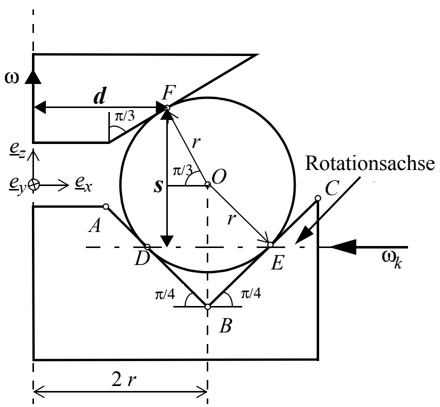
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Mechanik I: Kinematik und Statik - HS18
Lösung Schnellübung 5

Aufgabe 1

Gegeben: Kugel, welche auf Kegelfläche abrollt und von Welle angetrieben wird.
Gesucht: Kinemate der Kugel in O.
Lösung:



$$d = 2r - r\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{3}{2}r$$

$$s = r\sin(\frac{\pi}{3}) + \frac{\sqrt{2}}{2}r = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}r$$

Kontaktpunkt F

$$\underline{v}_F = d\,\omega \underline{e}_y = s\,\omega_k \underline{e}_y$$

$$\Rightarrow \quad \omega_k = \frac{d\,\omega}{s} = \frac{3\omega}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = 3\omega(\sqrt{3}-\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\omega}_k = -\omega_k\,\underline{e}_x$$

$$\underline{v}_O = \omega_k\,\frac{\sqrt{2}}{2} r\,\underline{e}_y = \frac{3\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2}) r\omega\,\underline{e}_y$$

Aufgabe 2

Gegeben: $\underline{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}$, $\underline{v}_D = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\underline{v}_B = \begin{pmatrix} v_{Bx} \\ v \\ v_{Bz} \end{pmatrix}$, v is bekannt.
Gesucht: $\underline{v}_B$, Kinemate in C, Zentralachseachse und schnellster Punkt
Lösung:

a)

$$\underline{v}_B = \underline{v}_D + \underline{\omega} \times \underline{DB}$$

$$\begin{pmatrix} v_{Bx} \\ v \\ v_{Bz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3a \\ 0 \\ -3a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ 3a\omega \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \omega = \frac{v}{3a}, \quad \underline{v}_B = \begin{pmatrix} v \\ v \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_C = \underline{v}_B + \underline{\omega} \times \underline{BC}$$

$$= \begin{pmatrix} v \\ v \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v}{3a} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3a \\ 3a \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v-v \\ v-v \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow C$ ist in Ruhe! Kinemate in C: $[\underline{v}_c, \underline{\omega}]$

b) $\mu || \underline{e}_Z$, μ geht durch C

$$\Rightarrow \quad \mu: \quad \underline{r}(p) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3a \\ 0 \end{pmatrix} + p \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) B ist der Punkt mit maximalem Abstand zu der Rotationsachse μ

$$\Rightarrow \quad v_{max} = |\underline{v}_B| = \sqrt{2}v$$

Aufgabe 3

Gegeben: $|v_B| = v$, Punkt D bewegt sich nach oben mit Geschwindigkeit v.
Gesucht: momentaner Bewegungszustand des Stabes BC.
Lösung:

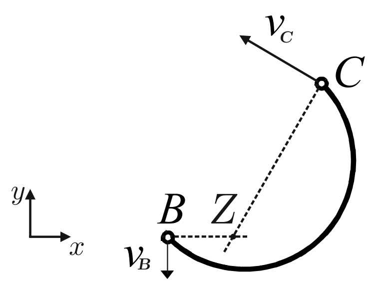


Abbildung 1: Fall 2

$$\underline{v_C} \cdot \underline{CD} = \underline{v_D} \cdot \underline{CD}$$

$$\underline{v_B} \cdot \underline{BC} = \underline{v_C} \cdot \underline{BC}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ v_B \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot 2R = \begin{pmatrix} v_{Cx} \\ v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot 2R$$

Daraus folgt

$$\Rightarrow v_{Cy} = v, v_B = v + v_{Cx}$$

Fall 1: $v_B = v$, $v_{Cx} = 0$. BC: momentane Translation.

Fall 2: $v_B = -v$, $v_{Cx} = -2v$. BC: momentane Rotation um Punkt Z.