Aufgabe 1

Gegeben:
System gemäss Skizze
Linienlast mit Gesamtbetrag $2P$ und Kraft P

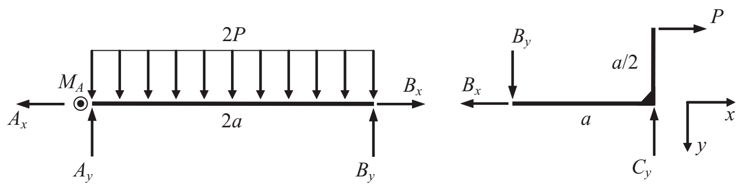
Gesucht:

a) Beanspruchungen in AB und BC

b) Ort und Betrag von M_{Zmax}

Lösung:

a) Systemtrennung:



Gleichgewichtsbedingungen für den Stab AB:

$$\sum F_x : \quad -A_x + B_x = 0$$
$$\sum F_y : \quad A_y + B_y - 2P = 0$$
$$\sum M_z^A : \quad M_A + 2aB_y - 2aP = 0$$

Gleichgewichtsbedingungen für den Stab BD:

$$\sum F_x : \quad -B_x + P = 0$$
$$\sum F_y : \quad C_y - B_y = 0$$
$$\sum M_z^B : \quad aC_y - \frac{a}{2}P = 0$$

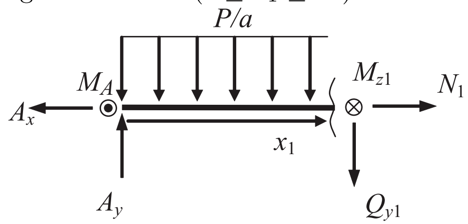
Aus diesen Gleichungen können dann die Lagerreaktionen berechnet werden:

$$A_x = P \qquad A_y = \frac{3}{2}P \qquad M_A = aP$$
$$B_x = P \qquad B_y = \frac{P}{2} \qquad C_y = \frac{P}{2}$$

Berechnung der verteilten Last q:

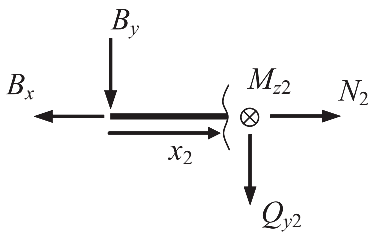
$$q = \frac{2P}{2a} = \frac{P}{a}$$

Beanspruchung im Stab AB $(0 \leq x_1 \leq 2a)$:



$$\sum F_x : \quad N_1(x_1) = A_x = P$$
$$\sum F_y : \quad Q_1(x_1) = A_y - \frac{P}{a}x_1 = \frac{3}{2}P - \frac{P}{a}x_1$$
$$\sum M_z : \quad M_{z1}(x_1) = M_A - A_y x_1 + \frac{P}{a}x_1\frac{x_1}{2} = aP - \frac{3}{2}Px_1 + \frac{P}{2a}x_1^2$$

Beanspruchung im Stab BC $(0 \leq x_2 \leq a)$:



$$\sum F_x : \quad N_2(x_2) = B_x = P$$
$$\sum F_y : \quad Q_2(x_2) = -B_y = -\frac{1}{2}P$$
$$\sum M_z : \quad M_{z2}(x_2) = B_y x_2 = \frac{1}{2}P x_2$$

b) Ort und Betrag von M_{Zmax}

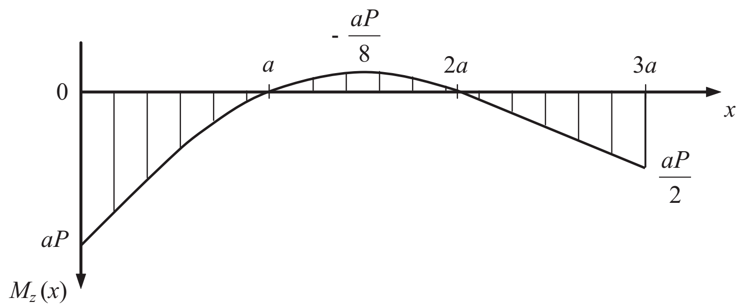
Stab AB hat ein nicht-linearer Verlauf des Biegemomentes. Suche nach Extrema:

$$\frac{dM_{z1}}{dx_1} = -\frac{3}{2}P + \frac{P}{a}x_1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{3}{2}a$$
$$\Rightarrow \quad M_{z1}\left(\frac{3}{2}a\right) = -\frac{ap}{8}$$

Randwerte:

$$x_1 = 0 \qquad M_{z1}(0) = aP$$
$$x_1 = 2a \qquad M_{z1}(2a) = 0$$
$$x_2 = 0 \qquad M_{z2}(0) = 0$$
$$x_2 = a \qquad M_{z2}(a) = \frac{ap}{2}$$

Das Biegemoment ist maximal bei $x_1 = 0$ (bei der Einspannung) und hat den Betrag $M_{Zmax} = aP$.

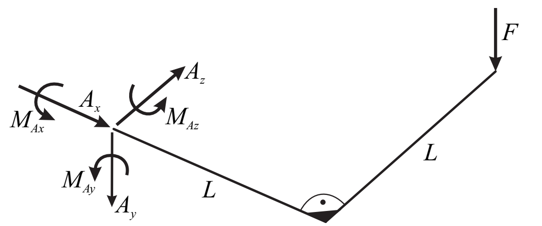


Aufgabe 2

Gegeben:
Geometrie gemäss Skizze
Kraft F

Gesucht:
Beanspruchung des Trägers

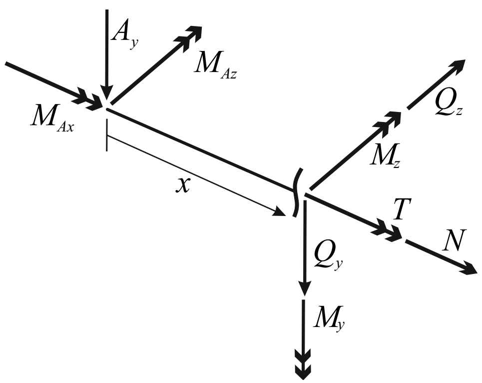
Lösung:



Gleichgewichtsbedingungen:

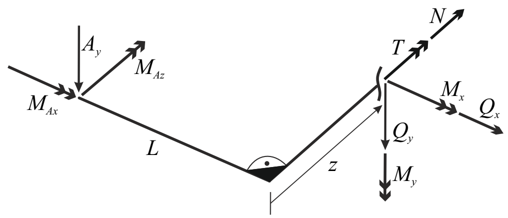
$$\sum F_x: \quad A_x = 0$$
$$\sum F_y: \quad -A_y - F = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y = -F$$
$$\sum F_z: \quad A_z = 0$$
$$\sum M_x^A: \quad M_{Ax} + -LF = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{Ax} = LF$$
$$\sum M_y^A: \quad M_{Ay} = 0$$
$$\sum M_z^A: \quad M_{Az} + LF = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{Az} = -LF$$

Beanspruchung für $0 \leq x \leq L$, $y = z = 0$:



$$\sum F_x: \quad N(x) = 0$$
$$\sum F_y: \quad Q_y(x) = F$$
$$\sum F_z: \quad Q_z(x) = 0$$
$$\sum M_x: \quad T(x) = -LF$$
$$\sum M_y: \quad M_y(x) = 0$$
$$\sum M_z: \quad M_z(x) = F(L-x)$$

Beanspruchung für $0 \leq z \leq L$, $x = y = 0$:



$$\sum F_x: \quad Q_x(z) = 0$$
$$\sum F_y: \quad Q_y(z) = F$$
$$\sum F_z: \quad N(z) = 0$$
$$\sum M_x: \quad M_x(z) = -F(L-z)$$
$$\sum M_y: \quad M_y(z) = 0$$
$$\sum M_z: \quad T(z) = 0$$

Aufgabe 3

Gegeben:
System mit Seilreibung (Umschlingungswinkel $\varphi = 5\pi$)

Gesucht:
Bedingung für m_2 damit das Seil nicht rutscht.

Lösung
Für die Lösung ist eine Fallunterscheidung nötig:

1) Falls $m_2 < m_1$: Bedingung damit es nicht in Richtung von m_1 rutscht:

$$m_1 g < m_2 g \, e^{(5\pi\mu)} \quad \Rightarrow \quad m_2 > m_1 e^{-(5\pi\mu)}$$

2) Falls $m_2 > m_1$: Bedingung damit es nicht in Richtung von m_2 rutscht:

$$m_2 g < m_1 g \, e^{(5\pi\mu)} \quad \Rightarrow \quad m_2 < m_1 e^{(5\pi\mu)}$$