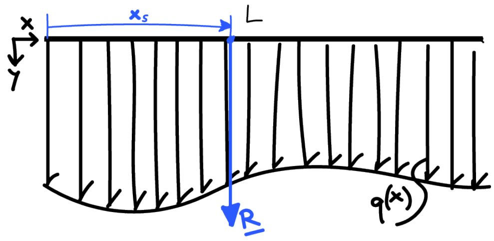
THEORIE 01

kendallj@ethz.ch

1 Kräftemittelpunkt bei linienverteilten Kräften

Allgemein

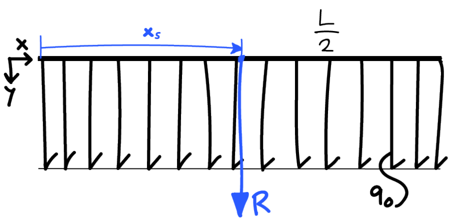


R ist gleich der Fläche unter der Kurve

Der Kräftemittelpunkt x_s ist der Angriffspunkt ihrer Resultierenden $\underline{\mathbf{R}}$ von einer parallelen Kräftegruppe mit Kraftdichte $\underline{\mathbf{q}} = q(x)\underline{\mathbf{e}}_\eta$:

$$x_s = \frac{\int_0^L xq(x)dx}{\int_0^L q(x)dx} = \frac{\int_0^L xq(x)dx}{R} \tag{1}$$

Gleichförmige Kräfteverteilung

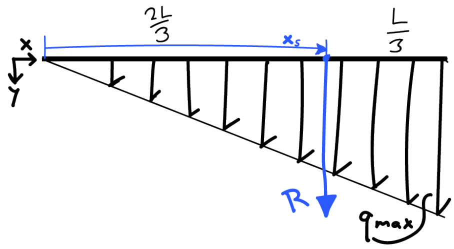


$q(x) = q_0 = konstant$

→ Kräftemittelpunkt: $x_s = \frac{L}{2}$

→ Resultierende: $R = L \cdot q_0$

Dreieckverteilung



$q(x) = \frac{x}{L} q_{max}$

→ Kräftemittelpunkt: $x_s = \frac{2L}{3}$

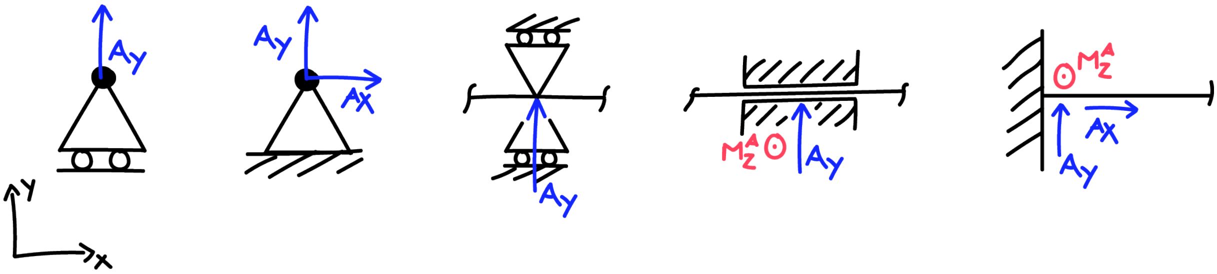
→ Resultierende: $R = \frac{L}{2} q_{max}$

2 Lager

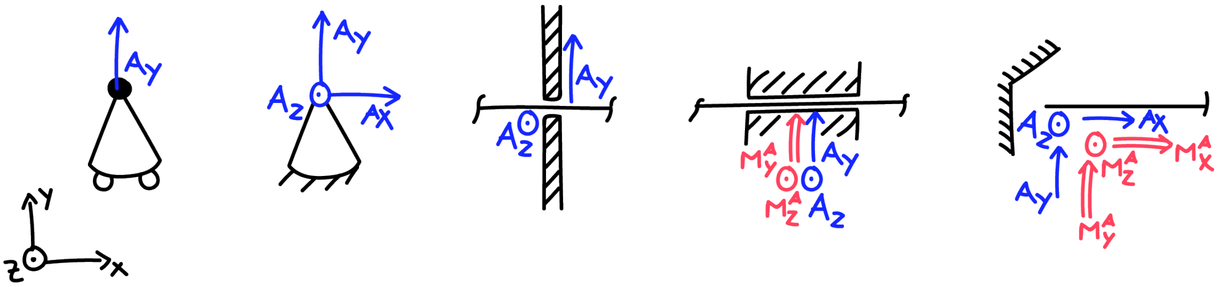
Der Typ des Lagers entscheidet, wie viele Lagerreaktionen einzuführen sind.

2.1 2D

ACHTUNG: Diese Darstellung entspricht **keinem** Freischnitt und soll nur zeigen, welche Lagerreaktionen zu erwarten sind.



2.2 3D

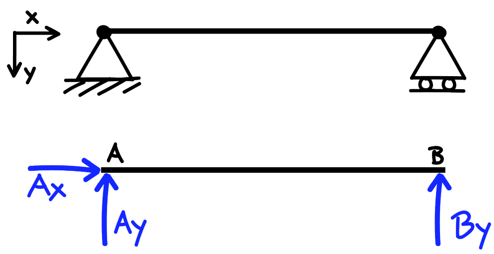


Auflager, Festlager, kurzes & langes Querlager, Einspannung

3 Statische Bestimmtheit

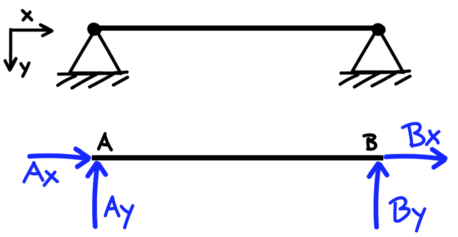
m : # GGW-Bedingungen (3D → 6, 2D → 3) **n** : # Lagerreaktionen

Statisch Bestimmt



$m = 3, n = 3$ $n = m$ → Problem ist **statisch bestimmt**

$(n-m)$-fach Statisch Unbestimmt

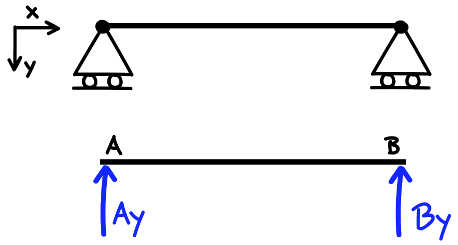


$m = 3, n = 4$

$n > m$

$\rightarrow$ Problem 1-fach statisch **unbestimmt**

Statisch Überbestimmt

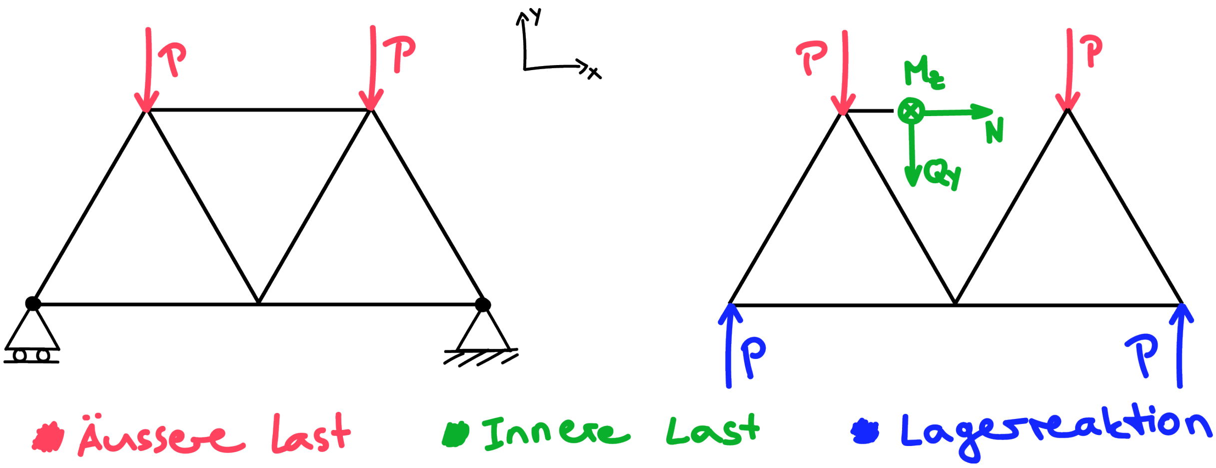


$m = 3, n = 2$

$n < m$

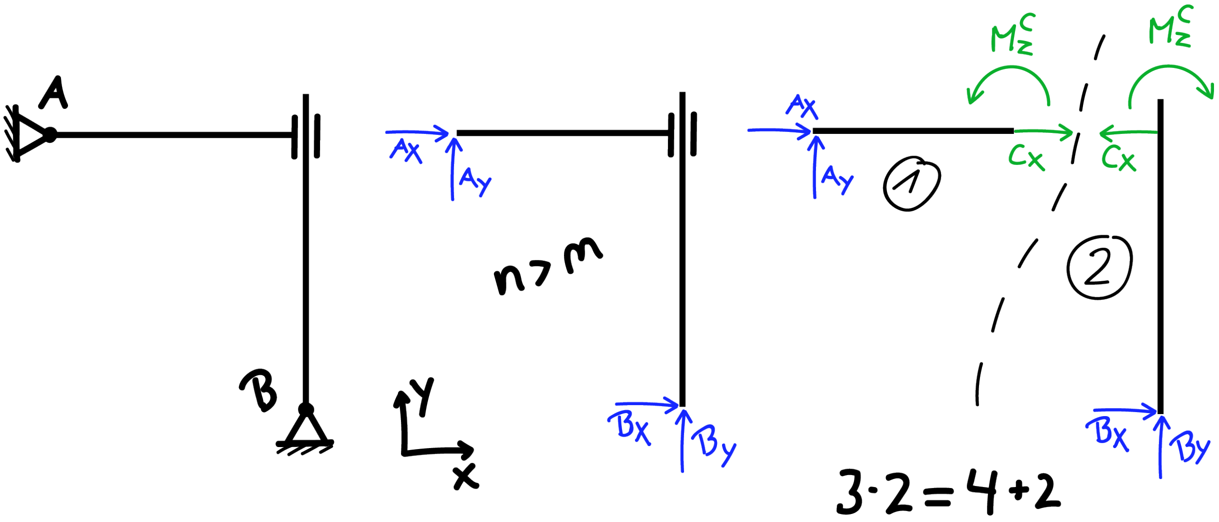
$\rightarrow$ Problem statisch **überbestimmt**

4 Lasten



Äussere Lasten und Lagerreaktionen erhalten wir durch den Freischnitt unseres Systems. Die inneren Lasten erhalten wir, indem wir die Beanspruchung in einem Bauteil bestimmen.

5 Kochrezept zur Lösung von Aufgaben der Statik



Kochrezept - Statik

1. System abgrenzen & geeignetes Koordinatensystem einführen
2. Freischneiden: Lagerreaktionen einführen!
3. Statische Bestimmtheit: $m \lesseqgtr n$, wobei m = #GGW-Bedingungen & n = #LR
4. Falls $n > m \rightarrow$ Systemtrennung

$$\left.\begin{array}{l}\#\ \text{Verbindungsreaktionen} = v \\ \#\ \text{starre Körper} = k\end{array}\right\} m \cdot k = n + v \text{ (lin. abhängig?)}$$

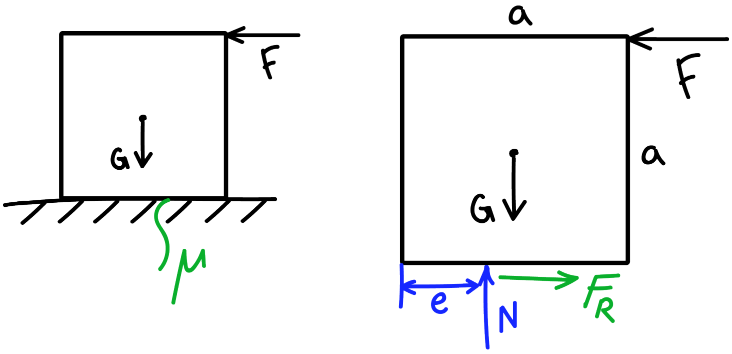
5. Linienverteilte Kräfte reduzieren
6. GGW aller Kräfte & Momente

$$\sum \underline{F} \stackrel{!}{=} 0 \qquad \sum \underline{M} \stackrel{!}{=} 0$$

7. Diskussion der Ergebnisse $\rightarrow$ Abheben, Gleiten, Kippen

6 Reibung

Bisher wurde angenommen, dass Körper glatte Oberflächen haben und somit bei Berührung nur Normalkräfte übertragen werden. In Realität treten jedoch Reibungskräfte auf. Je nach Oberflächenbeschaffenheit braucht mehr oder weniger Kraft ein Objekt über eine Oberfläche zu stossen.

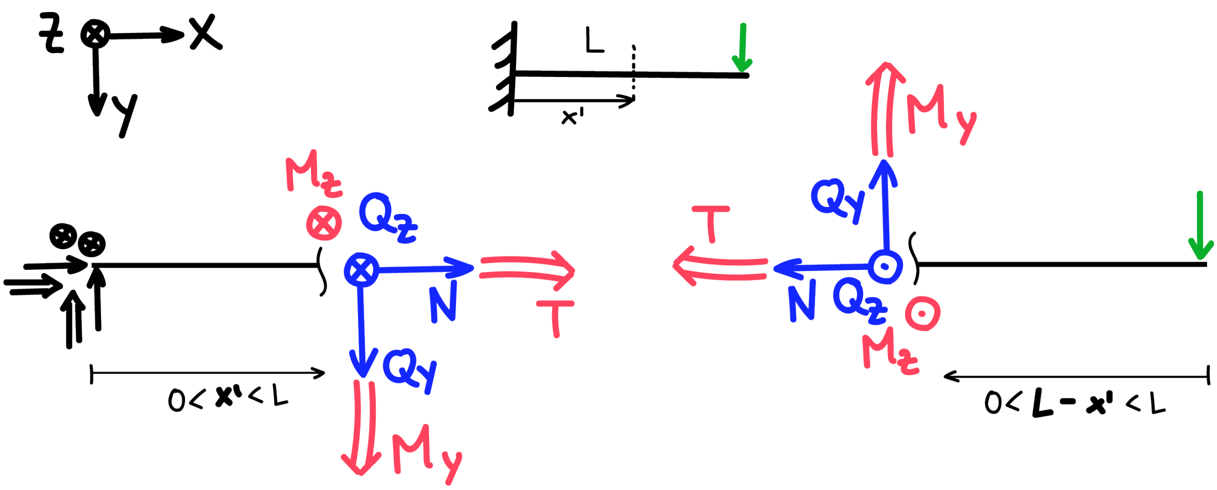


Der Reibungskoeffizient μ beschteibt das verhältnis zwischen Normalkraft und Reibungskraft:

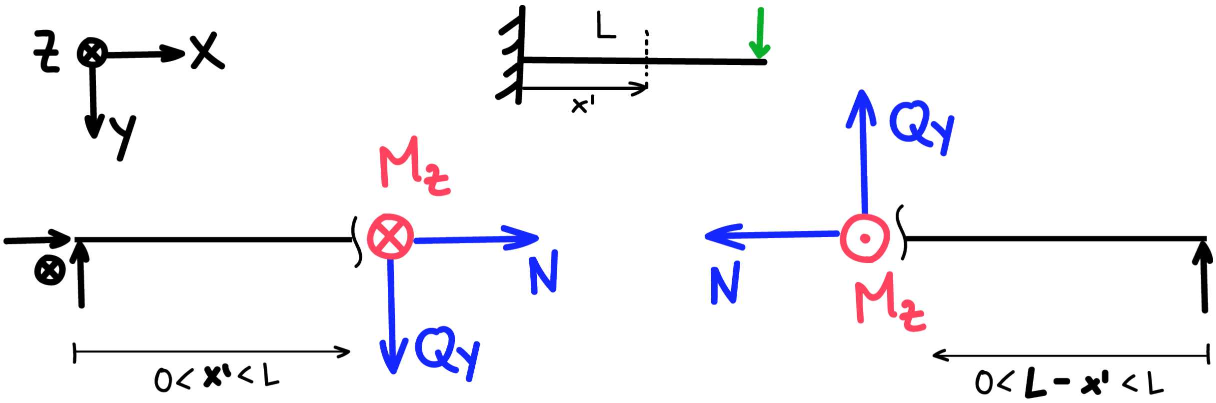
$$|\underline{\mathbf{F}}_R| \leqslant \mu \cdot |\underline{\mathbf{N}}| \tag{2}$$

Die Reibungskraft darf also nie grösser als die Normalkraft sein.

7 Beanspruchung



Beanspruchung im geraden Balken bei einer Einspannung in $3D$ mit Laufvariable **x'**.



In $2D$ soll man nur $\underline{\mathbf{N}}$, $\underline{\mathbf{Q}}_y$ & $\underline{\mathbf{M}}_z$ berücksichtigen.

Kochrezept - Beanspruchung

1. System abgrenzen & freischneiden

(2. Lagerreaktionen am Gesamtsystem bestimmen)

3. Körper schneiden: Laufvariable & Schnittkräfte einführen *Unstetigkeiten beachten!*

4. GGW-Bedingungen für abgegrenztes System aufstellen

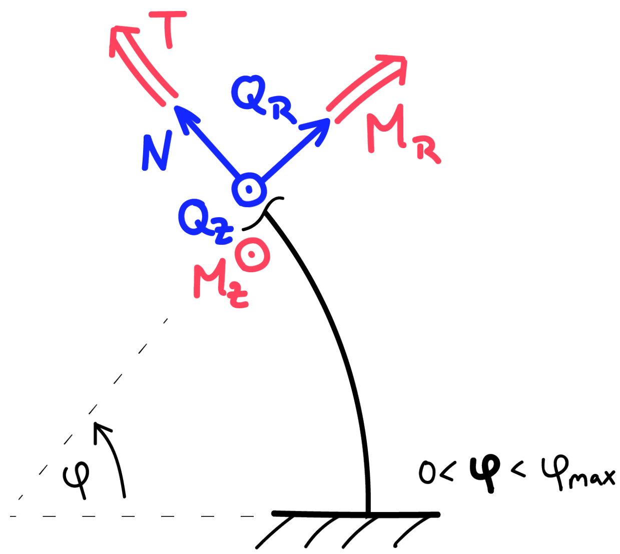
   Schnittkräfte anhand Konvention oder Diff. Beziehungen berechnen

   Momentenbedingung in Abhängigkeit von Laufvariable

(5. Beanspruchungsdiagramme)

7.1 Beanspruchung am gekrümmten Balken

Das Vorgehen zur Bestimmung der Beanspruchung erfolgt am gekrümmten Balken analog wie beim geraden Balken. Der grösste Unterschied ist, dass eine zylindrischer Basis benutzt wird.



7.2 Differentielle Beziehungen

Differentielle Beziehungen stellen Beziehungen zwischen Querkraft bzw. Moment und Belastung zwischen zwei Unstetigkeiten dar. **Koordinaten nach Konvention (Kap. 7) & Niemals über Unsteigkeiten / unstetige Belastungen integrieren!**

$$
\begin{aligned}
Q_y^{'} &= -q_y & \qquad Q_z^{'} &= -q_z \\
M_z^{'} &= -Q_y & \qquad M_y^{'} &= +Q_z \\
M_z^{''} &= +q_y & \qquad M_y^{''} &= -q_z
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Berechnung der Querkräfte und Biegemomente:

$$
Q_y = -\int q_y dx + C_1 \qquad\qquad M_z = -\int Q_y dx + C_2 \tag{4}
$$

7.3 Beanspruchungsdiagramme