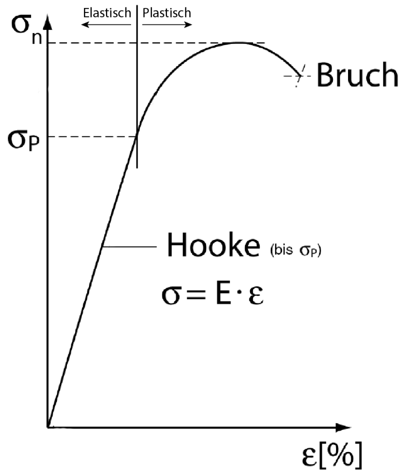
THEORIE 05

kendallj@ethz.ch

1 Verformung



1.1 Hook'sche Gesetz

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{1}$$

wobei E [GPa] das Elastizitätsmodul (E-Modul) und ε [%] die Dehnung ist.

1.2 Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{2}$$

wobei Δl die Längenänderung und l_0 die Anfangslänge ist.

1.3 Längenänderung

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$
$$\frac{N}{A} = E\frac{\Delta l}{l_0}$$
$$\Delta l = \frac{l_0 N}{EA} \tag{3}$$

2 Linear elastisches, isotropes Stoffgesetz

Dehnungen → Spannungen

$$\sigma_x = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)}\left[(1-\nu)\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y + \nu\varepsilon_z\right] - \frac{E}{1-2\nu}\alpha\Delta T \tag{4}$$
$$\sigma_y = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)}\left[\nu\varepsilon_x + (1-\nu)\varepsilon_y + \nu\varepsilon_z\right] - \frac{E}{1-2\nu}\alpha\Delta T \tag{5}$$
$$\sigma_z = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)}\left[\nu\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y + (1-\nu)\varepsilon_z\right] - \underbrace{\frac{E}{1-2\nu}\alpha\Delta T}_{therm.Term} \tag{6}$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = 2G\varepsilon_{xy} \qquad \tau_{yz} = G\gamma_{yz} = 2G\varepsilon_{yz} \qquad \tau_{zx} = G\gamma_{zx} = 2G\varepsilon_{zx} \tag{7}$$

Spannungen → Dehnungen

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right] + \alpha\Delta T \tag{8}$$
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\right] + \alpha\Delta T \tag{9}$$
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\right] + \underbrace{\alpha\Delta T}_{therm.Term} \tag{10}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{2G}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\gamma_{xy}}{2} \qquad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \qquad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \tag{11}$$

2.1 Sicherheitsfaktor

$$S = \frac{ertragbare \quad Belastung}{maximale \quad Belastung} = \frac{\sigma}{\sigma_{max}} = \frac{\tau}{\tau_{max}} \tag{12}$$