Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Biomechanik I

für D-HEST

Musterlösung

Prof. Jess Snedeker — Schnellübung 12 — FS19

Aufgabe 1

Gegeben:

Geometrie

$E_{Stahl} = 200GPa$

$E_{Messing} = 105GPa$

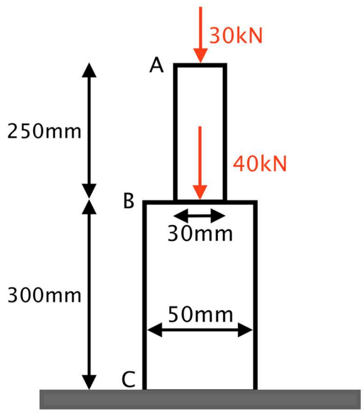
Gesucht:

a) u_{tot}

a)

Querschnittsflächen der beiden zylindrischen Stäbe bestimmen:

$$A_{AB} = \frac{\pi}{4} \cdot d_{AB}^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (30 \cdot 10^{-3}m)^2 = 7.07 \cdot 10^{-4}m^2$$
$$A_{BC} = \frac{\pi}{4} \cdot d_{BC}^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (50 \cdot 10^{-3}m)^2 = 1.96 \cdot 10^{-3}m^2$$



Mit der bekannten Normalkraft auf den Stab AB lässt sich dessen Verformung bestimmen:

$$u_{AB} = \frac{N_{AB} \cdot L_{AB}}{E_{AB} \cdot A_{AB}} = \frac{30kN \cdot 250 \cdot 10^{-3}m}{200 \cdot 10^9 Pa \cdot 7.07 \cdot 10^{-4}m^2} = 5.31 \cdot 10^{-5}m$$

Auf dem gleichen Weg lässt sich die Deformation von Stab BC berechnen:

$$u_{BC} = \frac{N_{BC} \cdot L_{BC}}{E_{BC} \cdot A_{BC}} = \frac{70kN \cdot 300 \cdot 10^{-3}m}{105 \cdot 10^9 Pa \cdot 1.96 \cdot 10^{-3}m^2} = 1.02 \cdot 10^{-4}m$$

Die totale Deformation berechnet sich aus der Summe der beiden einzelnen:

$$u_{tot} = u_{AB} + u_{BC} = 1.55 \cdot 10^{-4}$$

Aufgabe 2

Gegeben:

Geometrie

Last $F = 228kN$

$E = 200GPa$

$A_{AB} = 2400mm^2$ & $A_{AD} = 1800mm^2$

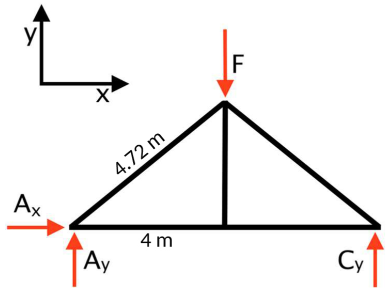
Gesucht:

a) u_{AB}

b) u_{AD}

Kräfte- und Momentengleichgewicht aufstellen, um die Lagerkräfte in den Punkten A und C zu bestimmen:

$$\sum F_x : A_x = 0$$
$$\sum F_y : A_y + Q - F \stackrel{!}{=} 0 \qquad \rightarrow Q = 2F_B'$$
$$\sum M_z^B : 8m \cdot C_y - 4m \cdot F \stackrel{!}{=} 0$$
$$\Rightarrow A_y = C_y = \frac{F}{2} = 114kN$$

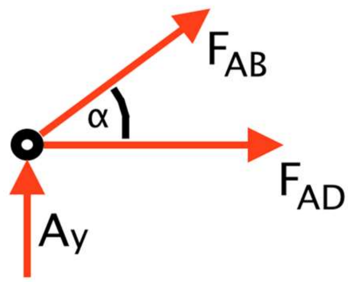


Knotengleichgewicht im Punkt A einführen, um die Stabkräfte AD und AB zu berechnen:

$$\sum F_x : F_{AD} + F_{AB} \cdot \cos\alpha \stackrel{!}{=} 0$$
$$\sum F_y : F_{AB} \cdot \sin\alpha + A_y \stackrel{!}{=} 0$$
$$\sum M_z^A : 0$$

mit: $\sin\alpha = \frac{2.5}{4.72}, \qquad \cos\alpha = \frac{4}{4.72}$

$$\rightarrow F_{AB} = -\frac{A_y}{\sin\alpha} = \frac{4.72}{2.5} \cdot (-114kN) = -215.23kN$$
$$\rightarrow F_{AD} = -F_{AB} \cdot \cos\alpha = \frac{4}{4.72} \cdot (215.23kN) = 182.40kN$$



a)

$$u_{AB} = \frac{F_{AB} \cdot L_{AB}}{E \cdot A_{AB}} = \frac{-215.23kN \cdot 4.72m}{200 \cdot 10^9 Pa \cdot 2400 \cdot 10^{-6} m^2} = -0.00212m = -2.12mm$$

b)

$$u_{AD} = \frac{F_{AD} \cdot L_{AD}}{E \cdot A_{AD}} = \frac{182.40kN \cdot 4m}{200 \cdot 10^9 Pa \cdot 2400 \cdot 10^{-6} m^2} = 0.00203m = 2.03mm$$

Aufgabe 3

Gegeben:

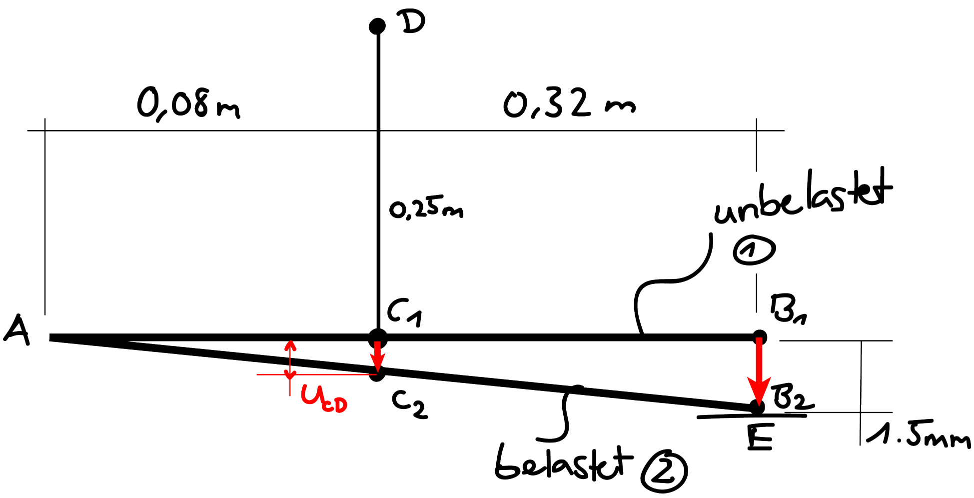
Geometrie

$d_C D = 2mm$

$E = GPa$

Gesucht:

Ort x der Last



Wir benutzen den Strahlensatz, um die Verhältnisse der Verlängerungen zu berechnen. Weil $AB >> BE$ nehmen wir an, dass das ganze sich rein in y-Richtung verschiebt und nicht auf einer Kreisbahn:

$$\frac{u_{CD}}{0.08m} = \frac{1.5 \cdot 10^{-3} m}{0.08m + 0.32m} \qquad \rightarrow u_{CD} = \frac{1.5 \cdot 10^{-3}}{0.4m} \cdot 0.08m = 3 \cdot 10^{-4} m$$

Jetzt wollen wir berechnen wie viel Kraft benötigt wird, um den Draht um diese Deformation u_{CD} zu verlängern. Um also die Normalkraft im Draht zu berechnen, wird noch die Querschnittsfläche benötigt:

$$A_{CD} = \frac{\pi}{4} \cdot d_{CD}^2 = 3.14 \cdot 10^{-6} m^2$$

$$N_{CD} = \frac{E \cdot A_{CD} \cdot u_{CD}}{L_{CD}} = \frac{(200 \cdot 10^9 Pa) \cdot (3.14 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot (\text{[illegible]}^2) \cdot (3 \cdot 10^{-4}) m}{0.25m} = 753.98N$$

Da der Draht eine Pendelstütze ist dessen Lagerkraft am Balken $F_{CD} = N_{CD}$. Wir stellen dann ein Momentengleichgewicht um A auf und berechnen daraus die Distanz x:

$$\sum M_A : 0.08m \cdot F_{CD} - (0.4m - x) \cdot P \overset{!}{=} 0$$

$$\rightarrow 0.4m - x = 0.08m \cdot \frac{F_{CD}}{P}$$

$$\rightarrow x = 0.4m - \frac{0.08m \cdot 753.98N}{20kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}}$$

$$\Rightarrow x = 0.0926m = 92.6mm$$