Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Biomechanik I

für D-HEST

Prof. Jess Snedeker

Musterlösung
Hausübung
Serie 9

FS 2019

Aufgabe 1

Gegeben:

- Geometrie
- Länge a
- Kraft P

Gesucht:

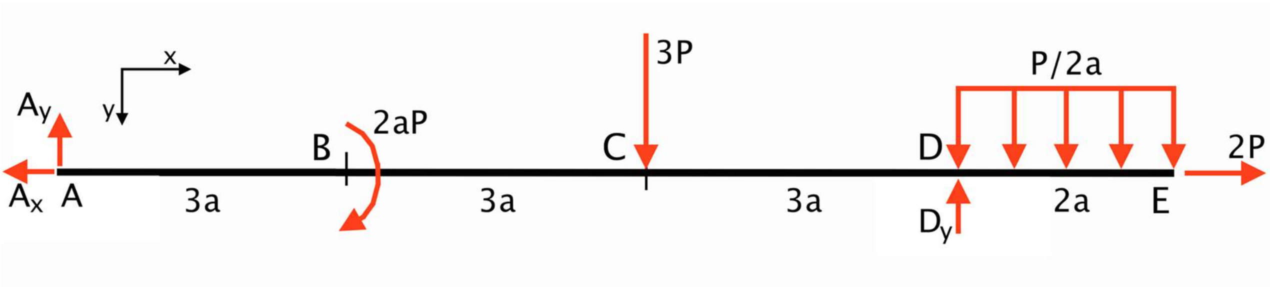
- $N(x), Q(x), M_b(x)(2\text{D} - Aufgabe)$
- Beanspruchungsdiagramme

a)

Für die Beanspruchung müssen 4 Bereiche betrachtet werden, da sich die Kraftverteilung 4 mal über die Länge des Balken verändert.

b)

Um die Beanspruchung zu bestimme benötigen wir zuerst die Lagerkräfte in den Punkten A und D:



$$\sum F_x: -A_x + 2\text{P} = 0$$

$$\sum F_y: 3P + \frac{P}{2a} \cdot 2a - A_y - D_y = 0$$

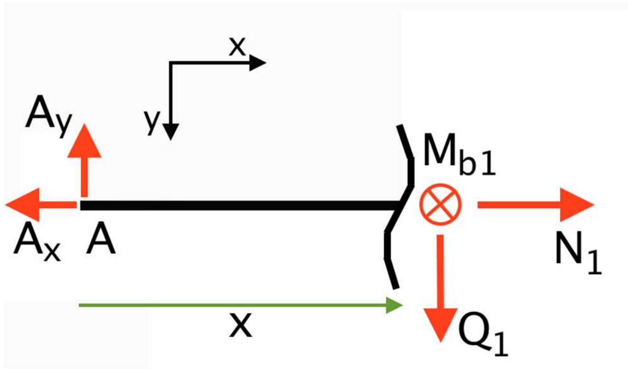
$$\sum M_A: 2aP + 3P \cdot 6a - D_y \cdot 9a + \frac{P}{2a} \cdot 2a \cdot 10\text{a} = 0$$

$$A_y = \frac{2}{3}P, A_x = 2P, D_y = \frac{10}{3}P$$

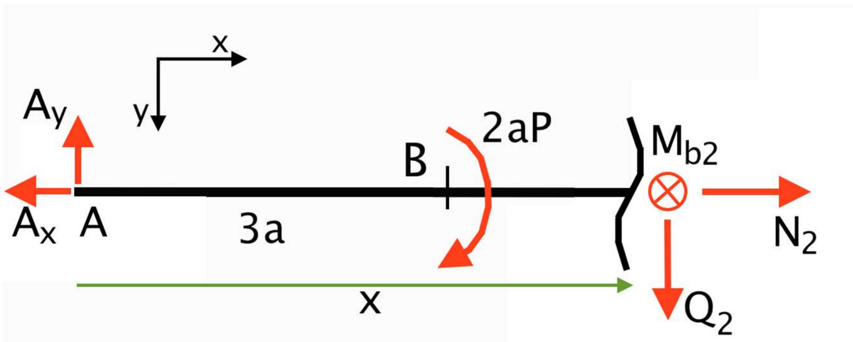
Bereich 1: $0 \leq x \leq 3a$

$\sum F_x: N_1 - A_x = 0$
$\sum F_y: Q_1 - A_y = 0$
$\sum M: M_{b1} + x \cdot A_y = 0$

$\rightarrow N_1 = 2P$
$\rightarrow Q_1 = \frac{2}{3}P$
$\rightarrow M_{b1}(x) = -\frac{2}{3}Px$



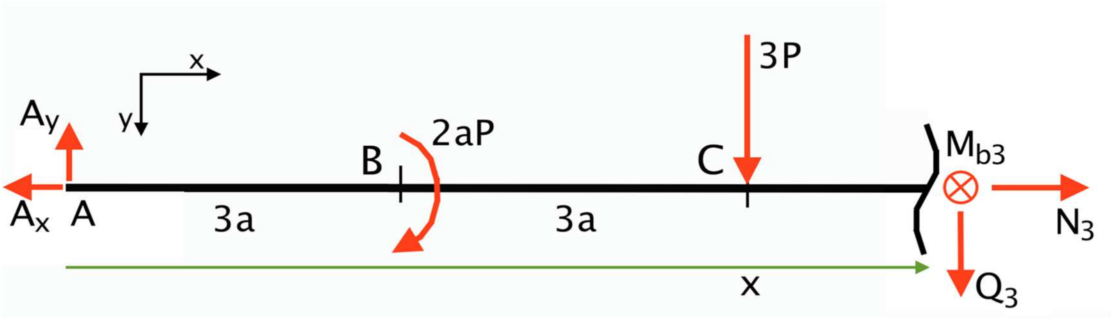
Bereich 2: $3a \leq x \leq 6a$



$\sum F_x: N_2 - A_x = 0$
$\sum F_y: Q_2 - A_y = 0$
$\sum M: M_{b2} + 2aP + A_y x = 0$

$\rightarrow N_2 = 2P$
$\rightarrow Q_2 = \frac{2}{3}P$
$\rightarrow M_{b2}(x) = -2aP - \frac{2}{3}Px$

Bereich 3: $6a \leq x \leq 9a$



$\sum F_x: -A_x + N_3 = 0$

$\sum F_y: Q_3 + 3P - A_y = 0$

$\sum M: M_{b3} - 3P \cdot (x - 6a) + 2aP + A_y \cdot x = 0$

$\rightarrow N_3 = 2P$

$\rightarrow Q_3 = -\frac{7}{3}P$

$\rightarrow M_{b3}(x) = -20aP + \frac{7}{3}Px$

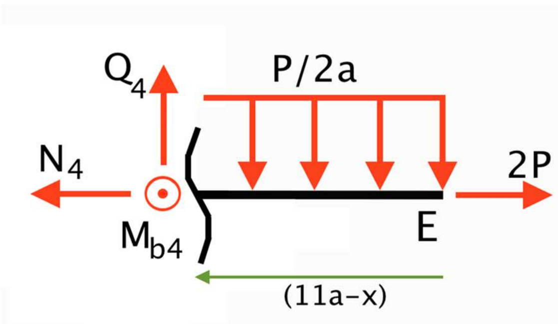
Bereich 4: $9a \leq x \leq 11a$

In diesem Fall führen wir die Beanspruchung von rechts ein um Arbeit zu sparen. Die Laufvariable x kommt aber weiterhin von links um die Beanspruchung später in einem Diagramm darstellen zu können.

$\sum F: 2P - N_4 = 0$

$\sum F_y: -Q_4 + \dfrac{P}{2a} \cdot (11a - x) = 0$

$\sum M: -M_{b4} + \dfrac{P}{2a} \cdot (11a - x) \cdot \dfrac{(11a - x)}{2} = 0$

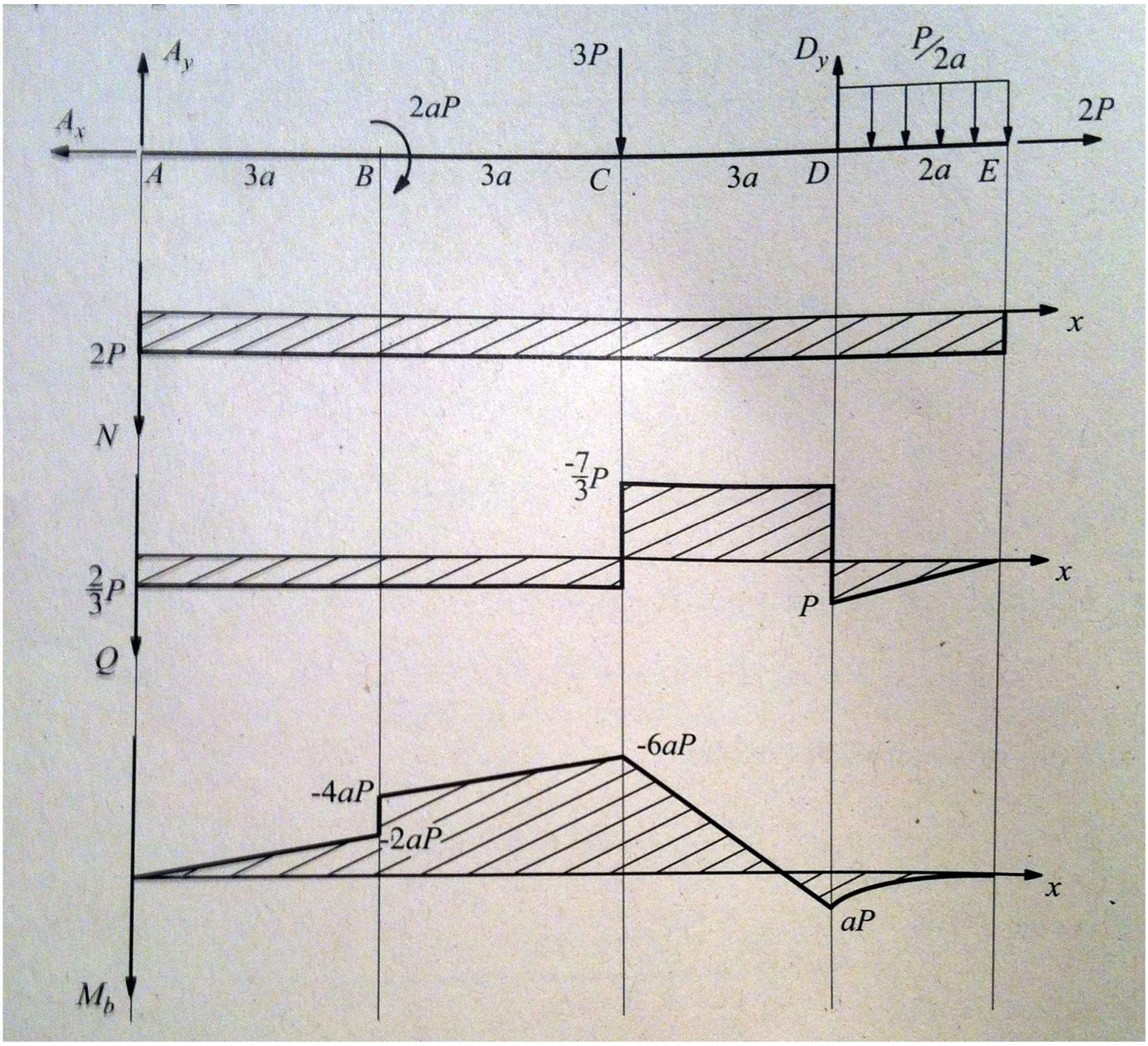


$\rightarrow N_4 = 2P$

$\rightarrow Q_4 = \frac{P}{2a} \cdot (11a - x)$

$\rightarrow M_{b4}(x) = \frac{P}{4a} \cdot (11a - x)^2$

c)

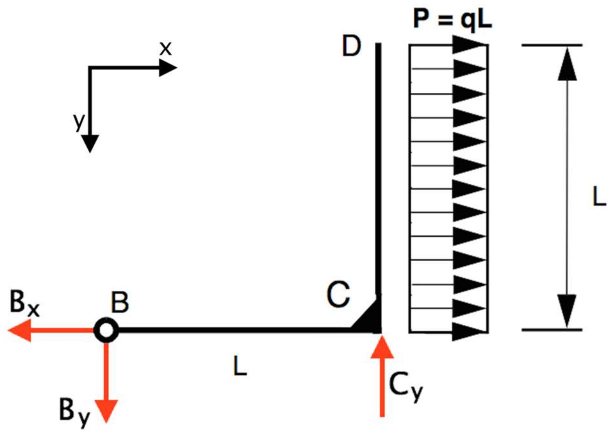


A_y
$3P$
D_y
$P/2a$
A_x
$2aP$
$2P$
A
$3a$
B
$3a$
C
$3a$
D
$2a$
E
x
$2P$
N
$-\frac{7}{3}P$
x
$\frac{2}{3}P$
P
Q
$-6aP$
$-4aP$
$-2aP$
x
aP
M_b

Aufgabe 2

a)

Lagerkräfte bestimmen. Da wir alle Laufvariablen von rechts einführen spielen die Lagerkräfte in Punkt A keine Rolle. Es sei an dieser Stelle aber betont, dass die Beanspruchung auch von links eingeführt werden kann. In diesem Fall wäre die Berechnung der Lagerkräfte in A notwendig.



$$\sum F_x: -B_x + q \cdot L = 0$$

$$\sum F_y: B_y - C_y = 0$$

$$\sum M_C: -L \cdot B_y + \frac{1}{2} L \cdot qL = 0$$

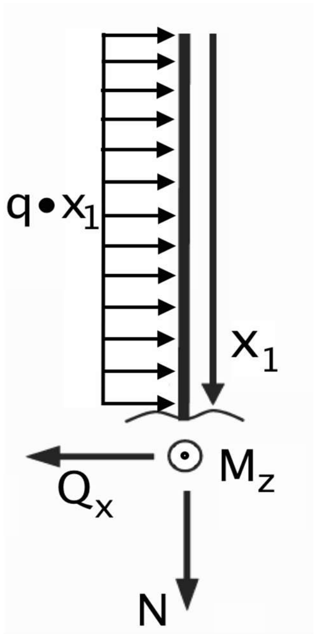
$$\rightarrow B_x = q \cdot L = P$$

$$\rightarrow B_y = \frac{1}{2} \cdot q \cdot L = \frac{1}{2} P$$

$$\rightarrow C_y = \frac{1}{2} \cdot P$$

b) Beanspruchung

Stab **CD**:



$$\sum F_x: -Q(x_1) + q \cdot x_1 = 0$$

$$\sum F_y: N = 0$$

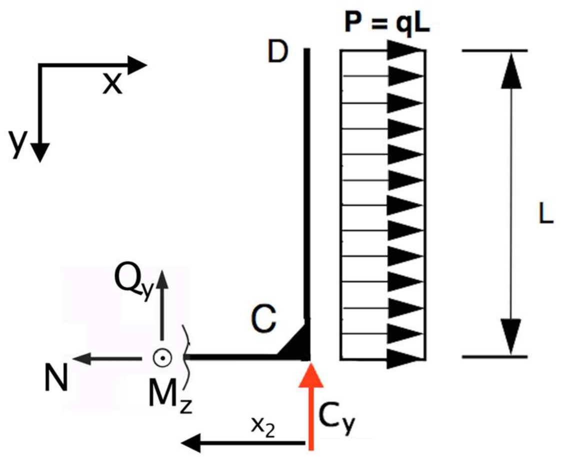
$$\sum M: -M_z(x_1) + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot x_1 \cdot q \cdot x_1 = 0$$

$$\rightarrow N = 0$$

$$\rightarrow Q(x_1) = q \cdot x_1$$

$$\rightarrow M_z(x_1) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot q \cdot x_1^2$$

Stab **BC**:



$\sum F_x\colon -N + qL = 0$

$\sum F_y\colon -Q_y(x_2) - C_y = 0$

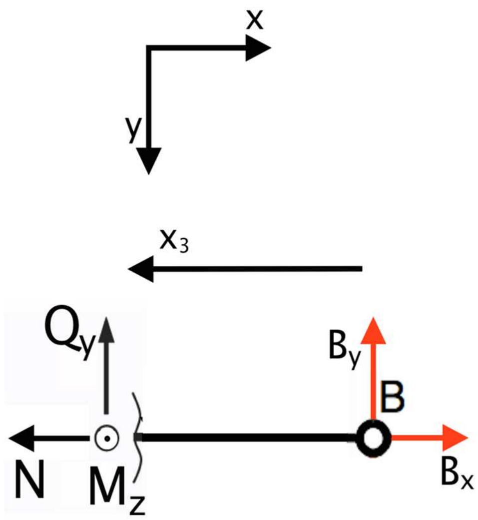
$\sum M\colon -M_z(x_2) - x_2 \cdot C_y + \frac{L}{2} \cdot qL = 0$

$\rightarrow N = q \cdot L = P$

$\rightarrow Q(x_2) = -\frac{P}{2}$

$\rightarrow M_z(x_2) = \frac{P}{2} \cdot (L - x_2)$

Stab **AB**:



$\sum F_x\colon -N + B_x = 0$

$\sum F_y\colon -Q_y(x_3) - B_y = 0$

$\sum M\colon -M_z(x_3) - x_3 \cdot B_y = 0$

$\rightarrow N = P$

$\rightarrow Q_y(x_3) = -\frac{P}{2}$

$\rightarrow M(x_3) = -\frac{P}{2} \cdot x_3$