

# THEORIE 12

kendallj@ethz.ch

## 1 Methode der virtuellen Kräfte

Letzte Woche haben wir den Arbeitssatz kennengelernt. Leider ist er aber nur dann anwendbar, wenn man die Verschiebung in Kraftrichtung am Kraftangriffspunkt in einem statisch bestimmten System berechnen will.

Neu dazu kommt *die Methode der virtuellen Kräfte*. Der Vorteil von dieser neuen Methode ist, dass man jede Verschiebung im System berechnen kann und es nicht drauf ankommt, ob das System statisch *bestimmt oder unbestimmt* ist. Das Prinzip aber bleibt gleich zu letzter Woche und die neue Gleichung lautet:

Für Verschiebungen  $v$ :

$$1N \cdot v = \int_0^L \frac{\overline{NN}}{EA} dx + \int_0^L \frac{\overline{QQ}}{GA} dx + \int_0^L \frac{\overline{MM}}{EI} dx + \int_0^L \frac{\overline{TT}}{GI_P} dx \quad (1)$$

Für Verdrehungen  $\vartheta$ :

$$1Nm \cdot \vartheta = \int_0^L \frac{\overline{NN}}{EA} dx + \int_0^L \frac{\overline{QQ}}{GA} dx + \int_0^L \frac{\overline{MM}}{EI} dx + \int_0^L \frac{\overline{TT}}{GI_P} dx \quad (2)$$

Das Überstrichene steht für das Virtuelle.

### Kochrezept - Virtuelle Kräfte

1. reale Lagerkräfte, -momente und innere Beanspruchungen berechnen
2. virtuelle Kraft vom Betrag  $1N$  oder Moment vom Betrag  $1Nm$  am Verschiebungs- oder Verdrehungspunkt in Verschiebungs- oder Drehrichtung einführen
3. virtuelle Lagerkräfte, -momente und innere Beanspruchungen berechnen  
Beachte dabei, dass
  - man nur die virtuelle Beanspruchungen berechnen muss, die auch im realen vorkommen.
  - falls die virtuelle Kraft in die gleiche Richtung zeigt und den gleichen Angriffspunkt hat wie die reale Kraft, man direkt die realen Beanspruchungen übernehmen kann und die reale Kraft mit der Virtuellen ersetzen kann.
4. Alle reelle und virtuelle Beanspruchungen in die obere Gleichung einsetzen.

### 1.1 Statisch unbestimmte Systeme

Falls man ein statisch unbestimmtes System hat, kann man aus der Methode der virtuellen Kräfte und den Lagerbedingungen zusätzliche Gleichungen aufstellen, um die unbekanntes Lagerkräfte und -momente zu berechnen.