Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Biomechanik I

für D-HEST

Musterlösung

Prof. Jess Snedeker — Schnellübung 6 — FS19

Aufgabe 1

Gegeben:

Gewicht G

Seitenlänge l

Kraft F

Gesucht:

a) Lagerkräfte

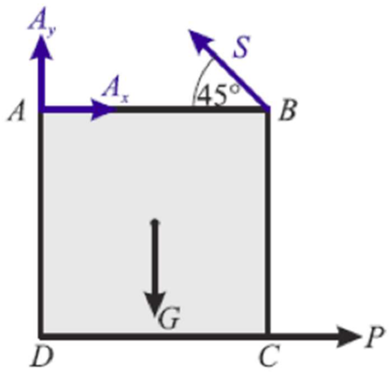
b) P, sodass Ruhe

a) System Freischneiden:

$$\sum F_x : A_x - \frac{\sqrt{2}}{2}S + P \overset{!}{=} 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y : A_y + \frac{\sqrt{2}}{2}S - G \overset{!}{=} 0 \qquad (2)$$

$$\sum M_z^A : \frac{\sqrt{2}}{2}Sl + Pl - \frac{l}{2}G \overset{!}{=} 0 \qquad (3)$$



Gleichungssystem auflösen:

$$\text{aus (3): } S = -\sqrt{2}P + \frac{\sqrt{2}}{2}G \qquad (4)$$

$$\text{aus (2) mit (4): } A_y = -\frac{\sqrt{2}}{2}(-\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}G) + G = P + \frac{1}{2}G \qquad (5)$$

$$\text{aus (1) mit (4): } A_x = \frac{\sqrt{2}}{2}(-\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}G) + G = -2P + \frac{1}{2}G \qquad (6)$$

b) Die Seilkraft S wurde beim Freischneiden als Zugkraft ($S > 0$) eingeführt. Die Platte ruht solange das Seil nicht auf Druck belastet wird, d.h. Ruhe ist gegeben, solange $S > 0$ gilt. Diese Bedingung mathematisch formuliert:

$$-\sqrt{2}P + \frac{\sqrt{2}}{2}G > 0 \quad \rightarrow \quad P < \frac{1}{2}G$$

Aufgabe 2

Gegeben:

Gewicht G

Länge L

Gesucht:

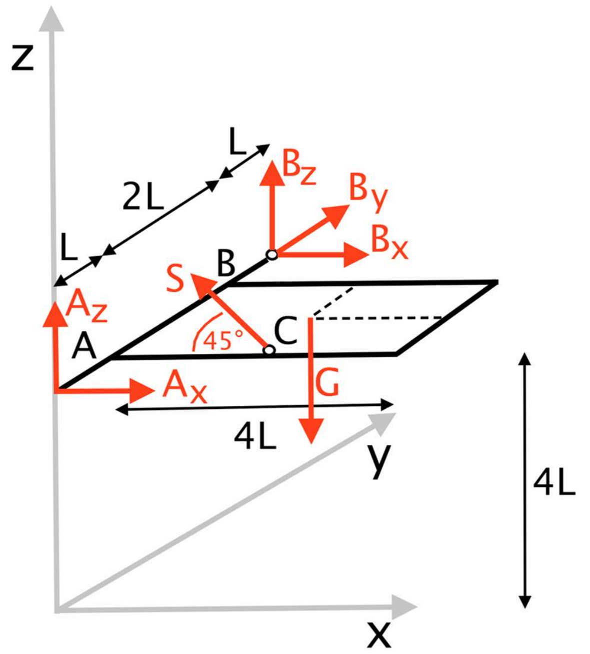
a) Schwerpunkt Platte

b) Lagerkräfte und Seilkraft

a) Der Schwerpunkt der Platte in Abhängigkeit des Koordinatenursprunges befindet sich bei:

$$S_{Platte} = \begin{pmatrix} 2L \\ 2L \\ 4L \end{pmatrix}$$

b)



$$\sum F_x : A_x + B_x - \cos(45) \cdot S \stackrel{!}{=} 0$$

$$\sum F_y : B_y \stackrel{!}{=} 0$$

$$\sum F_z : A_z + B_z + sin(45) \cdot S - G \stackrel{!}{=} 0$$

Momentengleichgewicht in Punkt B:

$$\vec{M}^B = \begin{pmatrix} M_x^B \\ M_y^B \\ M_z^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2L \\ -2L \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -G \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2L \\ -3L \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\cos(45) \cdot S \\ 0 \\ \sin(45) \cdot S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -4L \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_x \\ 0 \\ A_z \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 2LG \\ 2LG \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3L\frac{\sqrt{2}}{2}S \\ -2L\frac{\sqrt{2}}{2}S \\ -3L\frac{\sqrt{2}}{2}S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4L \cdot A_z \\ 0 \\ 4L \cdot A_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

aus (M_y^B): $\quad 2LG = 2L\dfrac{\sqrt{2}}{2}S \quad \rightarrow \quad S = \sqrt{2}G$

aus (M_z^B): $\quad 3L\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2}G) = 4L \cdot A_x \quad \rightarrow \quad A_x = \dfrac{3}{4}G$

aus (F_x): $\quad \dfrac{3}{4}G + B_x - \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2}G) = 0 \quad \rightarrow \quad B_x = \dfrac{1}{4}G$

aus (M_x^B): $\quad 2LG - 3L\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2}G) - 4LA_z = 0 \quad \rightarrow \quad A_z = -\dfrac{1}{4}G$

aus (F_z): $\quad (-\dfrac{1}{4}G) + B_z + \dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2}G) - G = 0 \quad \rightarrow \quad B_z = \dfrac{1}{4}G$

aus (F_y): $B_y = 0$

Aufgabe 3

Gegeben:

Gewicht G

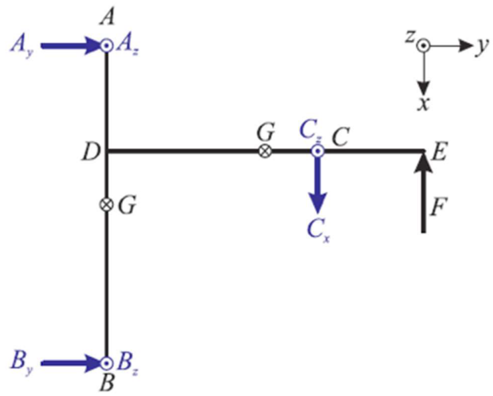
2 Stäbe Länge 3L

Kraft F in E

Gesucht:

a) Lagerkräfte bestimmen

a)



$$\sum F_x : C_x - F \stackrel{!}{=} 0$$
$$\sum F_y : A_y + B_y \stackrel{!}{=} 0$$
$$\sum F_z : A_z + B_z + C_z - G - G \stackrel{!}{=} 0$$

$$\sum M_x^A : 2LC_z - \frac{3}{2}LG \stackrel{!}{=} 0$$
$$\sum M_y^A : -3LB_z - LC_z + LG + \frac{3}{2}LG \stackrel{!}{=} 0$$
$$\sum M_z^A : 3LB_y - 2LC_x + 3LF \stackrel{!}{=} 0$$

Gleichungssystem lösen:

aus (M_x^A): $\quad C_z = \frac{3}{4}G$

aus (M_y^A): $\quad B_z = -\frac{3}{12}G + \frac{1}{3}G + \frac{1}{2}G = \frac{7}{12}G$

aus (F_z): $\quad A_z = 2G - \frac{7}{12}G - \frac{3}{4}G = \frac{2}{3}G$

aus (F_x): $C_x = F$

aus (M_z^A): $\quad B_y = \frac{2}{3}F - F = -\frac{1}{3}F$

aus (F_y): $A_y = \frac{1}{3}F$