1 Elastizität 9 Punkte

Ein Stab der Länge L und des Durchmessers D wird mit der Zugkraft F belastet.

a) Wie gross ist die wirkende nominale Zugspannung σ_n?
b) Wie gross ist die elastische Dehnung des Stabes?
c) Wie gross ist das Verhältnis der wirkenden Kraft zu der Maximalkraft, welche der Stab erträgt?
d) Wie gross ist der Durchmesser des belasteten Stabes?
e) Ein zweiter Stab hat einen Kompressionsmodul K_2. Kann er aus dem gleichen Material bestehen wie Stab 1? (isotrope Materialien bei Stab 1 und Stab 2).

Gegeben

Stab 1

Zugkraft	F = 10000 N
Länge	L = 2 m
Durchmesser	D = 10 mm
Zugfestigkeit	R_m = 1200 N/mm^2
Elastizitätsmodul	E = $210 \cdot 10^3$ N/mm^2
Querkontraktionszahl	ν_1 = 0.28

Stab 2

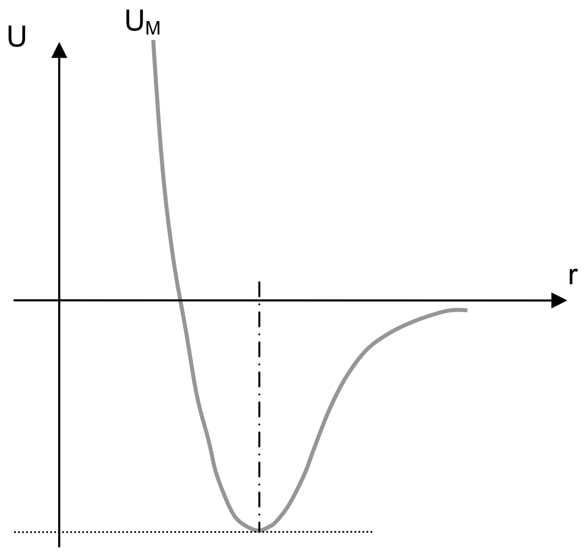
Querkontraktionszahl	ν_2 = 0.28
Kompressionsmodul	K_2 = 34200 MPa

2 Bindungsenergie 4 Punkte

Gegeben die Potentialkurve der Bindungsenergie eines Materials M.

Zeichnen Sie in das gleiche Diagramm für zwei Materialien, deren übrige Eigenschaften gleich sind wie bei Material 0:

a) Die Potentialkurve für ein Material A mit grösserer Gitterkonstante.
b) Die Potentialkurve für ein Material B mit kleinerer Schmelztemperatur.



3 Schubspannungen 8 Punkte

Ein Blech aus kfz Material mit einer (110)[001] Textur wird mit einer Zugspannung σ= 500MPa in Richtung [001] belastet. Die kritische Schubspannung beträgt τ_c=120 MPa.

- Tritt Gleiten auf?

4 Schmidsches Schubspannungsgesetz 3 Punkte

Für einen kubisch flächenzentrierten Nickel-Einkristall beträgt die kritische Schubspannung $\tau_c = 6.30 MPa$.

a) Berechnen Sie die maximal zulässige Zugspannung entlang der [001]-Richtung, damit Versetzungsgleiten im Gleitsystem $(111)[0\bar{1}1]$ verhindert wird.

b) Wie gross ist die Schubspannung, welche durch die gefundene Zugspannung im Gleitsystem$(111)[1\bar{1}0]$ erzeugt wird?

1 Elastizität

Ein Stab der Länge L und des Durchmessers D wird mit der Zugkraft F belastet.
a) Wie gross ist die wirkende nominale Zugspannung σ_n
b) Wie gross ist die elastische Dehnung des Stabes?
c) Wie gross ist das Verhältnis der wirkenden Kraft zu der Maximalkraft, welche der Stab erträgt?
d) Wie gross ist der Durchmesser des belasteten Stabes?
e) Ein zweiter Stab hat einen Kompressionsmodul K_2. Kann er aus dem gleichen Material bestehen wie Stab 1? (isotrope Materialien bei Stab 1 und Stab 2).

Gegeben
Stab 1

Zugkraft	F = 10000 N
Länge	L= 2 m
Durchmesser	D = 10 mm
Zugfestigkeit	R_m = 1200 N/mm^2
Elastizitätsmodul	E = 210·10^3 N/mm^2
Querkontraktionszahl	ν_1 = 0.28

Stab 2

Querkontraktionszahl	ν_2 = 0.28
Kompressionsmodul	K_2 = 34200 MPa

Lösung

a) Nominale Zugspannung $\sigma_n = \overset{\{1\}_1}{\dfrac{F}{\frac{D^2\cdot\pi}{4}}} = \dfrac{10000\,N}{\frac{10^2\cdot 3.1416}{4}} = 127.3 N/mm^2$ {1}₂

b) Elastische Dehnung des Stabes $\varepsilon_{el} = \overset{\{1\}_3}{\dfrac{\sigma_n}{E}} = \dfrac{127.3\,N/mm^2}{210000\,N/mm^2} = 0.000606$ {1}₄

c) Verhältnis der wirkenden zur Maximalkraft $= \dfrac{F}{F_{\max}} = \dfrac{\sigma_n}{R_m} = \dfrac{127.3\ N/mm^2}{1200\,N/mm^2} = 0.106$ {1}₅

d) Durchmesser des belasteten Stabes:

{1}₆

$$D' = (1-\nu\cdot\varepsilon_{el})\cdot D = (1-0.28\cdot 0.000606)\cdot 10\,mm = 9.998mm$$ {1}₇

e) Stab 2
Für isotropes Material gilt:

{1}₈

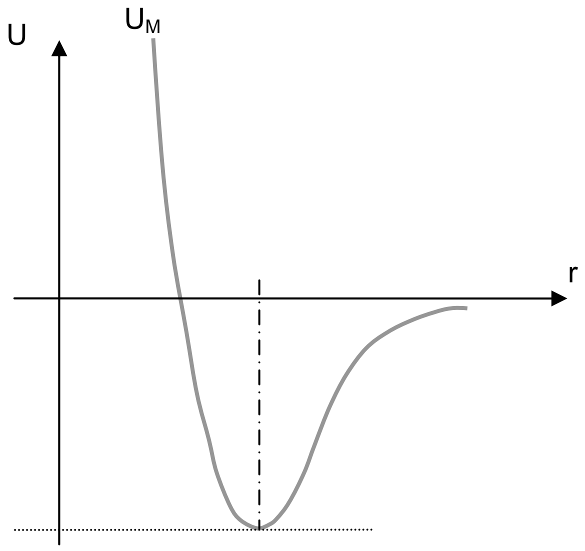
$$K_2 = \frac{E_2}{3(1-2\cdot\upsilon)} \rightarrow E_2 = K\cdot 3\cdot(1-2\cdot\upsilon) = 34200MPa\cdot 3\cdot(1-2\cdot 0.28) = 45144MPa < 210000MPa$$

Die E-Moduln sind unterschiedlich, es kann sich nicht um das gleiche Material handeln. {1}₉

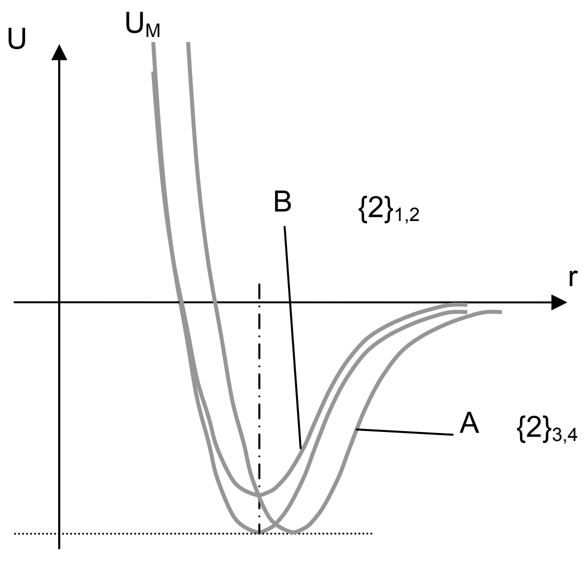
2 Bindungsenergie

Gegeben die Potentialkurve der Bindungsenergie eines Materials M. Zeichnen Sie in das gleiche Diagramm für zwei Materialien, deren übrige Eigenschaften gleich sind wie bei Material 0:

a) Die Potentialkurve für ein Material A mit grösserer Gitterkonstante.
b) Die Potentialkurve für ein Material B mit kleinerer Schmelztemperatur.



Lösung



Material A: Grössere Gitterkonstante: Das gleich grosse Minimum liegt bei einem grösseren r.
Material B: Kleinere Schmelztemperatur: Das Minimum liegt höher bei gleichem r wie Material M bzw. 0.
Anmerkung: Da der E-Modul bei allen drei Materialien gleich sein soll, müssen die Krümmungsradien im Potentialminimum ebenfalls gleich sein: $R_M=R_A=R_B$. Der Krümmungsradius R einer Potentialkurve ist nicht zu verwechseln mit dem Abstand zweier Atome r.

3 Schubspannungen

Ein Blech aus kfz Material mit einer (110)[001] Textur wird mit einer Zugspannung σ= 500MPa in Richtung [001] belastet. Die kritische Schubspannung beträgt τ_c=120 MPa.

- Tritt Gleiten auf?

Lösung

Schmidsches Schubspannungsgesetz: $\tau = \sigma \cdot \cos\theta \cdot \cos\lambda$ {1}1

$$\cos\theta = \frac{\underline{S} \cdot \underline{n}}{|\underline{S}| \cdot |\underline{n}|}$$ {1}2

$$\cos\lambda = \frac{\underline{S} \cdot \underline{g}}{|\underline{S}| \cdot |\underline{g}|}$$ {1}3

$$\frac{\underline{S}}{|\underline{S}|} = [001]$$ {1}4

$$\frac{\underline{n}}{|\underline{n}|} = \frac{\{111\}}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{\underline{S} \cdot \underline{n}}{|\underline{S}| \cdot |\underline{n}|} = \cos\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$ {1}5

$$\frac{\underline{g}}{|\underline{g}|} = \frac{\langle 110 \rangle}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{\underline{S} \cdot \underline{g}}{|\underline{S}| \cdot |\underline{g}|} = 0 \ oder \ \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$ {1}6

{1}7

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma}{\sqrt{6}} = \frac{500MPa}{2.45} = 204\,MPa > 120MPa$$

Es tritt Gleiten auf. {1}8

4 Schmidsches Schubspannungsgesetz 3 Punkte

Für einen kubisch flächenzentrierten Nickel-Einkristall beträgt die kritische Schubspannung $\tau_c = 6.30 MPa$.

a) Berechnen Sie die maximal zulässige Zugspannung entlang der [001]-Richtung, damit Versetzungsgleiten im Gleitsystem $(111)[0\bar{1}1]$ verhindert wird.

b) Wie gross ist die Schubspannung, welche durch die gefundene Zugspannung im Gleitsystem$(111)[1\bar{1}0]$ erzeugt wird?

Lösung:
a)

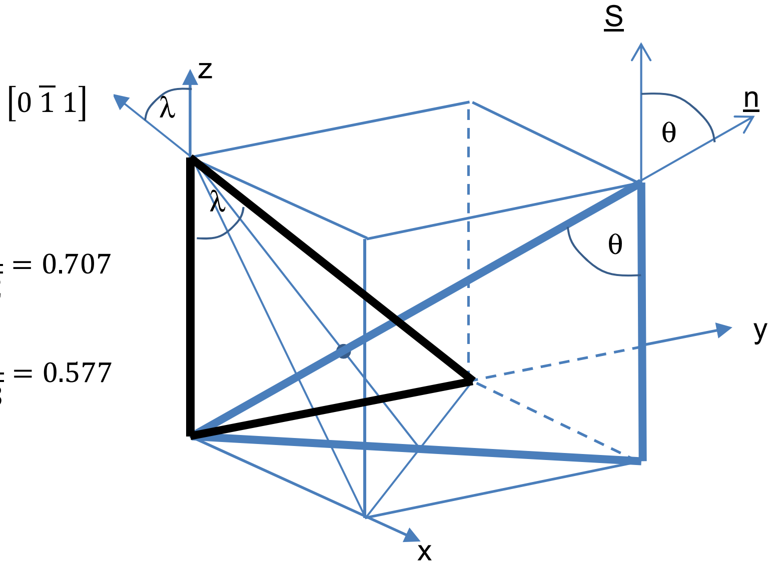
$$\tau = \sigma \cdot \cos\lambda \cdot \cos\theta \leq \tau_c \,; \sigma_{\max} = \frac{\tau_c}{\cos\lambda \cdot \cos\theta} = \frac{\tau_c}{\frac{[001]\cdot[0\bar{1}1]}{\sqrt{2}} \cdot \frac{[001]\cdot[111]}{\sqrt{3}}} = \sqrt{6} \cdot 6.30\,\text{MPa} = 15.4\,\text{MPa}$$

Formel $\{1\}_1$ Wert $\{1\}_2$

Alternativ: Winkel aus Geometrie anschaulich ermiteln:

$$cos\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

$$cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$$



b)

$$\tau = \sigma \cdot \cos\lambda \cdot \cos\theta = 15.4 MPa \cdot \frac{[001]\cdot[1\bar{1}0]}{\sqrt{2}} \cdot \frac{[001]\cdot[111]}{\sqrt{3}} = 0$$

Oder kurz: Die Spannung in Richtung $[001]$ *steht senkrecht auf der Gleitrichtung* $[1\bar{1}0]$, *(Skalarprodukt* $[001]\cdot[1\bar{1}0] = 0$ *), somit ist die in dieser Richtung erzeugte Schubspannung Null.*

Erklärung und Schlussfolgerung $\{1\}_3$ oder Formel $\{0.5\}_{2.5}$ Wert $\{0.5\}_3$