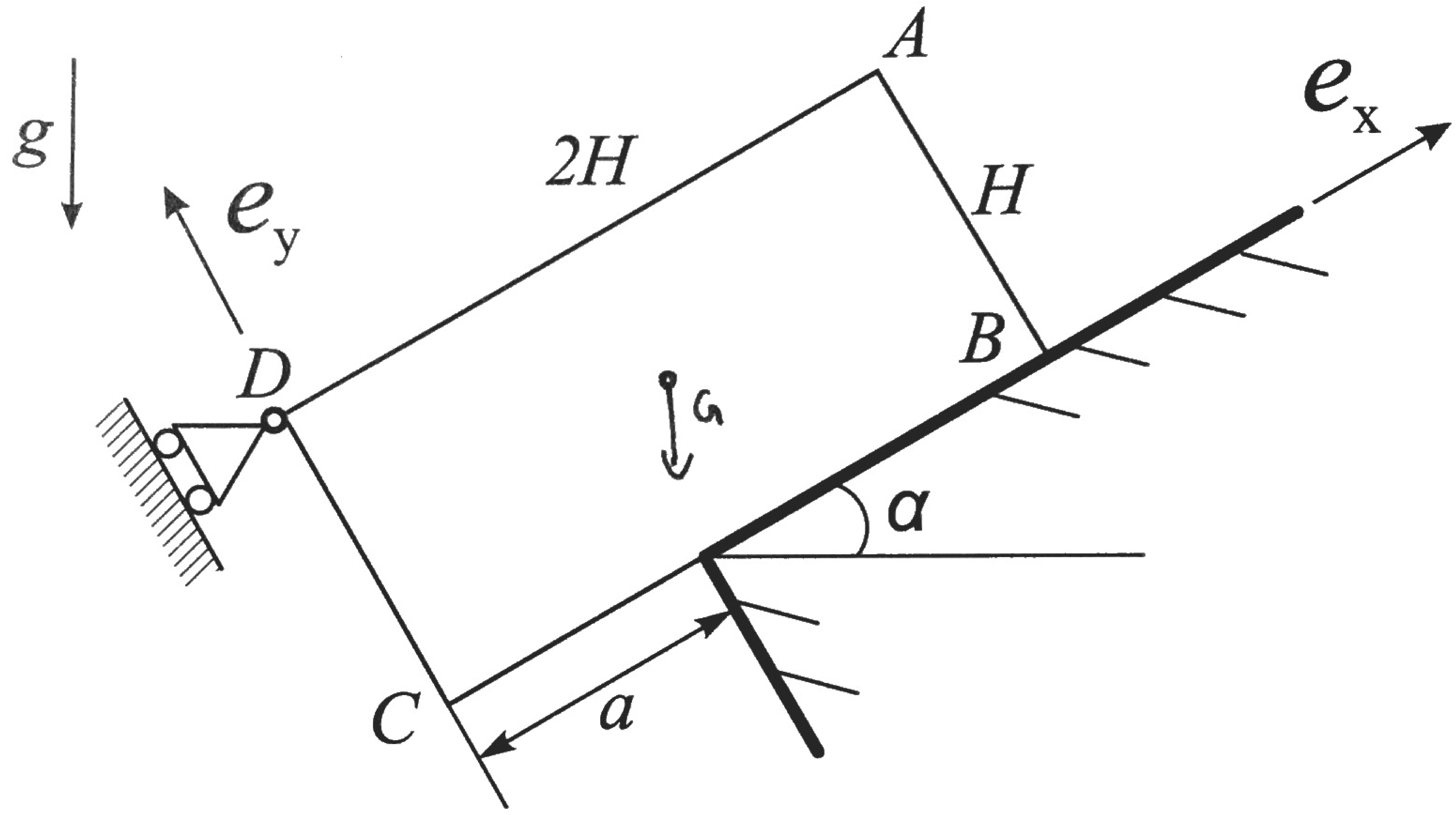
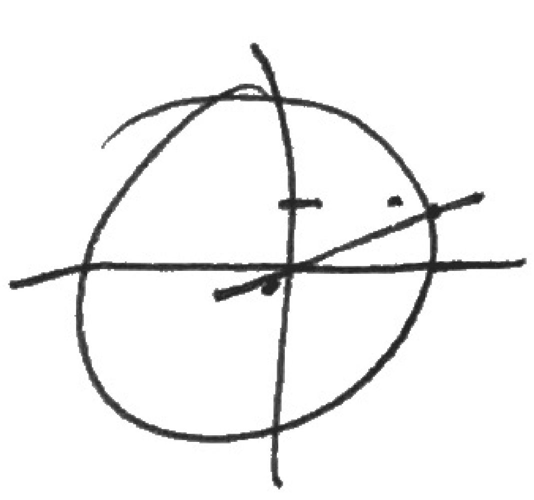
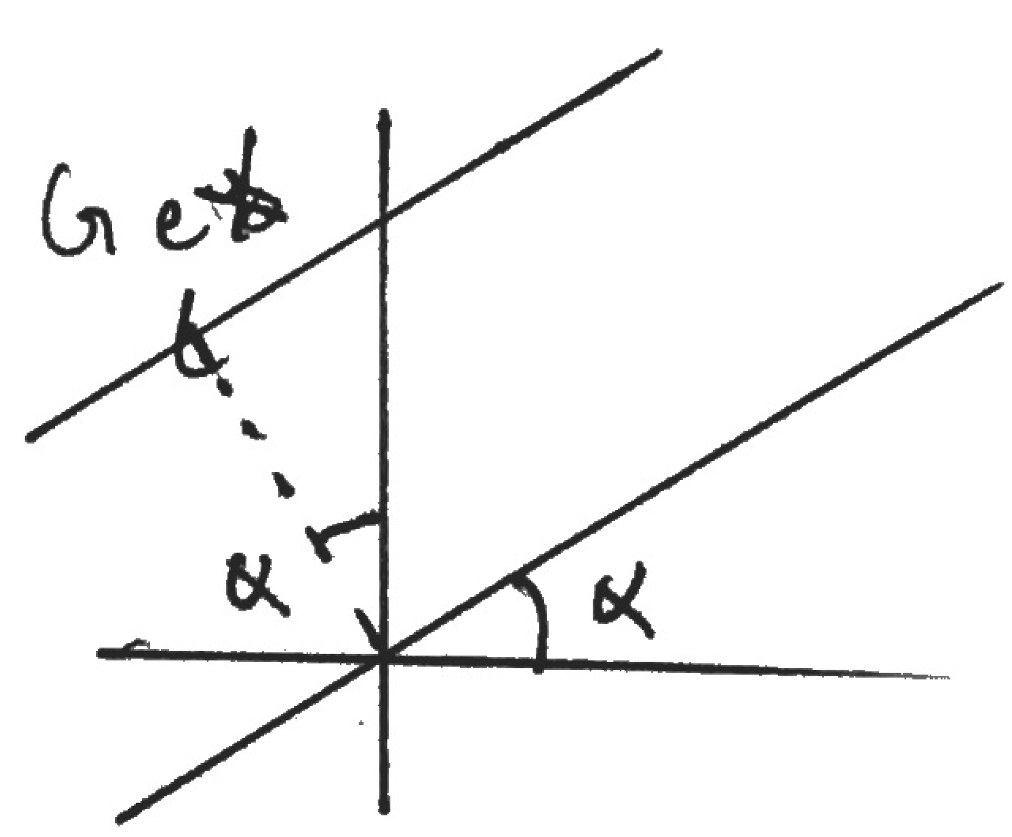
Aufgabe 1: Standfestigkeit (6 Punkte)

Auf einer schiefen Ebene vom Neigungswinkel $\alpha = 30°$ liegt eine homogene Platte mit den Seitenlängen H und $2H$ und der Masse m. Der Kontakt zwischen der Platte und der schiefen Ebene ist reibungsfrei. Die Platte ist in der Ecke D gemäss der Skizze gelenkig reibungsfrei gelagert.

Wie gross darf a höchstens sein, damit die Platte ruht?



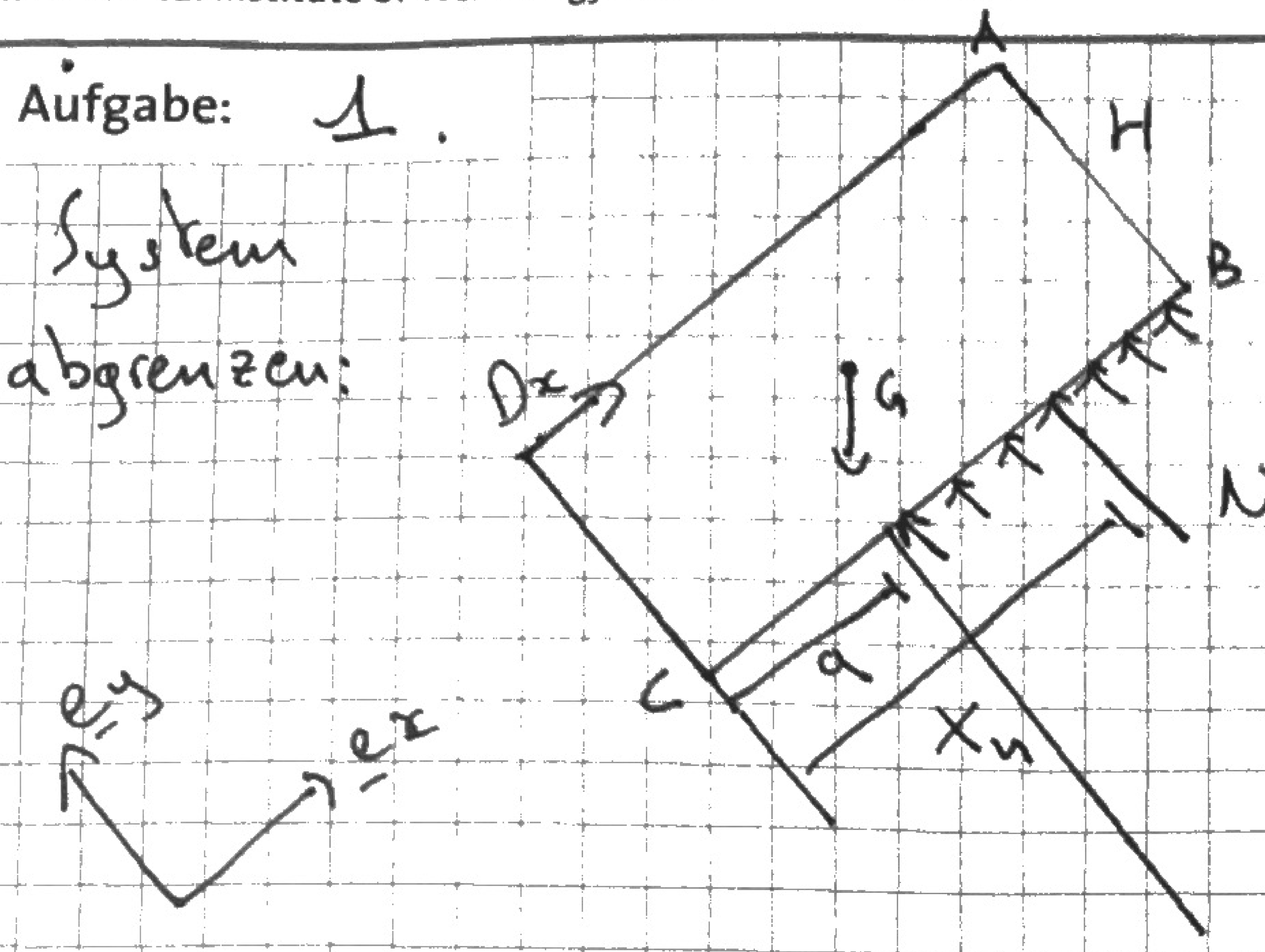




Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Aufgabe: 1.

System abgrenzen:



$G = mg$

G aufteilen in x, y Komponenten.

$G_x: \sin\alpha \cdot G = \sin(30)\cdot G = \frac{1}{2}G$

$G_y: \cos(30)\cdot G = \frac{\sqrt{3}}{2}G.$

Gleichgewichtsbedingungen:

$R_x \overset{!}{=} 0$; $R_y \overset{!}{=} 0$; $M_D \overset{!}{=} 0$

$R_x: D_x - \frac{1}{2}G = 0$ (1) $\Rightarrow D_x = \frac{1}{2}G. = \frac{1}{2}mg$ (1)

$R_y: N - \frac{\sqrt{3}}{2}G = 0 \Rightarrow N = +\frac{\sqrt{3}}{2}G = +\frac{\sqrt{3}}{2}mg$

$M_D = -\frac{H}{2}\frac{1}{2}G - H\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}G + N X_u = 0$ (1)

$X_u N = +\frac{H}{2}\cdot\frac{1}{2}G + H\frac{\sqrt{3}}{2}G$

$N\cdot X_u = +H\frac{1}{4}G + H\frac{\sqrt{3}}{2}G$

$+\frac{\sqrt{3}}{2}\cancel{G}X_u = +H\frac{1}{4}\cancel{G} + H\frac{\sqrt{3}}{2}\cancel{G}$

$+\sqrt{3}X_u = H\frac{1}{2} + H\sqrt{3}$

$X_u = H\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}} + H\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}}$ (1)

$X_u = \frac{H}{2\sqrt{3}} + H = H\frac{\sqrt{3}}{6} + H = H\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)$

Damit Platte ruht:

$\underbrace{a \le X_u}_{\Downarrow} \le 2H$

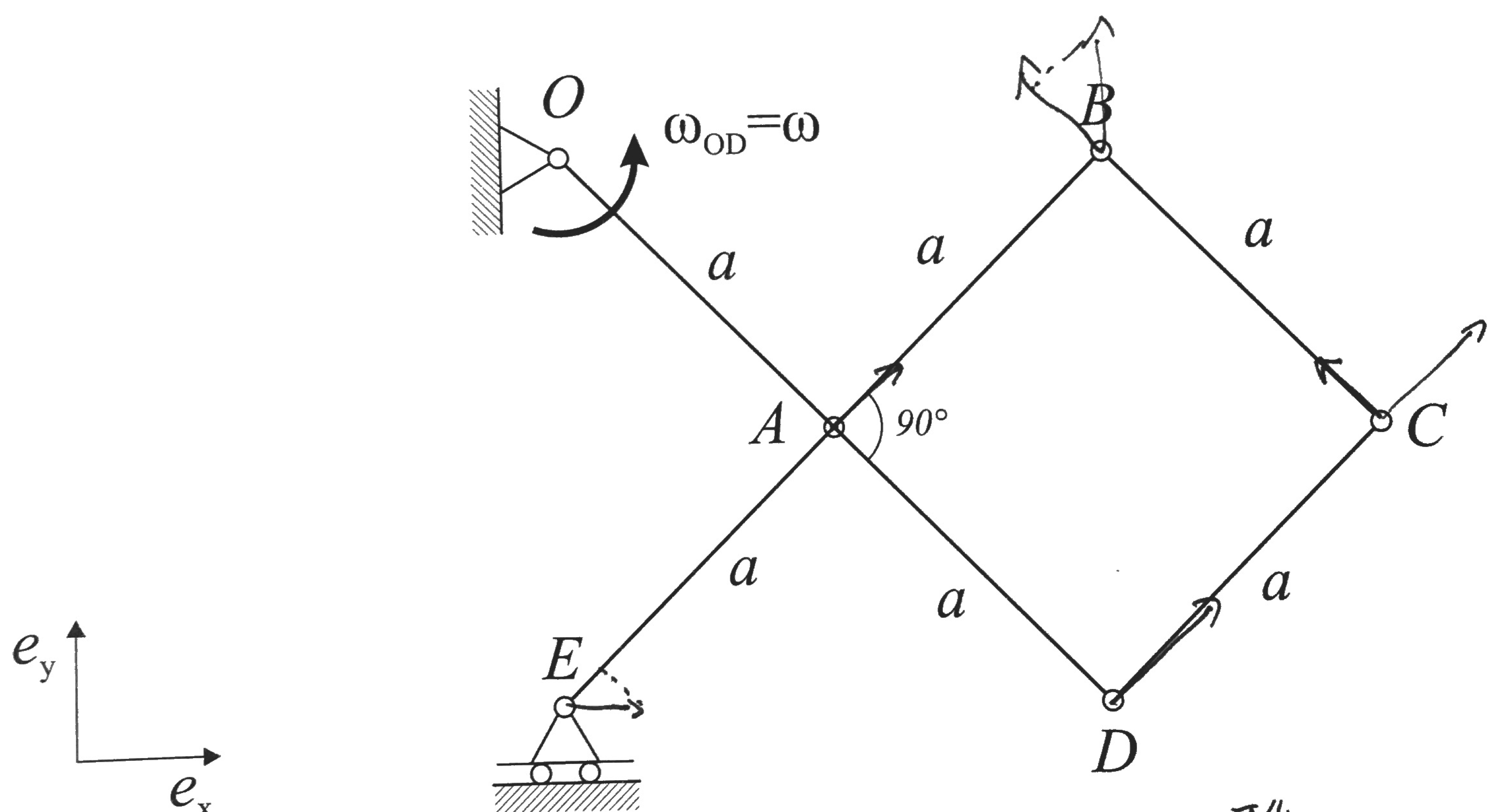
$a \le H\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)$ (1)

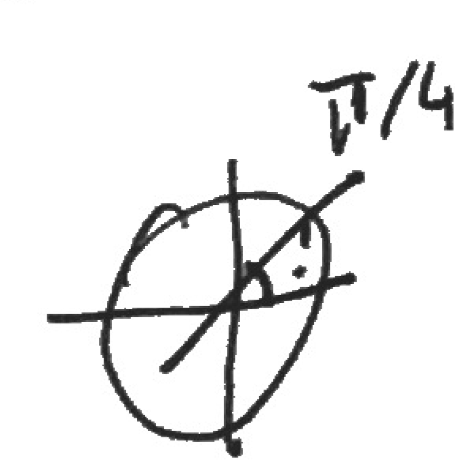
6/6

Aufgabe 2 Kinematik am Fachwerk (10 Punkte)

Das abgebildete System besteht aus vier starren, gelenkig miteinander verbundenen Stäben (OD, BE, BC, CD). Es ist in O gelenkig gelagert und in E aufgelegt. Die zwei langen, durchgängigen Stäbe OD und BE sind in A gelenkig miteinander verbunden.

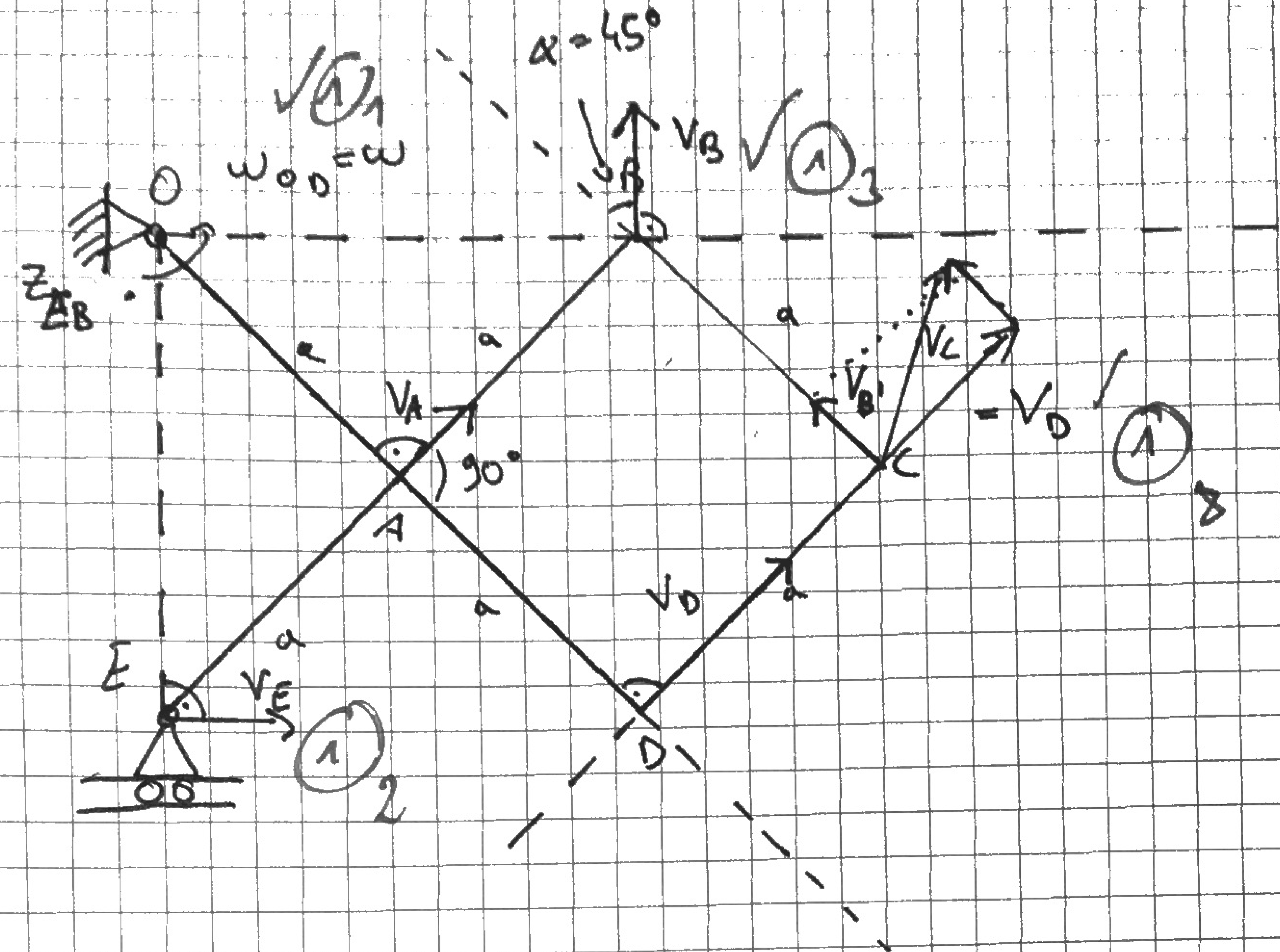
Bestimmen Sie den Vektor der Geschwindigkeit in Punkt C (im gegebenen kartesischen Koordinatensystem), wenn der Stab OD mit der Winkelschnelligkeit ω rotiert.

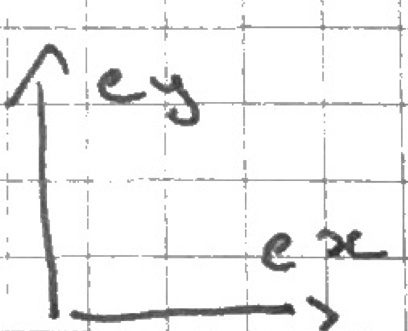




$V_A \cdot \cos(0) = V_A$

Aufgabe: 2.





$V_A \perp OA$ $\quad V_A = \omega \cdot a$

$V_D \perp OD$ $\quad V_D = 2 a \omega$ ✓ 1 4

(Momentanzentrum$_{AB}$ auf Geraden Senkrecht zu V_A

$\Rightarrow V_B \to$ senkrecht zur Verbindungsgeraden Z_{AB}.)

SdpG: V_E kann ~~nur~~ in positive V_x - Richtung sein, weil es aufgelegt $\in$ (rollend fixiert gelagert) ist $\Rightarrow$ SdpG mit V_A.

Momentanzentrum mit orthogonalen Verbindungslinien

$\to MZ_{EB} = 0$

$\omega_{EB} = \omega_{OD} = \omega$ ✓ 1 5

$V_B = \sqrt{2}\, a\, \omega$, ✓ 1 6

SdpG:

V_C in Richtung $\underline{DC} = V_D$ 1 7

V_C in Richtung $\underline{CB} = \cos(45) \cdot V_B = \frac{\sqrt{2}}{2} V_B = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}\, a\omega$ ✓ 1 9

$= a\omega$

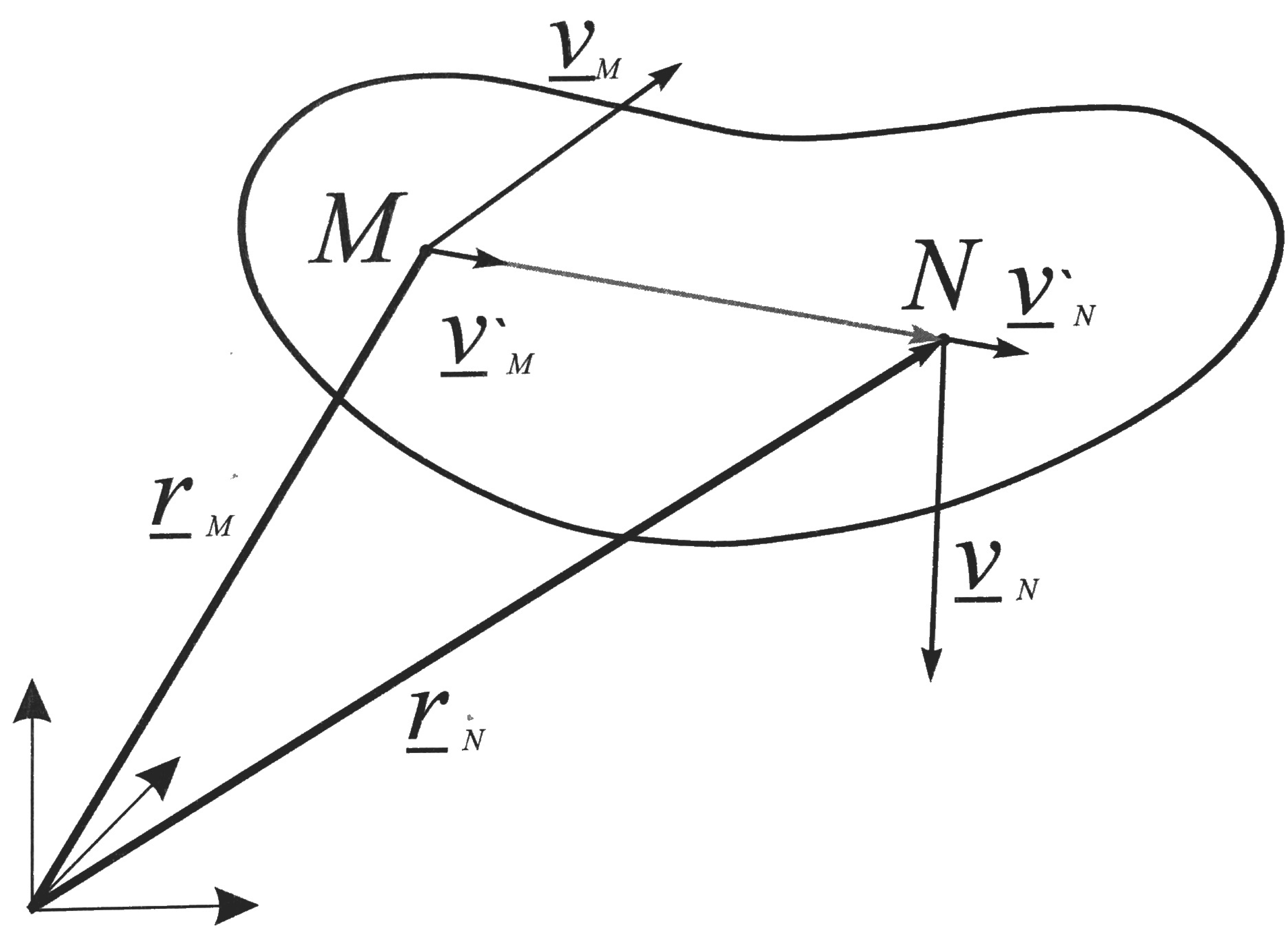
$V_C = a\omega + 2a\omega = \underline{\underline{3a\omega}}$ f 10

9/10

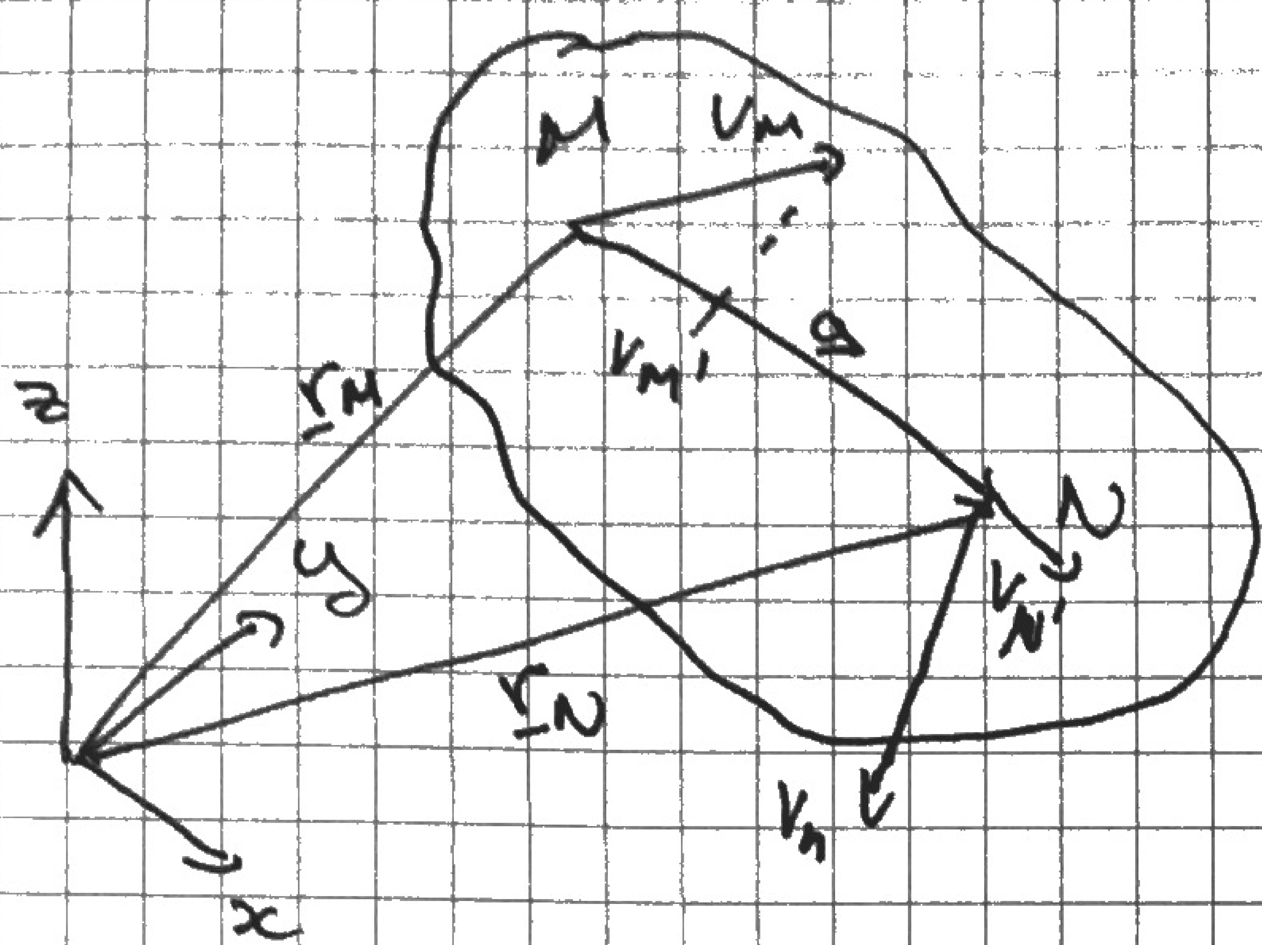
Aufgabe 3: Beweis (2 Punkte)

Beweisen Sie den Satz der projizierten Geschwindigkeiten, d.h.

$$\underline{v}'_M = \underline{v}'_N, \quad \forall t$$



Aufgabe: 3.



$$\underline{a} \cdot \underline{a} = |\underline{a}| \cdot |\underline{a}| \cdot \cos(0) = \text{konstant } (k)$$

$$\underline{a} \cdot \underline{a} = k$$

$$(\underline{a} \cdot \underline{a})^{\cdot} = 0$$

$$(\dot{\underline{a}}\underline{a} + \underline{a}\dot{\underline{a}}) = 0$$

$$2\,\dot{\underline{a}}\underline{a} = 0$$

$$\dot{\underline{a}}\underline{a} = 0$$

Hier ist $\underline{a} = \underline{r}_N - \underline{r}_M = \underline{MN}$

$$\dot{\underline{a}} = (\underline{v}_N - \underline{v}_M)$$

$$\underline{a}\dot{\underline{a}} = 0$$

$$\underline{a} \cdot (v_N - v_M) = 0$$ ✓ 1 / 1

$$\underline{a} v_N = a v_M$$

Projektion auf Verbindungsvektor ist gleich. ✓ 1 / 2

$$v_N' = v_M'$$

2/2