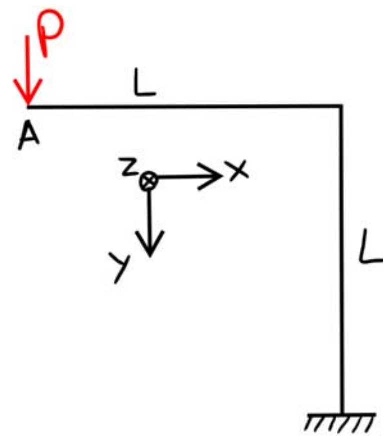
Mechanik II: Deformierbare Körper

für D-BAUG, D-MAVT

Haus- & Schnellübung 12

Aufgabe S1:

Gegeben sei ein rechtwinkliger Balken, der durch eine Kraft mit Betrag P wie in der Skizze belastet wird. Bestimmen Sie die Absenkung in y-Richtung des Punktes A.



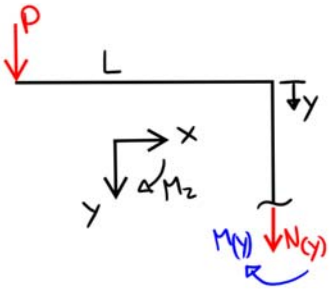
EI und EA seien gegeben.

S1 5 mögliche Antworten	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ
	$\Delta = \frac{PL}{E}\left(\frac{4L^2}{3I} - \frac{1}{A}\right)$	$\Delta = \frac{2PL}{E}\left(\frac{2L^2}{3I} + \frac{1}{A}\right)$	$\Delta = \frac{PL}{E}\left(\frac{4L^2}{3I} + \frac{1}{A}\right)$
		Ⓓ $\Delta = \frac{PL}{E}\left(\frac{3L^2}{4I} + \frac{1}{A}\right)$	Ⓔ $\Delta = \frac{PL}{E}\left(\frac{L^2}{I} + \frac{1}{A}\right)$

Lösung zu Aufgabe S1:

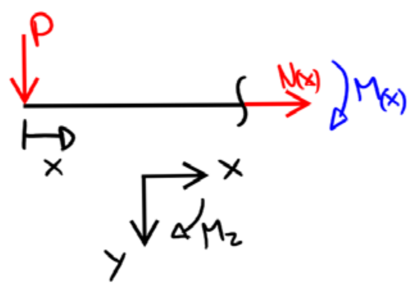
1. Reale Beanspruchung berechnen

1.1. Im Abschnitt $0 \le y \le L$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow N(y) = -P, \qquad \sum M = 0 \rightarrow M(y) = PL$$

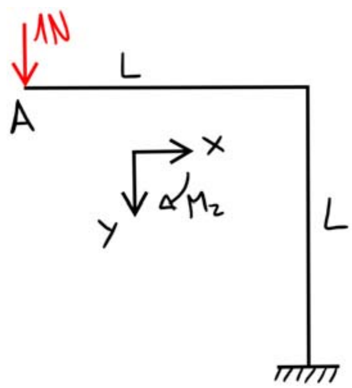
1.2. Im Abschnitt $0 \le x \le L$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow N(x) = 0, \qquad \sum M = 0 \rightarrow M(x) = xP$$

2. Virtuelle Beanspruchung berechnen

Wenn man alle äusseren Kräfte beseitigt und eine virtuelle Kraft mit Betrag 1N im Punkt A in positiver y-Richtung einführt, bleibt die Situation gleich wie in der Realität. Das einzige was sich ändert ist, dass $P = 1N$.



Nach den vorherigen Überlegungen ist die virtuelle Beanspruchung praktisch gegeben:

$$\overline{N}(y) = -1N, \qquad \overline{M}(y) = 1N \cdot L, \qquad \overline{M}(x) = -x \cdot 1N$$

3. Absenkung finden

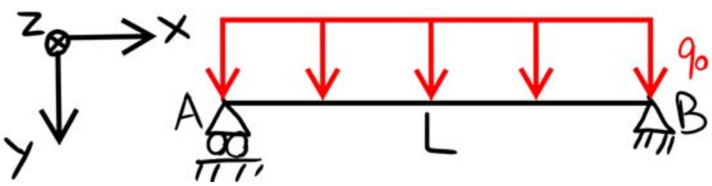
$$1N \cdot \Delta = \frac{1}{EI}\int_0^L \overline{M}(y) \cdot M(y)dy + \frac{1}{EI}\int_0^L \overline{M}(x) \cdot M(x)dx + \frac{1}{EA}\int_0^L \overline{N}(y) \cdot N(y)dy$$

$$= \frac{L^2 P \cdot 1N}{EI}\int_0^L dy + \frac{P \cdot 1N}{EI}\int_0^L x^2 dx + \frac{P \cdot 1N}{EA}\int_0^L dy = \frac{PL \cdot 1N}{E}\left(\frac{4L^2}{3I} + \frac{1}{A}\right)$$

$$\boxed{\Delta = \frac{PL}{E}\left(\frac{4L^2}{3I} + \frac{1}{A}\right)}$$

Aufgabe S2:

Auf einen Balken wirkt eine gleichmässig verteilte Kraft q_0. Die Eigenschaften EI und GA_S des Balken sind gegeben.



Um welchen Winkel ist der Balken im Punkt A geneigt (unter Betrachtung von Schubdeformationen)?

Lösung zu Aufgabe S2:

1. **Reale Beanspruchung mittels Differenzialbeziehungen berechnen**

$$M_b(x) = -\int Q(x)dx = \iint q(x)dx = \frac{q_0}{2}x^2 + C_1 x + C_2$$

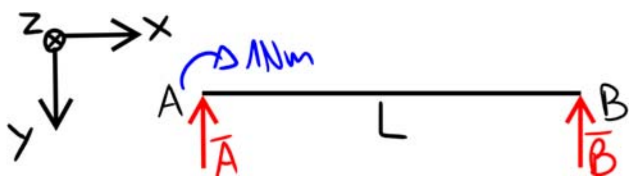
Aus den Lagerbedingungen weiss man, dass

$$M_b(0) = C_2 = 0, \qquad M_b(L) = \frac{q_0}{2}L^2 + LC_1 = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{q_0 L}{2}$$

$$M_b(x) = \frac{q_0 x}{2}(x - L), \qquad Q(x) = -\frac{dM_b(x)}{dx} = -q_0\left(x - \frac{L}{2}\right)$$

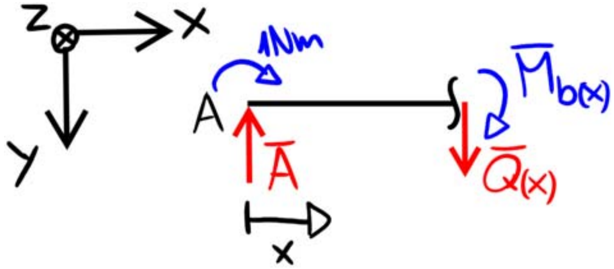
2. **Virtuelle Beanspruchung bestimmen**

2.1. Lagerkräfte berechnen



$$\sum M_A = 0 \rightarrow \overline{B} = \frac{1Nm}{L}, \qquad \sum F_y = 0 \rightarrow \overline{A} = -\overline{B} = -\frac{1Nm}{L}$$

2.2. Virtuelle Querkraft und Biegemoment finden



$$\sum M = 0 \rightarrow \bar{M}_b(x) = -1Nm - \bar{A}x = \frac{1Nm}{L}(x-L), \qquad \sum F_y = 0 \rightarrow \bar{Q}(x) = \bar{A} = -\frac{1Nm}{L}$$

3. Steigungswinkel des Balkens im Punkt A finden

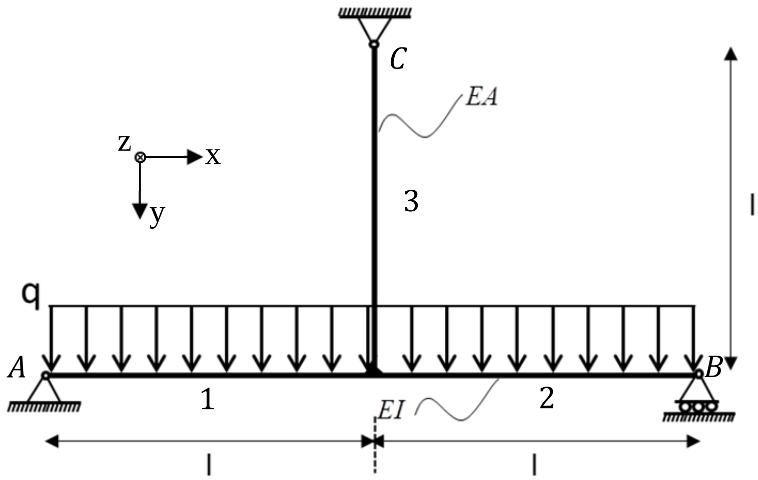
$$1Nm \cdot \theta = \frac{1}{EI}\int_0^L \bar{M}_b(x) \cdot M_b(x)dx + \frac{1}{GA_S}\int_0^L \bar{Q}(x) \cdot Q(x)dx$$

$$= \frac{q_0 \cdot 1Nm}{2LEI}\int_0^L x(x-L)^2 dx + \frac{q_0 \cdot 1Nm}{LGA_S}\underbrace{\int_0^L \left(x-\frac{L}{2}\right)dx}_{0} = \frac{q_0 L^3 \cdot 1Nm}{24EI}$$

$$\rightarrow \boxed{\theta = \frac{q_0 L^3}{24EI}}$$

Aufgabe S3:

Ein Balken (EI =konst.) ist an den Enden durch Gelenklager und in der Mitte durch eine elastische Pendelstütze (EA) gelagert. Unbelastet ist das System spannungsfrei. Man bestimme die in der Pendelstütze übertragene Kraft infolge der Streckenlast q.

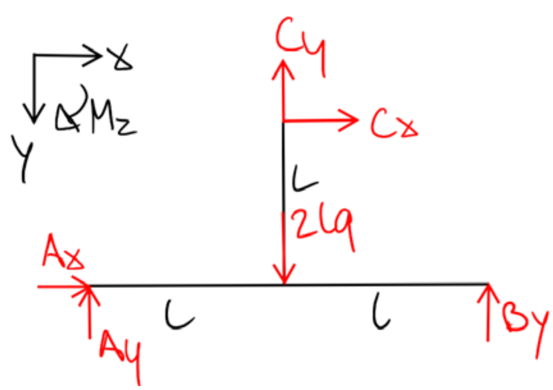


Lösung zu Aufgabe S3:

Weil das System einfach unterbestimmt ist, kann der Arbeitssatz verwendet werden, um eine weitere Gleichung zu erhalten. Da C_y die gesuchte Kraft ist, wird alles in Abhängigkeit von ihr berechnet.

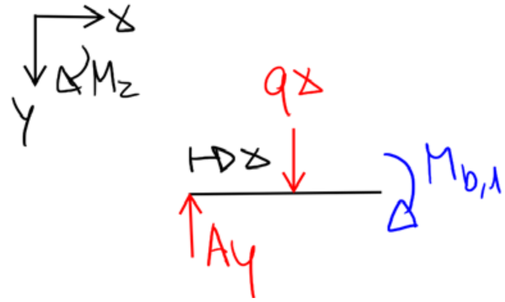
1. Reale Beanspruchung

1.1. Lagerkräfte finden



$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = -\overbrace{C_x = 0}^{Pendelstütze}, \sum M_C = 0 \rightarrow B_y = A_y, \sum F_y = 0 \rightarrow A_y = lq - \frac{1}{2}C_y = B_y$$

1.2. Beanspruchung in Abschnitt 1 für $0 \leq x \leq l$

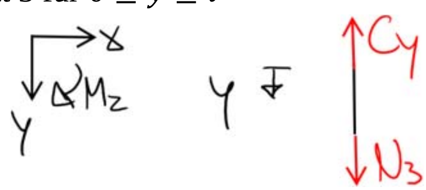


$$M_{b,1}(x) = \frac{q}{2}x^2 - \left(lq - \frac{1}{2}C_y\right)x$$

1.3. Beanspruchung in Abschnitt 2 für $l \leq x \leq 2l$

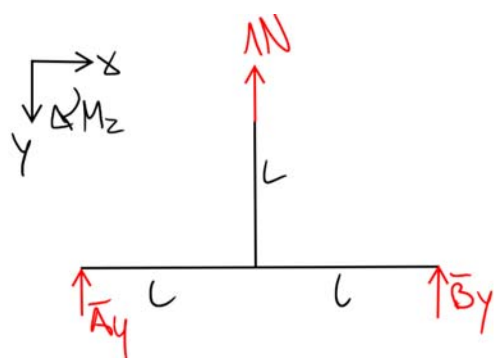
Da das System symmetrisch ist, ist auch der Biegespannungsverlauf im Abschnitt 2 symmetrisch zu dem im Abschnitt 1. Deshalb muss man den Biegemomentverlauf nicht berechnen, da es, für die gleiche Länge, die gleiche Deformationsenergie erzeugt, wie das Biegemoment im Abschnitt 1.

1.4. Beanspruchung in Abschnitt 3 für $0 \leq y \leq l$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_3 = C_y$$

2. $1N$-Kraft im Punkt C in y-Richtung einführen und die virtuelle Beanspruchung berechnen



Das System ist ähnlich der Realität. Wenn man die realen Beanspruchungen nimmt und $q = 0,\ C_y = 1N$ einsetzt, erhält man die virtuellen Beanspruchungen.

$$\overline{N}_3 = 1Nm, \qquad \overline{M}_{b,1} = \frac{1}{2}x \cdot 1N$$

3. Mittels Arbeitssatz C_y finden

Da man weiss, dass keine Verschiebungen im Punkt C zugelassen sind, kann man folgende Gleichung aufstellen:

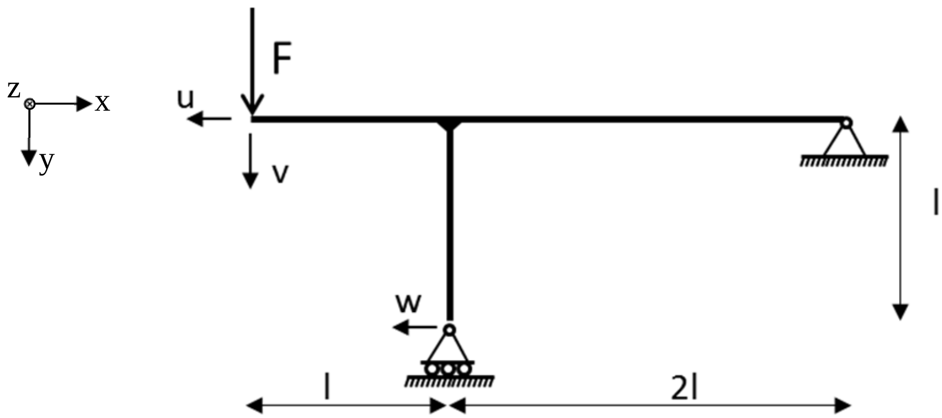
$$1N \cdot \Delta_C = \overbrace{2}^{\substack{\text{Symmetrie der} \\ \text{Biegemomente}}} \cdot \frac{1}{EI}\int \overline{M}_{b,1} \cdot M_{b,1} dx + \frac{1}{EA}\int \overline{N}_3 \cdot N_3 dy = 0$$

$$\rightarrow \frac{1N}{EI}\int_0^l x^2 \left[\frac{q}{2}x - \left(lq - \frac{1}{2}C_y\right)\right] dx + \frac{C_y \cdot 1N}{EA}\int dy = \frac{1N \cdot \left(4C_y - 5lq\right)l^3}{48EI} + \frac{C_y l \cdot 1N}{EA} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{C_y = \frac{5}{4}\frac{qAl^3}{(12I + Al^2)}}$$

Aufgabe H1:

Das dargestellte Tragwerk hat überall die gleiche Biegesteifigkeit EI und Dehnsteifigkeit EA und wird durch die Kraft F belastet. Bestimmen Sie mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte (Arbeitsgleichung) die eingezeichneten Verschiebungskomponenten u, v und w.

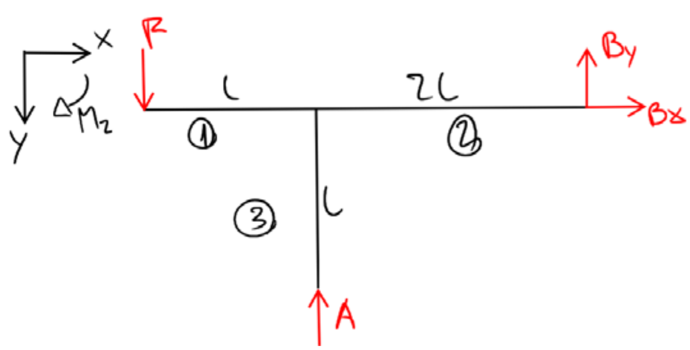


Lösung zu Aufgabe 1:

Verschiebung v:

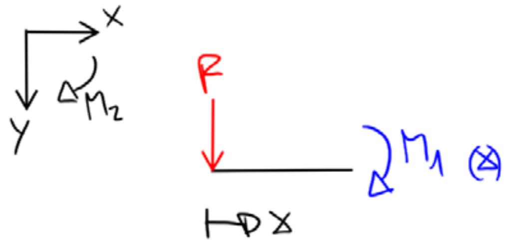
1. Reale Beanspruchung berechnen

1.1. Lagerkräfte



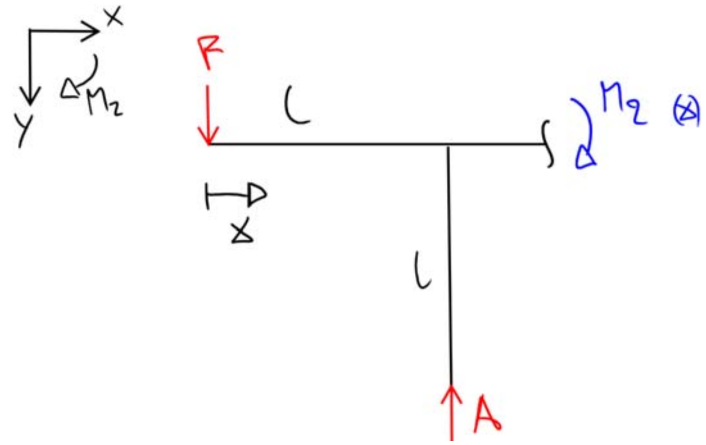
$$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x = 0, \qquad \sum M_B = 0 \rightarrow A = \frac{3}{2}F, \qquad \sum F_y = 0 \rightarrow B_y = -\frac{1}{2}F$$

1.2. Innere Beanspruchung im Abschnitt 1 für $0 \leq x \leq l$



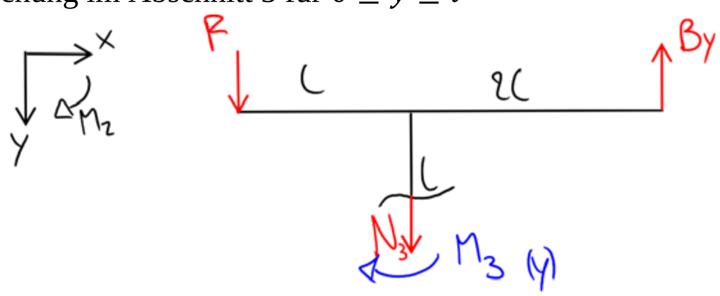
$$\sum M = 0 \rightarrow M_1(x) = xF$$

1.3. Innere Beanspruchung im Abschnitt 2 für $l \leq x \leq 3l$



$$\sum M = 0 \rightarrow M_2(x) = \frac{F}{2}(3l - x)$$

1.4. Innere Beanspruchung im Abschnitt 3 für $0 \leq y \leq l$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_3 = -\frac{3}{2}F, \qquad \sum M = 0 \rightarrow M_3(y) = 0$$

2. Virtuelle Kraft in C einführen und Beanspruchung berechnen

Da die virtuelle Kraft am gleichen Punkt und in gleicher Richtung angreift, wie die Kraft F, kann man die Resultate aus der realen Beanspruchung nehmen und $F = 1N$ einsetzen.

$$\overline{M}_1(x) = x \cdot 1N, \qquad \overline{M}_2(x) = \frac{1}{2}N(3l - x), \qquad \overline{M}_3(x) = 0, \qquad \overline{N}_3(x) = -\frac{3}{2}N$$

3. Verschiebung v bestimmen

$$1N\cdot v=\frac{1}{EI}\int_0^l \overline{M}_1(x)\cdot M_1(x)dx+\frac{1}{EI}\int_l^{3l}\overline{M}_2(x)\cdot M_2(x)dx+\frac{1}{EA}\int_0^l \overline{N}_3(y)\cdot N_3(y)dy$$

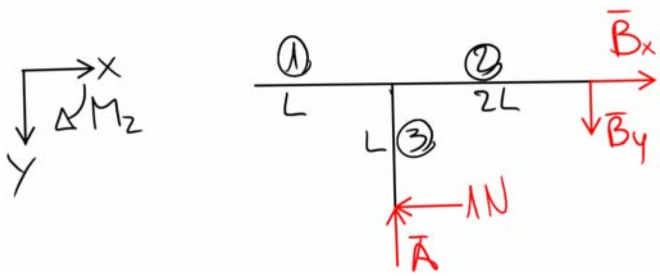
$$=\frac{F\cdot 1N}{EI}\int_0^l x^2dx+\frac{F\cdot 1N}{4EI}\int_l^{3l}(3l-x)^2dx+\frac{9}{4}\frac{F\cdot 1N}{EA}\int_0^l dy=\frac{Fl\cdot 1N}{E}\left(\frac{l^2}{I}+\frac{9}{4A}\right)$$

$$\rightarrow \boxed{v=\frac{Fl}{E}\left(\frac{l^2}{I}+\frac{9}{4A}\right)}$$

<u>Verschiebung w:</u>

1. Virtuelle Kraft in A einführen und Beanspruchung berechnen

1.1. Lagerkräfte bestimmen

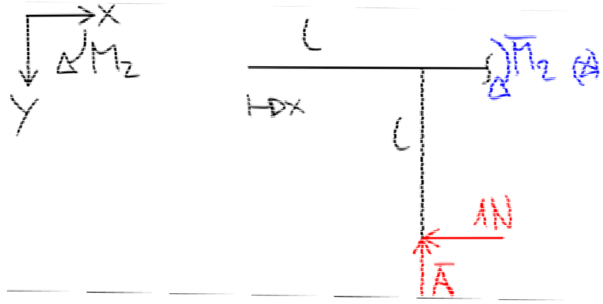


$$\sum F_x=0\rightarrow \overline{B}_x=1N,\qquad \sum F_y=0\rightarrow \overline{B}_y=-\frac{1}{2}N,\sum M_B=0\rightarrow \overline{A}=-\frac{1}{2}N$$

<u>Bemerkung:</u> Bevor man die innere Beanspruchung berechnet, lohnt es sich zuerst zwei Gedanken zu machen:

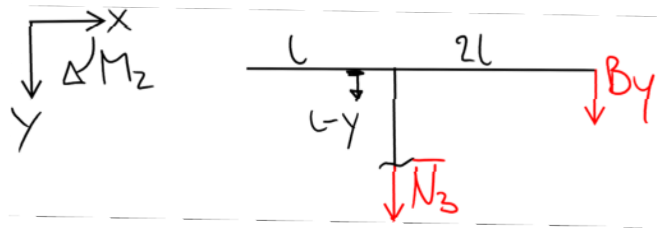
- Abschnitt 1 ist Spannungsfrei
- Da am Schluss die virtuellen Momente zu den zugehörigen realen Momenten und Kräften multipliziert werden, muss man im Virtuellen nur die Momente und Kräfte berechnen, die auch in der Realität vorkommen.

1.2. Innere Beanspruchung im Abschnitt 2 bestimmen



$$\sum M = 0 \rightarrow \overline{M}_2(x) = \frac{1}{2}N(x - 3L)$$

1.3. Innere Beanspruchung im Abschnitt 3 berechnen



$$\sum F_y = 0 \rightarrow \overline{N}_3 = \frac{1}{2}N$$

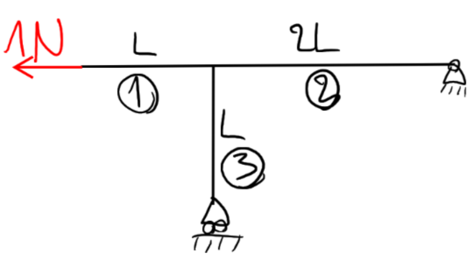
2. Verschiebung *w* berechnen

$$1N \cdot w = \frac{1}{EI}\int_l^{3l} \overline{M}_2(x) \cdot M_2(x)dx + \frac{1}{EA}\int_0^l \overline{N}_3(y) \cdot N_3(y)dy$$

$$= -\frac{F \cdot 1N}{4EI}\int_l^{3l}(x - 3L)^2 dx - \frac{3}{4}\frac{F \cdot 1N}{EA}\int_0^l dy = -\frac{Fl \cdot 1N}{E}\left(\frac{3}{4}\frac{1}{EA} + \frac{2}{3}\frac{l^2}{I}\right)$$

$$\boxed{w = -\frac{Fl}{E}\left(\frac{3}{4}\frac{1}{A} + \frac{2}{3}\frac{l^2}{I}\right)}$$

<u>Verschiebung u:</u>



In diesem Fall ist sichtbar, dass es in den Abschnitten 1 und 3 nur eine virtuelle Axialkraft gibt und dass der Abschnitt 3 spannungsfrei ist.

Da es keine Beanspruchung gibt, die im Virtuellem und in der Realität vorkommt, ist $\boxed{u = 0}$.

Aufgabe H2:

Das in der Abbildung 1 gezeigte System mit Gelenken in A und B und einer Einspannung in C besteht aus einer gewichtslosen, geraden, starren Pendelstütze (Länge a) und einem elastischen Viertelkreisbogen (gewichtlos, Radius a, Biegesteifigkeit EI). Infolge von Setzungen im Fundament erfährt die Einspannstelle bei C eine Drehung um den Winkel $\alpha \ll 1$, jedoch keine Verschiebung (Figur 2).

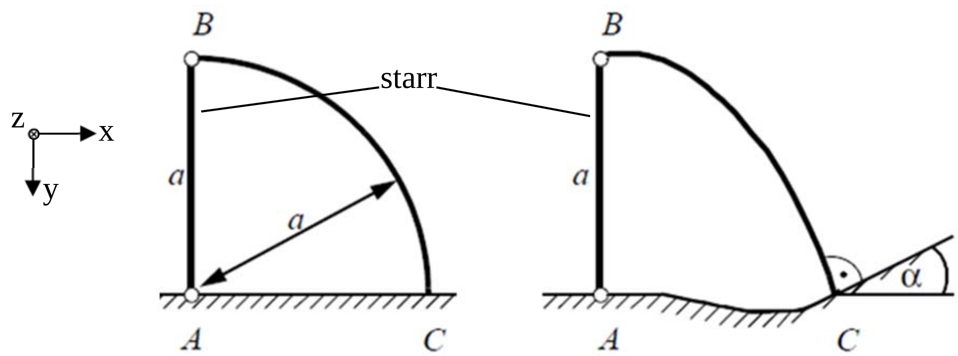


Abbildung 1 Abbildung 2

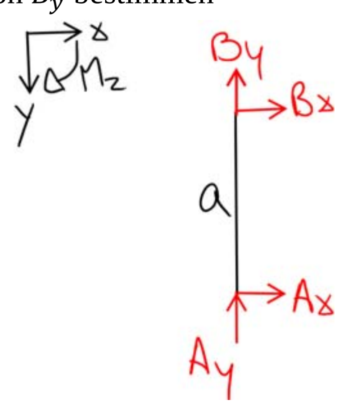
Man ermittle die in A und C auftretende Reaktionen mittels Arbeitsgleichung.

Hinweis: $\int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x$

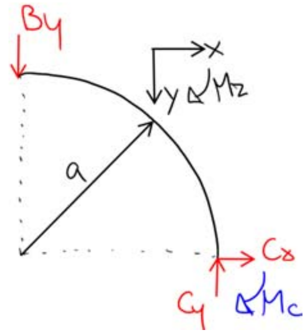
Lösung zu Aufgabe H3:

1. Reale Beanspruchung berechnen

1.1. Lagerkräfte in Abhängigkeit von B_y bestimmen

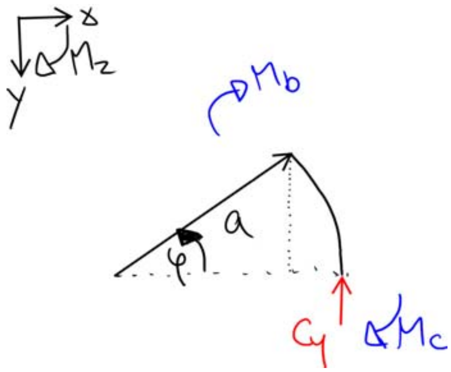


$$\sum M_A = 0 \rightarrow B_x = 0\,, \qquad \sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0, \qquad \sum F_y = 0 \rightarrow A_y = -B_y$$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow C_y = B_y, \qquad \sum F_x = 0 \rightarrow C_x = 0, \qquad \sum M_C = 0 \rightarrow M_C = aB_y$$

1.2. Beanspruchung im Stab BC



$$\sum M = 0 \rightarrow M_b(\varphi) = -M_C \cos\varphi = -aB_y \cos\varphi$$

2. **Virtuelles Moment in $\boldsymbol{C}$ einführen und virtuelle Beanspruchung lösen**
   Der einzige Unterschied vom realen und dem virtuellen Biegemoment ist, dass man das Moment in C als $M_C = 1Nm$ definiert. Das virtuelle Biegemoment ist dementsprechend

$$\overline{M}_b(\varphi) = -1Nm \cdot \cos\varphi$$

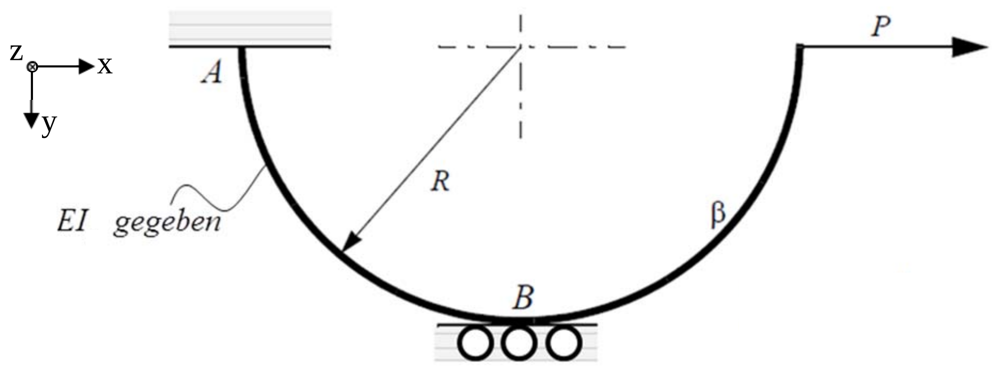
3. **$\boldsymbol{B_y}$ mittels Arbeitssatz ermitteln**
   Da in der Aufgabenstellung der Winkel bei der Einspannung α gegeben ist, gilt:

$$1Nm \cdot \alpha = \frac{1}{EI}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \overline{M}_b(\varphi) \cdot M_b(\varphi) \cdot L d\varphi = 1Nm \cdot \frac{aB_yL}{EI}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\varphi\, d\varphi = \frac{\pi}{4EI} aB_yL \cdot 1Nm$$

$$\rightarrow \boxed{B_y = \frac{4\alpha EI}{\pi a^2} = C_y = -A_y, \qquad M_C = \frac{4\alpha EI}{\pi a}}$$

Aufgabe H3:

Berechnen Sie die Lagerkräfte des skizzierten Systems. Berücksichtigen Sie dabei nur die Biegedeformation.



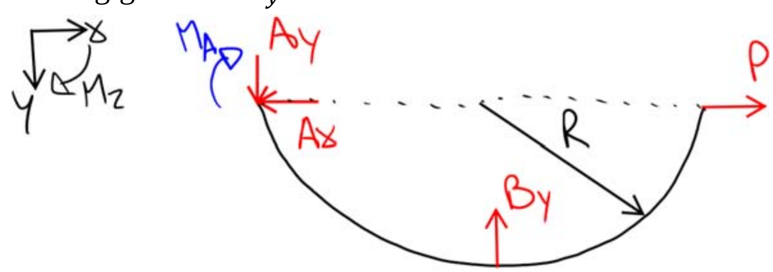
Hinweise:

$$\int \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2}(x - \sin x \cdot \cos x), \qquad \int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{2}(x + \sin x \cdot \cos x)$$

Lösung zu Aufgabe H2:

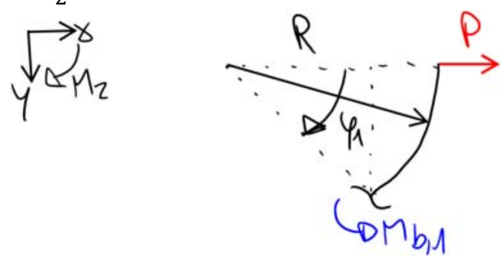
1. Reale Beanspruchung bestimmen

1.1. Lagerkräfte in Abhängigkeit von B_y berechnen



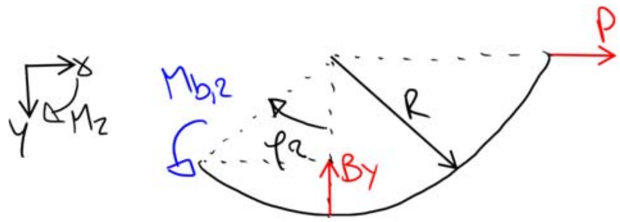
$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y = B_y, \qquad \sum F_x = 0 \rightarrow A_x = P, \qquad \sum M_A = 0 \rightarrow M_A = RB_y$$

1.2. Biegemoment für $0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2}$



$$\sum M = 0 \rightarrow M_{b,1} = PR \sin \varphi_1$$

1.3. Biegemoment für $0 \leq \varphi_2 \leq \frac{\pi}{2}$



$$\sum M = 0 \rightarrow M_{b,2} = R\big(P \cos \varphi_2 - B_y \sin \varphi_2\big)$$

2. **Virtuelle Kraft in B einführen und die virtuelle Beanspruchung berechnen**
Wenn man die virtuelle Kraft $1N$ im Punkt B in negativer y-Richtung einführt, ersetzt man praktisch die Lagerkraft B_y mit der virtuellen Kraft $1N$ und setzt $P = 0$.
Aus dieser Erkenntnis lassen sich die virtuellen Biegemomente bestimmen:

$$\overline{M}_{b,1} = 0, \qquad \overline{M}_{b,2} = -R \sin \varphi_2 \cdot 1N$$

3. **Arbeitsgleichung anwenden und B_y berechnen**
Da sich wegen den Lagerbedingungen der Punkt B nicht in y-Richtung bewegen kann, erhält man folgende Gleichung:

$$1N \cdot \Delta_B = \cancel{\frac{1}{EI}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \underbrace{\overline{M}_{b,1}}_{=0} \cdot M_{b,1} dx} + \frac{1}{EI}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \overline{M}_{b,2} \cdot M_{b,2} dx$$

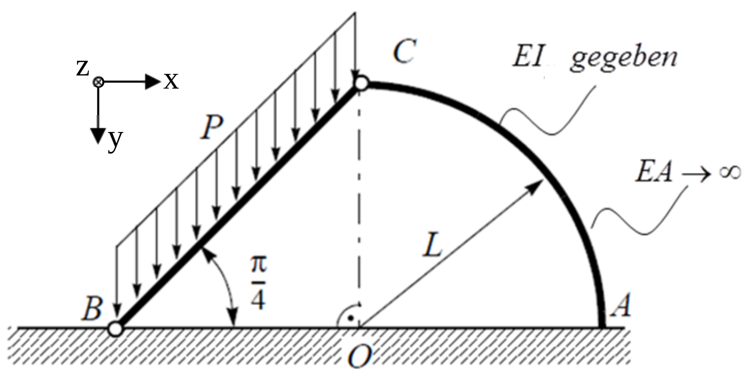
$$= \cancel{\frac{1}{EI}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cancel{-R} \sin \varphi_2 \cdot \cancel{1N \cdot R}\big(P \cos \varphi_2 - B_y \sin \varphi_2\big) dx = 0 = \frac{P}{2} - \frac{B_y \pi}{4}$$

$$\rightarrow \boxed{B_y = \frac{2P}{\pi} = A_y, \qquad A_x = P, \qquad M_A = \frac{2RP}{\pi}}$$

Wiederholungsaufgabe:

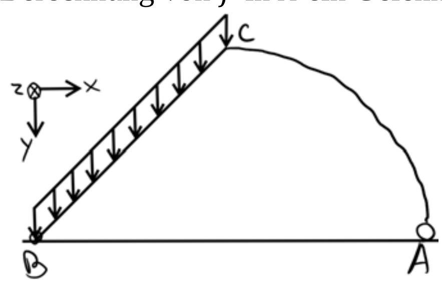
Das abgebildete System mit reibungsfreien Gelenken in B und C setzt sich aus einem viertelkreisförmigen Teil AC (Radius L) und einem geraden Stab BC (Länge $\sqrt{2}L$) zusammen. Beide Teile haben einen konstanten Kreisquerschnitt (Radius $a \ll L$) und sind elastisch (E-Modul E). Als Belastung greift am Stab BC eine gleichmässig verteilte Kraft parallel zu CO an (Betrag P).

Berechnen Sie durch Anwendung der Arbeitsgleichung die Auflagerkräfte und -momente in A und B, sowie die Verschiebung f von C in Richtung CA.



Vereinfachungen:

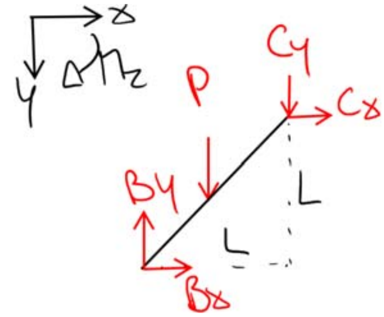
- Die Biegemomente sind die einzigen Belastungen, die das System deformieren.
- Nehmen Sie an, dass bei der Berechnung von f in A ein Gelenk und keine Einspannung ist.



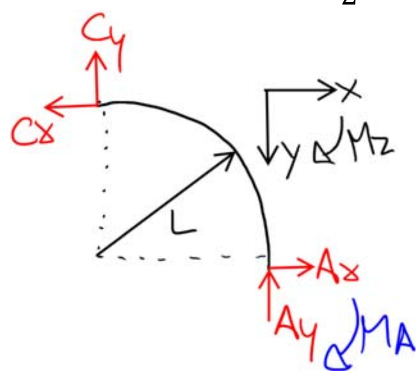
Lösung zur Wiederholungsaufgabe:

1. Reale Biegemomente berechnen

1.1. Lagerkräfte in Abhängigkeit von B_x bestimmen

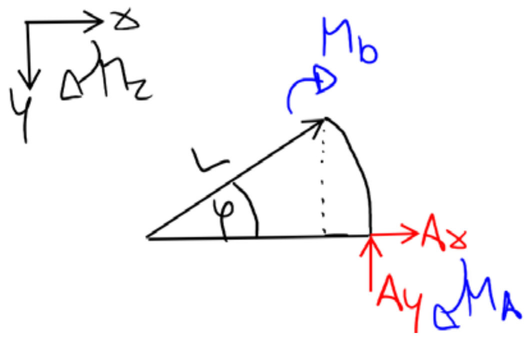


$$\sum F_x = 0 \rightarrow C_x = -B_x, \qquad \sum M_C = 0 \rightarrow B_y = B_x + \frac{P}{2}, \qquad \sum F_y = 0 \rightarrow C_y = B_x - \frac{P}{2}$$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = -B_x, \sum F_y = 0 \rightarrow A_y = \frac{P}{2} - B_x, \sum M_A = 0 \rightarrow M_A = L\left(\frac{P}{2} - 2B_x\right)$$

1.2. Biegemoment im Abschnitt AC

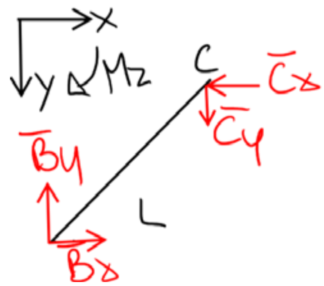


$$\sum M = 0 \rightarrow M_b(\varphi) = L\left[B_x - \left(\frac{P}{2} - B_x\right)\cos\varphi - B_x \sin\varphi\right]$$

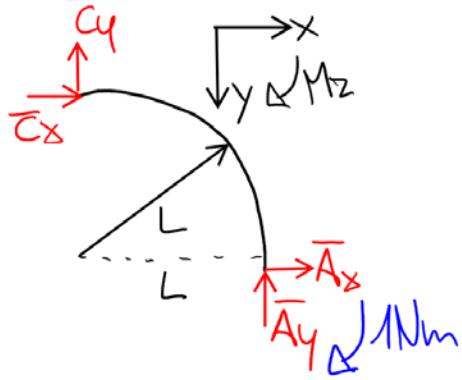
Bemerkung: Da man als zusätzliche Bedingung annehmen wird, dass sich der Winkel bei der Einspannung in A nicht ändert, muss man nur die Deformationsenergie vom Stab AC berechnen.

2. Virtuelles Moment in A einführen und $\overline{M}_b$ berechnen

2.1. Lagerkräfte bestimmen

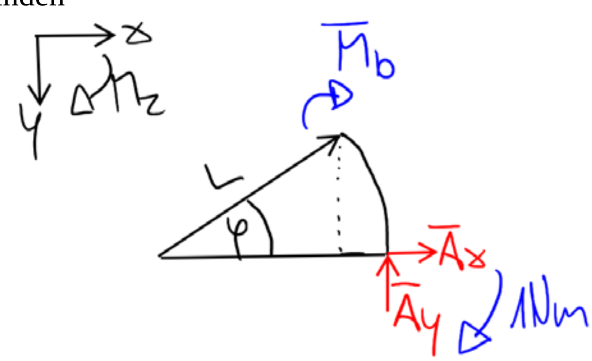


$$\sum F_x = 0 \rightarrow \overline{B}_x = \overline{C}_x, \qquad \sum F_y = 0 \rightarrow \overline{B}_y = \overline{C}_y, \qquad \sum M_B = 0 \rightarrow \overline{B}_x = \overline{B}_y = \overline{C}_x = \overline{C}_y$$



$$\sum M_A = 0 \rightarrow \overline{B}_x = -\frac{1Nm}{2L}, \qquad \sum F_x = 0 \rightarrow \overline{A}_x = \frac{1Nm}{2L}, \qquad \sum F_y = 0 \rightarrow \overline{A}_y = \frac{1Nm}{2L}$$

2.2. Virtuelles Moment finden



$$\sum M = 0 \rightarrow \overline{M}_b(\varphi) = \frac{1Nm}{2}(\sin\varphi - \cos\varphi - 1)$$

3. B_x mittels Arbeitssatz bestimmen und Lagerkräfte berechnen

Bei einer Einspannung gilt $\theta = 0$.

$$1Nm \cdot \theta = \cancel{\frac{1}{EI}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \overline{M}_b(\varphi) \cdot M_b(\varphi) \cancel{L} d\varphi = 0$$

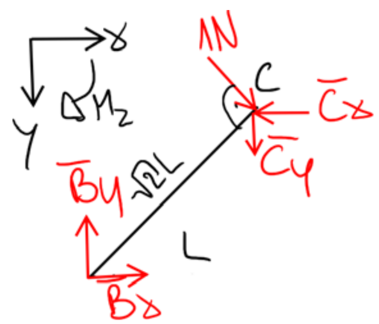
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \overline{M}_b(\varphi) \cdot M_b(\varphi) d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1\cancel{Nm}}{\cancel{2}} (\sin\varphi - \cos\varphi - 1) \cdot \cancel{L} \left[B_x - \left(\frac{P}{2} - B_x\right)\cos\varphi - B_x \sin\varphi \right] d\varphi = 0$$

$$= -\frac{8B_x(\pi - 1) - P(\pi + 2)}{8} = 0 \rightarrow \boxed{B_x = \frac{P(\pi + 2)}{8(\pi - 1)}}$$

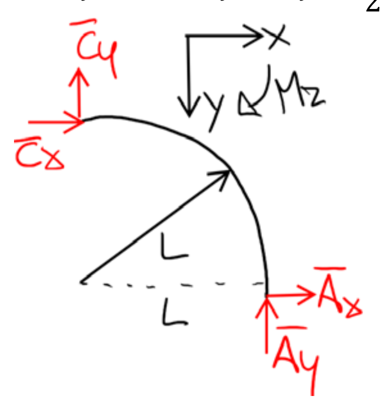
$$\rightarrow \boxed{A_x = -\frac{P(\pi + 2)}{8(\pi - 1)}, A_y = \frac{3P}{8}\left(\frac{\pi - 2}{\pi - 1}\right), B_y = \frac{P}{8}\left(\frac{5\pi - 2}{\pi - 1}\right), M_A = \frac{PL}{4}\left(\frac{4 - \pi}{\pi - 1}\right)}$$

4. Virtuelle Kraft in CA-Richtung in C einführen und virtuelle Beanspruchung berechnen

4.1. Lagerkräfte bestimmen

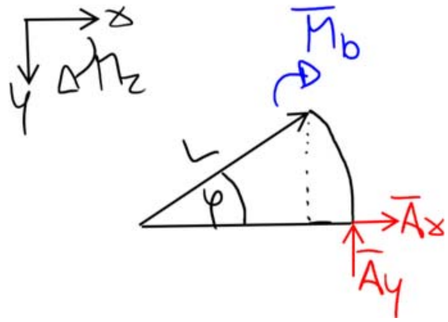


$$\sum F_x = 0 \rightarrow \overline{C}_x = \frac{\sqrt{2}}{2} N + \overline{B}_x, \sum F_y = 0 \rightarrow \overline{C}_y = \overline{B}_y - \frac{\sqrt{2}}{2} N, \sum M_C = 0 \rightarrow \overline{B}_x = \overline{B}_y$$



$$\sum M_A = 0 \rightarrow \overline{B}_x = 0, \qquad \sum F_x = 0 \rightarrow \overline{A}_x = -\frac{\sqrt{2}}{2} N, \qquad \sum F_y = 0 \rightarrow \overline{A}_y = \frac{\sqrt{2}}{2} N$$

4.2. Virtuelles Biegemoment im Stab AC finden



$$\sum M = 0 \to \overline{M}_b(\varphi) = \frac{\sqrt{2}}{2} L \cdot 1N(1 - \cos\varphi - \sin\varphi)$$

5. Verschiebung f berechnen

$$1N \cdot f = \frac{1}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \overline{M}_b(\varphi) \cdot M_b(\varphi) L d\varphi$$

$$= \frac{4L}{E\pi a^4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} L \cdot 1N(1 - \cos\varphi - \sin\varphi) \cdot L \left[B_x - \left(\frac{P}{2} - B_x\right)\cos\varphi - B_x \sin\varphi\right] d\varphi$$

$$= \frac{2\sqrt{2}L^3 \cdot 1N}{E\pi a^4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos\varphi - \sin\varphi) \cdot \left[B_x - \left(\frac{P}{2} - B_x\right)\cos\varphi - B_x \sin\varphi\right] d\varphi$$

$$\frac{2\sqrt{2}L^3 \cdot 1N}{8E\pi a^4} [4B_x(\pi - 4) + P(\pi - 2)] = \frac{\sqrt{2}}{8\pi} \frac{PL^3 \cdot 1N}{Ea^4} \left(\frac{3\pi^2 - 8\pi - 4}{\pi - 1}\right)$$

$$\to \boxed{f = \frac{\sqrt{2}}{8\pi} \frac{PL^3}{Ea^4} \left(\frac{3\pi^2 - 8\pi - 4}{\pi - 1}\right)}$$