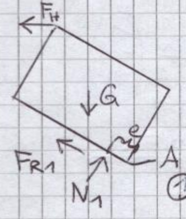
Lösungen (ohne Gewähr)

Mechanik 1 Klausur 2 2006/07

1a)



y, x

$$\Sigma F_x = 0;\; N_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - F_{R1}\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - F_H = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0;\; N_1 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + F_{R1}\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - G = 0 \quad (2)$$

$$(1) + \sqrt{3}\,(2):\; 2N_1 - F_H - \sqrt{3}\,G = 0 \rightarrow \underline{\underline{N_1 = \frac{F_H + \sqrt{3}\,G}{2}}}$$

$$F_{R1} = 2G - \frac{\sqrt{3}}{2}F_H - \frac{3}{2}G = \underline{\underline{\frac{G - \sqrt{3}F_H}{2}}}$$

b) Standfestigkeit $0 \le e \le a$

$$M_{Az} = 0 = -N_1 \cdot e + \frac{a}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}G - \frac{\sqrt{3}}{4}a\frac{1}{2}G + \frac{\sqrt{3}}{2}a\frac{\sqrt{3}}{2}F_H + a \cdot \frac{1}{2}F_H = 0$$

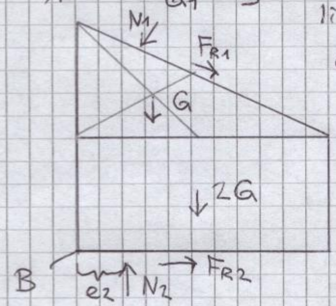
mit $e = a$: $-\frac{F_H}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}G + \frac{\sqrt{3}}{4}G - \frac{\sqrt{3}}{8}G + \frac{3}{4}F_H + \frac{1}{2}F_H = 0$

$$\frac{3}{4}F_H = \frac{3\sqrt{3}}{8}G \rightarrow \underline{\underline{\frac{F_H}{G_1} \le \frac{\sqrt{3}}{2}}} \quad (4)$$

mit $e = 0$: F_H muss neg. sein $\rightarrow 0 = \frac{\sqrt{3}}{4}G - \frac{\sqrt{3}}{8}G - \frac{3}{4}F_H - \frac{1}{2}F_H$

$\rightarrow \frac{\sqrt{3}}{8}G = \frac{5}{4}F_H \rightarrow \frac{F_H}{G_1} \le \frac{\sqrt{3}}{5}$ ← ist eigentlich die schärfere Bedingung, hier aber F_H nach links vorausgesetzt.

c)



$e_2 > 0$

$$M_{Bz} = 0 \rightarrow 0 = e \cdot N_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot 2G - 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}F_{R1} - \frac{1}{3}\sqrt{3}\,a\,G - \frac{a}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}N_1 + \frac{7}{4}a\,\frac{1}{2}N_1 \quad (3)$$

$$\rightarrow \frac{e \cdot N_2}{a} = \sqrt{3}G + \frac{\sqrt{3}}{2}G - \frac{3}{2}F_H + \frac{\sqrt{3}}{3}G + \frac{3F_H}{16} + \frac{3\sqrt{3}}{16}G$$

$$- \frac{7}{16}F_H - \frac{7\sqrt{3}}{16}G \overset{(4)}{=} \frac{11\sqrt{3}}{6}G - \frac{4\sqrt{3}}{16}G - \frac{7}{4}\frac{\sqrt{3}}{2}G$$

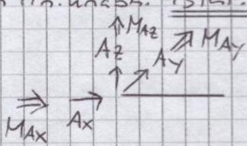
$$= \frac{(88\sqrt{3} - 12\sqrt{3} - 42\sqrt{3})G}{48} = \frac{34\sqrt{3}\,G}{48} \overset{!}{>} 0$$ da $N_2 > 0$, sonst abheben und $a > 0 \rightarrow \underline{\underline{e_2 > 0}}$

2a) 6 Unbekannte in A; 3-D → 6 Gleichungen → wenn lin. unabh. → stat. bestimmt

b) $\Sigma F_x = 0;\; A_x - F = 0 \rightarrow \underline{\underline{A_x = F}}$

$\Sigma F_y = 0;\; A_y - F + F = 0 \rightarrow \underline{\underline{A_y = 0}}$

$\Sigma F_z = 0;\; A_z + F - F - R = 0 \rightarrow \underline{\underline{A_z = F}}$



$R = F$

$$\underline{M}_A = \begin{pmatrix} M_{Ax} \\ M_{Ay} \\ M_{Az} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -F \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -F \\ 0 \\ F \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} L \\ L \\ -L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ F \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} L \\ L \\ -L/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} L \\ L/2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2/3\,L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -FL \\ -5/3\,FL \\ -FL \end{pmatrix}}}$$

3a) $P = \underline{v}_B \cdot \underline{R} + \underline{\omega} \cdot \underline{M}_B$

$\underline{v}_B = \underline{0}$; $\underline{R} = \underline{F}_A + \underline{F}_E + \underline{F}_F + \underline{F}_G = \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ F \end{pmatrix}$; $\underline{\omega} = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\omega}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\underline{M}_B = \begin{pmatrix} FL \cdot 2 \\ -FL + FL \\ FL - FL \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2FL \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $P = \frac{\omega}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2FL \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\omega FL}}$

b) $\underline{M}_B \cdot \underline{R} = \underline{M}_Z \cdot \underline{R} \rightarrow \begin{pmatrix} 2FL \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ F \end{pmatrix} = M_Z^* \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ F \end{pmatrix} \rightarrow 2F^2L = 2F \cdot M_Z^* \rightarrow M_Z^* = FL$

$\rightarrow \underline{M}_Z = \begin{pmatrix} FL \\ 0 \\ FL \end{pmatrix} = \underline{M}_B + \underline{R} \times \underline{BZ} = \begin{pmatrix} 2FL \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ F \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X-L \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2FL - FY \\ FX - FL - FZ \\ FY \end{pmatrix}$ $\rightarrow Y = L$

$\rightarrow X - Z = L$

wähle $Z = 0 \rightarrow X = L$

$\underline{\underline{\rho : \begin{pmatrix} L \\ L \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}}$

Bemerkung zu Aufgabe 1c: Aufgabe ungewollt zu aufwändig geraten.

- Wird $N_2 = 4G$ eingesetzt $\rightarrow e_2 = \frac{17\sqrt{3}}{96} a$
- Eine weitere Lösung ist $\frac{47}{60} > \frac{1}{2}$