Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Biomechanik I

für D-HEST

Musterlösung Hausübung

Serie 12

Prof. Jess Snedeker

FS 2019

Aufgabe 1

Zuerst müssen die Zugkräfte in den Seilen AB und CD bestimmt werden. Hierzu schneidet man den Hebelarm frei:

$$\sum M_E: \; 300\,mm \cdot F_{AB} + 150\,mm \cdot F_{CD} - 450\,mm \cdot P = 0$$

Durch geometrische Überlegung lässt sich folgende zusätzlich Gleichung aufstellen:

$$u_{AB} = \left(\frac{300}{150}\right) \cdot u_{CD}$$

$$u_{AB} = 2 \cdot u_{CD}$$

$$\frac{F_{AB} \cdot L}{AE} = 2 \cdot \left(\frac{F_{CD} \cdot L}{AE}\right)$$

$$F_{CD} = \frac{1}{2} F_{AB}$$

Wir können davon ausgehen dass Seil AB zuerst anfangen wird zu reissen. Deswegen bestimmen wir die maximale Kraft welche das Seil AB noch aushält.

$$F_{AB} = (\sigma_y) \cdot A_{AB} = 250 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot 0.004^2\right) = 3141.59\,N$$

Daraus ergibt sich für das Seil CD

$$F_{CD} = \frac{1}{2} F_{AB} = \frac{1}{2} \cdot 3141.59\,N = 1570.80\,N$$

Die beiden Seilkräfte können nun zurück in unsere Gleichgewichtsbedingung gesetzt

$$\sum M_E: \; 300\,mm \cdot 3141.59\,N + 150\,mm \cdot 1570.80\,N - 450\,mm \cdot P = 0$$

$$P_{max} = 2618\,N = 2.62\,kN$$

Aufgabe 2

Aufgrund der verschiedenen äusseren Kräfte die an dem Stab angreifen sind die internen axialen Kräfte in den Regionen AB, BC, CD unterschiedlich.

Diese unterschiedlichen Kräfte erhält man mithilfe der Beanspruchung entlang des Stabes.

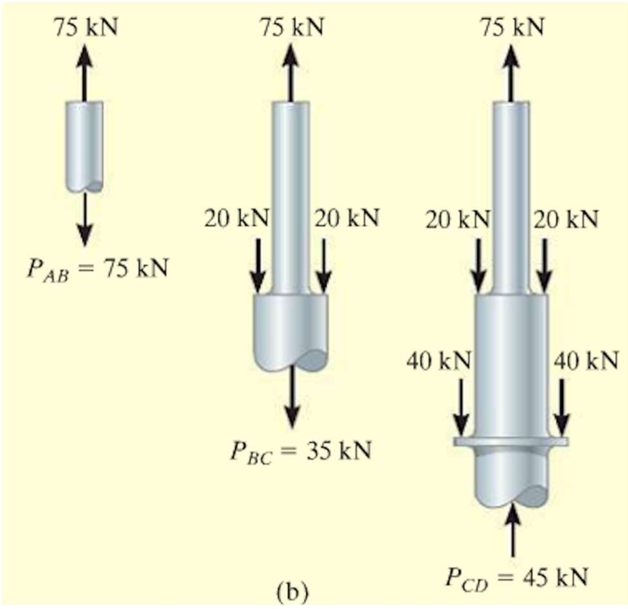
Daraus ergeben sich folgende Normalkräfte:

$P_{AB} = 75\ kN$

$P_{BC} = 35\ kN$

$P_{CD} = -45\ kN$

Querkraft und Biegemoment müssen nicht berechnet werden, da sie kein Einfluss auf die axiale Längenänderung der Stäbe haben.



a)

Berechnen wir zuerst die Längenänderung des gesamten Stabes AD. Hierfür müssen die Längenänderungen der einzelnen Abschnitte aufeinander addiert werden.
Achtung: Das Vorzeichen der Normalkraft spiel hier eine wichtige Rolle, da es zwischen der Stauchung und der Verlängerung der Teilabschnitte unterscheidet.

$$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} = \sum \frac{P_i \cdot L_i}{A_i \cdot E}$$

$$u_{AC} = \frac{75000\ N\ \cdot 1\ m}{(600 \cdot 10^{-6}\ m^2) \cdot (200 \cdot 10^9\ Pa)} + \frac{35000\ N\ \cdot 0.75\ m}{(1200 \cdot 10^{-6}\ m^2) \cdot (200 \cdot 10^9\ Pa)} + \frac{-45000\ N\ \cdot 0.5\ m}{(1200 \cdot 10^{-6}\ m^2) \cdot (200 \cdot 10^9\ Pa)}$$

$$\boldsymbol{u_{AC} = 0.641\ mm}$$

→ Das positive Ergebnis zeigt, dass sich Punkt A nach oben bewegt und der Stahl-Balken sich somit verlängert.

b)

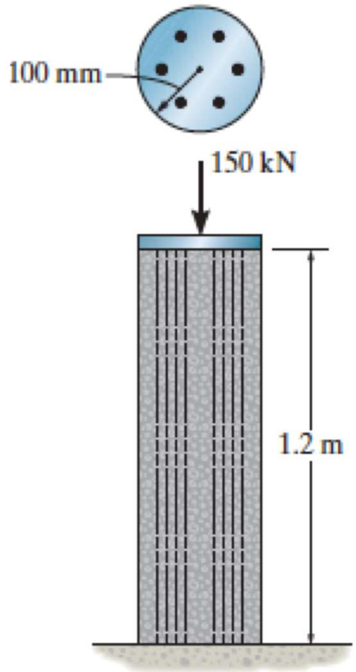
Für die Verschiebung des Punktes B relativ zu C muss nur der Stababschnitt BC betrachtet werden:

$$u_{BC} = \frac{P_{BC} \cdot L_{BC}}{A_{BC} \cdot E} = \frac{35000\ N \cdot 0.75\ m}{(1200 \cdot 10^{-6}\ m^2) \cdot (200 \cdot 10^9\ Pa)} = \boldsymbol{0.109\ mm}$$

→ B bewegt sich weg von C und das Stab-Segment verlängert sich.

Aufgabe 3

Die Kraft 150 kN ist so verteilt, dass ¾ der Kraft vom Stahl und ¼ der Kraft vom Beton getragen werden. Die lässt sich folgendermaßen schreiben:



$$P_{Sta} \quad = \frac{3}{4} \cdot 150\ kN = 112.5\ kN$$

$$P_{Beton} = \frac{1}{4} \cdot 150\ kN = 37.5\ kN$$

Da beide Materialien fest miteinander verbunden sind muss die Längenänderung der Stahlträger genauso groß sein wie diejenige des Betonmantels:

$$u_{Stahl} = u_{Beton}$$

$$\frac{P_{Stahl} \cdot L}{A_{Stahl} \cdot E_{Stahl}} = \frac{P_{Beton} \cdot L}{A_{Beton} \cdot E_{Beton}}$$

$$A_{Stahl} = \frac{112.5 \cdot A_{Beton} \cdot E_{Beton}}{37.5 \cdot E_{Stahl}}$$

$$6 \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot d^2 = \frac{3 \cdot \left(\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot 0.2^2 - 6 \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot d^2\right) \cdot 29 \cdot 10^9}{200 \cdot 10^9}$$

d = 44.95 mm