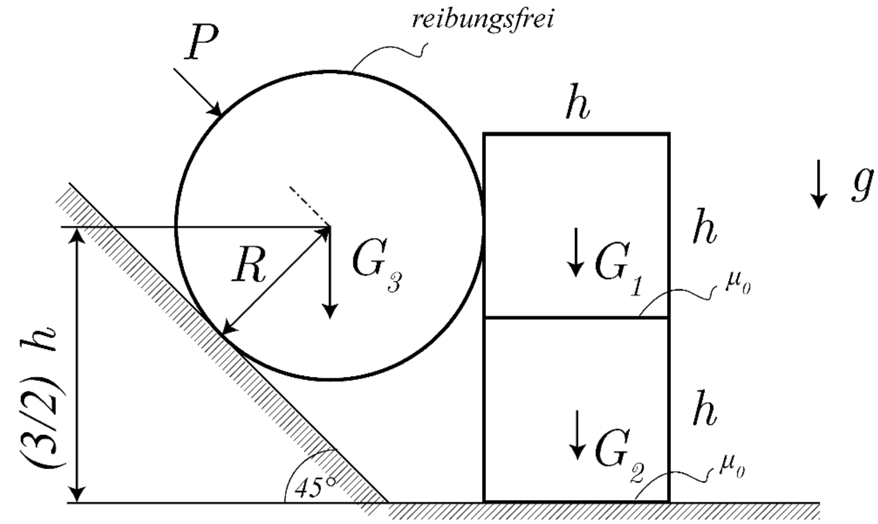


Bitte wenden: Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgabe 4 – Reibung (15 Punkte)

Zwei quadratische Platten mit Seitenlängen ***h*** sind übereinander auf einer horizontalen Ebene gelagert. Eine Rolle mit Radius R ist zwischen einer schiefen, um 45° geneigten Ebene und den zwei Platten so eingeklemmt, dass sie die obere Platte in einer Höhe von ***h/2*** berührt. Der Kontakt zwischen der horizontalen Ebene und der Platte sowie der Kontakt zwischen den Platten ist reibungsbehaftet mit gegebenem Haftreibungskoeffizient $\boldsymbol{\mu_0}$. Die beiden Kontakte der Rolle sind reibungsfrei.

Alle drei Körper haben eine jeweilige Gewichtskraft ***G1, G2*** oder ***G3*** welche durch die Erdbeschleunigung g vertikal nach unten wirken (siehe Skizze). An der Rolle greift ebenfalls eine Kraft mit Betrag ***P*** parallel zur schiefen Ebene mit Abstand ***R*** wie gezeigt an.



Geben Sie alle Resultate in Funktion von den bekannten Grössen (Kräfte, Längen etc.) an

a) Schneiden Sie die einzelnen Körper frei und bestimmen Sie alle angreifenden Kräfte sowie die Kraftangriffspunkte.

b) Welche Bedingungen muss ***P*** erfüllen, damit das System in Ruhe bleibt?

c) Im Folgenden sei $\boldsymbol{\mu_0}$ gross genug, damit das System in Ruhe ist. Ausserdem gilt ***G2 = G1 =G.*** Wenn nun die Kraft ***P*** beliebig erhöht wird, welcher der beiden Quader würde zuerst kippen?

d) Welche Bedingungen muss ***G3*** erfüllen, damit keiner der Quader kippt?

Dies ist die letzte Aufgabe der Prüfung