ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Biomechanik I
für D-HEST

Prof. Jess Snedeker

Musterlösung Hausübung
Serie 10

FS 2019

Aufgabe 1

Als erstes wird die Spannung der Frauenschuhabsätze auf den Boden bestimmt:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{G_{Frau} \cdot g}{A} = \frac{60\,kg \cdot 9.81\,m/s^2}{(3\,mm \cdot 16\,mm) + (0.5 \cdot \pi \cdot (8\,mm)^2)} = 3.96\frac{N}{mm^2}$$

Nun kann in einem zweiten Schritt nach dem Gewicht des Mannes aufgelöst werden:

$$F = \sigma \cdot A = 3.96\frac{N}{mm^2} \cdot \left((25\,mm \cdot 60\,mm) + (0.5 \cdot \pi \cdot (30\,mm)^2)\right) = 11'538.32\,N$$

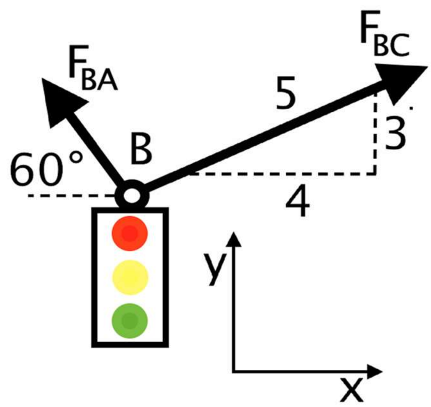
$$G_{Mann} = \frac{F}{g} = 1'176.18\,kg$$

Aufgabe 2

Als erstes muss die Kraft in den beiden Stäben AB und BC bestimmt werden:

$$\sum F_x:\;\; F_{BC} \cdot \frac{4}{5} - F_{BA} \cdot \cos(60°) = 0$$

$$\sum F_y:\;\; F_{BC} \cdot \frac{3}{5} + F_{BA} \cdot sin(60°) - 9.81 \cdot 80 = 0$$



Lösung: (kann mit Matlab gelöst werden)

$$F_{BC} = 395.2\,N, \quad F_{BA} = 632.4\,N$$

Jetzt wo die Stabkräfte bekannt sind lassen sich die Spannungen in den beiden Stäben berechnen:

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{395.2\,N}{\pi \cdot (0.004\,m)^2} = 7.86\,MPa$$

$$\sigma_{BA} = \frac{F_{BA}}{A_{BA}} = \frac{632.4\,N}{\pi \cdot (0.005\,m)^2} = 8.05\,MPa$$

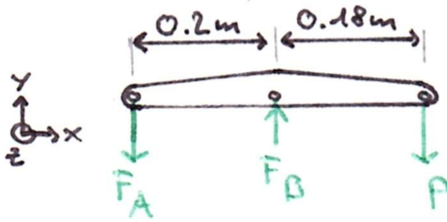
Aufgabe 3

Gegeben:

- Geometrie gemäss Zeichnung
- Bolzendurchmesser: $d_A = 8\,mm,\ \ d_B = d_D = 12\,mm$
- $\tau_n = 100\,MPa$
- $\sigma_n = 250\,MPa$

Um die maximal zulässige Kraft Pzul zu finden müssen wir die Normalspannungen in allen Stäben und die Scherspannungen in den Bolzen betrachten:

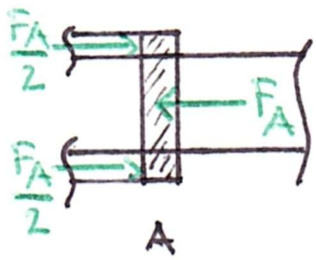
Auslegen freischneiden:



$$\sum M_A:\ \ F_B \cdot 0.2\,m - P \cdot 0.38\,\mathrm{m} = 0 \ \ \Rightarrow \ \ P = \frac{0.2}{0.38} F_B$$

$$\sum M_B:\ \ F_A \cdot 0.2\,m - P \cdot 0.18\,\mathrm{m} = 0 \ \ \Rightarrow \ \ P = \frac{0.2}{0.18} F_A$$

Bolzen in A (auf Scherung beansprucht):



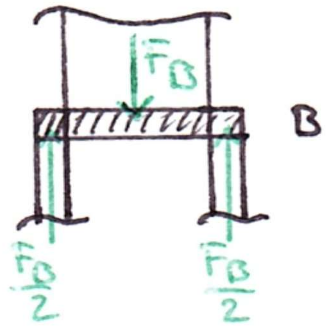
$$A_A = \frac{\pi}{4} \cdot {d_A}^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (8\,mm)^2 = 50.3\,mm^2$$

$$\tau_n = \frac{0.5 \cdot F_{A,n}}{A_A} \ \ \Rightarrow \ F_{A,n} = 2\tau_n \cdot A_A$$

$$F_{A,zul} = \frac{F_{A,n}}{SF} = \frac{2\tau_n \cdot A_A}{SF} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 100 \cdot 10^6 Pa \cdot 50.3 \cdot 10^{-6} m^2 = 3.35\,kN$$

$$\Rightarrow P_{zul} = \frac{0.2}{0.18} F_{A,zul} = \mathbf{3.72\ kN}$$

Bolzen in B und D (auf Scherung beansprucht):



$$A_B = \frac{\pi}{4} \cdot {d_B}^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (12\,mm)^2 = 113.1\,mm^2$$

$$\tau_n = \frac{0.5 \cdot F_{B,n}}{A_B} \;\Rightarrow\; F_{B,n} = 2\tau_n \cdot A_B$$

$$F_{B,zul} = \frac{F_{B,n}}{SF} = \frac{2\tau_n \cdot A_B}{SF} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 100 \cdot 10^6 Pa \cdot 113.1 \cdot 10^{-6} m^2$$
$$= 7.54\,kN$$

$$\Rightarrow P_{zul} = \frac{0.2}{0.38} F_{B,zul} = \mathbf{3.97\,kN}$$

2 Stäbe zwischen B und D (auf Druck beansprucht):

$$A_{BD} = 20\,mm \cdot 8\,mm = 160\,mm^2$$

$$\sigma_n = \frac{0.5 \cdot F_{B,n}}{A_{BD}} \quad\Rightarrow\quad F_{B,n} = 2 \cdot \sigma_n \cdot A_{BD}$$

$$F_{B,zul} = \frac{F_{B,n}}{SF} = \frac{2 \cdot \sigma_n \cdot A_{BD}}{SF} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 250 \cdot 10^6 Pa \cdot 160 \cdot 10^{-6} m^2 = 26.7\,kN$$

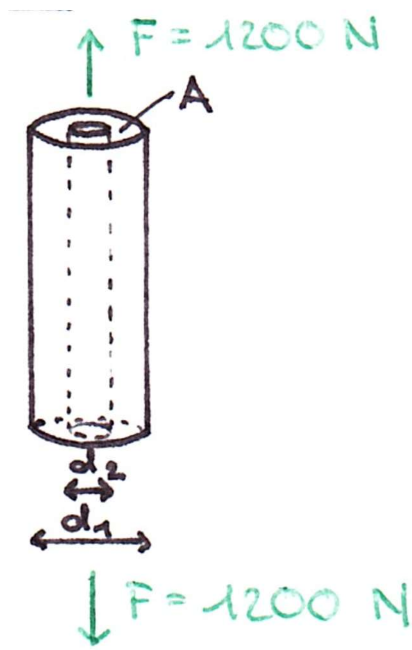
$$\Rightarrow P_{zul} = \frac{0.2}{0.38} F_{B,zul} = \mathbf{14.0\,kN}$$

Maximal zulässige Kraft P:

Zulässig für das Gesamtsystem ist das kleinste P_{zul}:

$P_{zul} = 3.72\,kN$

Aufgabe 4



Gegeben:

- $F = 1200\ N$
- $\sigma = 3.80\ MPa$
- $d_1 = 25\ mm$

Gesucht ist der innere Durchmesser d_2 des Knochens:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 - \pi \cdot \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{4F}{\pi \cdot ({d_1}^2 - {d_2}^2)}$$

$$\sigma \cdot \left({d_1}^2 - {d_2}^2\right) = \frac{4F}{\pi}$$

$$d_2 = \sqrt{{d_1}^2 - \frac{4F}{\pi \cdot \sigma}} = \sqrt{(25 \cdot 10^{-3}\ m)^2 - \frac{4 \cdot 1200\ N}{\pi \cdot 3.8 \cdot 10^6\ Pa}} =$$

$$\Rightarrow d_2 = 14.9 \cdot 10^{-3}\ m = 14.9\ mm$$