Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

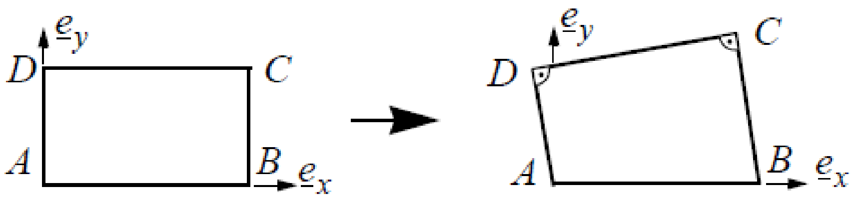
Prof. D. Mohr
FS2018

Mechanik II: Deformierbare Körper

für D-BAUG, D-MAVT **Haus- & Schnellübung 4**

Aufgabe S1:

Der Querschnitt eines langen Stabes deformiert sich im ebenen Verformungszustand gemäss der Skizze (kleine Deformationen). Die Strecke AD, DC und AB bleiben in ihrer Länge unverändert.



Ordnen Sie den vier Ecken die richtigen Verzerrungstensoren zu.

a) Ecke A

A1. 5 mögliche Antworten	Ⓐ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$	Ⓑ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	Ⓒ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$	Ⓓ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ -k & 0 \end{bmatrix}$	Ⓔ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$

b) Ecke B

A1. 5 mögliche Antworten	Ⓐ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$	Ⓑ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	Ⓒ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$	Ⓓ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ -k & 0 \end{bmatrix}$	Ⓔ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$

c) Ecke C

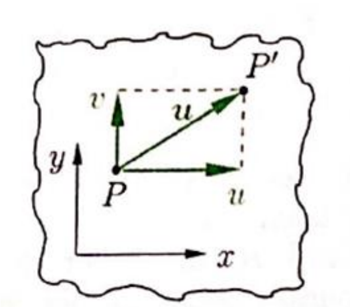
A1. 5 mögliche Antworten	Ⓐ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$	Ⓑ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	Ⓒ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$	Ⓓ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ -k & 0 \end{bmatrix}$	Ⓔ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$

d) Ecke D

A1. 5 mögliche Antworten	Ⓐ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$	Ⓑ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	Ⓒ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$	Ⓓ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ -k & 0 \end{bmatrix}$	Ⓔ $\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$

Aufgabe S2:

Für eine Scheibe wurde aus Messungen das folgende ebene Verschiebungsfeld ermittelt:



$$\underline{u}(x,y) = \begin{pmatrix} u_0 + 7 \cdot 10^{-3}x + 4 \cdot 10^{-3}y \\ v_0 + 2 \cdot 10^{-3}x - 1 \cdot 10^{-3}y \end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie den Verzerrungstensor.

b) Wie groß sind die Hauptdehnungen und um wie viel muss das Koordinatensystem gedreht werden, damit man den Hauptdehnungszustand erreicht?

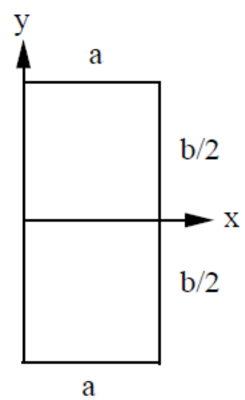
c) Wie groß ist die maximale Winkelverzerrung?

Aufgabe S3:

Bei der abgebildeten dünnen Scheibe (Dicke $t \ll a, b$) sind die Schubspannungen an dem Flächenelement mit äusseren Normalen x und y gegeben. Die Volumenkräfte sind vernachlässigbar.

$$\tau_{xy} = \frac{4q}{b^2} y^2, \qquad \underline{f} = 0$$

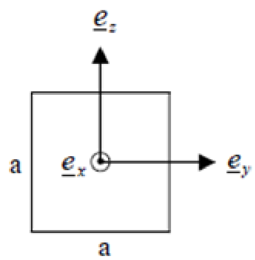
Es sei bekannt, dass die Normalspannung in x-Richtung entlang der y-Achse Null sei und dass die Normalspannung in y-Richtung für $y = \frac{b}{2}$ auch Null sei.



Ermitteln Sie die Normalspannungsverteilung.

Aufgabe H1:

Gegeben sei ein Verschiebungsfeld eines deformierbaren Stabes mit Querschnittsfläche a^2.



$$\underline{u}(x,y,z) = \begin{pmatrix} xz \\ -\upsilon yz \\ \frac{1}{2}(-x^2+\upsilon y^2-\upsilon z^2) \end{pmatrix} K, \qquad K>0$$

a) Finden Sie zuerst den Verzerrungstensor und zeichne anschliessend den Mohrscher Dehnungskreis

b) In welchen Punkten des Stabes und in welchen Richtungen sind die Schubwinkel maximal?

Aufgabe H2:

Gegeben sei ein Verzerrungstensor.

$$\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} 11 & 5\sqrt{3} & 2\sqrt{3} \\ 5\sqrt{3} & 1 & -6 \\ 2\sqrt{3} & -6 & -12 \end{bmatrix} \frac{1}{16} \cdot 10^{-3}$$

Berechnen Sie die Hauptdehnungen und die Hauptdehnungsachsen mit der charakteristischen Gleichung mit den Grundinvarianten.

Wiederholungsaufgabe:

Von dem Spannungszustand in einem materiellen Punkt P sei folgendes bekannt:

$$\underline{s}(\underline{e}_x) = 3k\underline{e}_x + k\underline{e}_y, \qquad \underline{s}(\underline{e}_y) = ?\,\underline{e}_x + ?\,\underline{e}_y, \qquad \underline{s}(\underline{e}_z) = ?\,\underline{e}_x + ?\,\underline{e}_y + ?\,\underline{e}_z$$

- Am Flächenelement mit dem Normalenvektor $\underline{n}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ verschwindet die Normalspannung.
- Am Flächenelement mit dem Normalenvektor $\underline{n}_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ ist der Vektor der Schubspannung $\underline{\tau} = \frac{\sqrt{3}}{9}k\begin{pmatrix}5\\11\\-16\end{pmatrix}$

a) Bestimmen Sie die Komponente des Spannungstensors $\underline{\underline{T}}_{xyz}$.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Mohr'schen Kreises
   i. Die Hauptspannungen.
   ii. Die absolut grösste Schubspannung.
   iii. Die Hauptrichtungen.