1 Betriebsfestigkeit 5 Punkte

Ein Bauteil wird in einem Prozessablauf mit einem Belastungskollektiv im elastischen Bereich beansprucht.
Dabei werden die Lastzyklen (Schwingbreite der Spannung)

$\Delta\sigma_1$ 4 mal,
$\Delta\sigma_2$ 2 mal,
$\Delta\sigma_3$ 12 mal

durchlaufen.

Nach N_{BK} = 4000 Belastungskollektiven tritt der Ermüdungsbruch ein.
Untersuchungen ergeben, dass $\Delta\sigma_1$ =640 N/mm^2 beträgt und allein wirkend nach $N_{B1} = 10^5$ Lastspielen zum Bruch führt, analog bricht das Teil bei $\Delta\sigma_2$ =800 N/mm^2 nach N_{B2} = 20'000 Lastspielen.

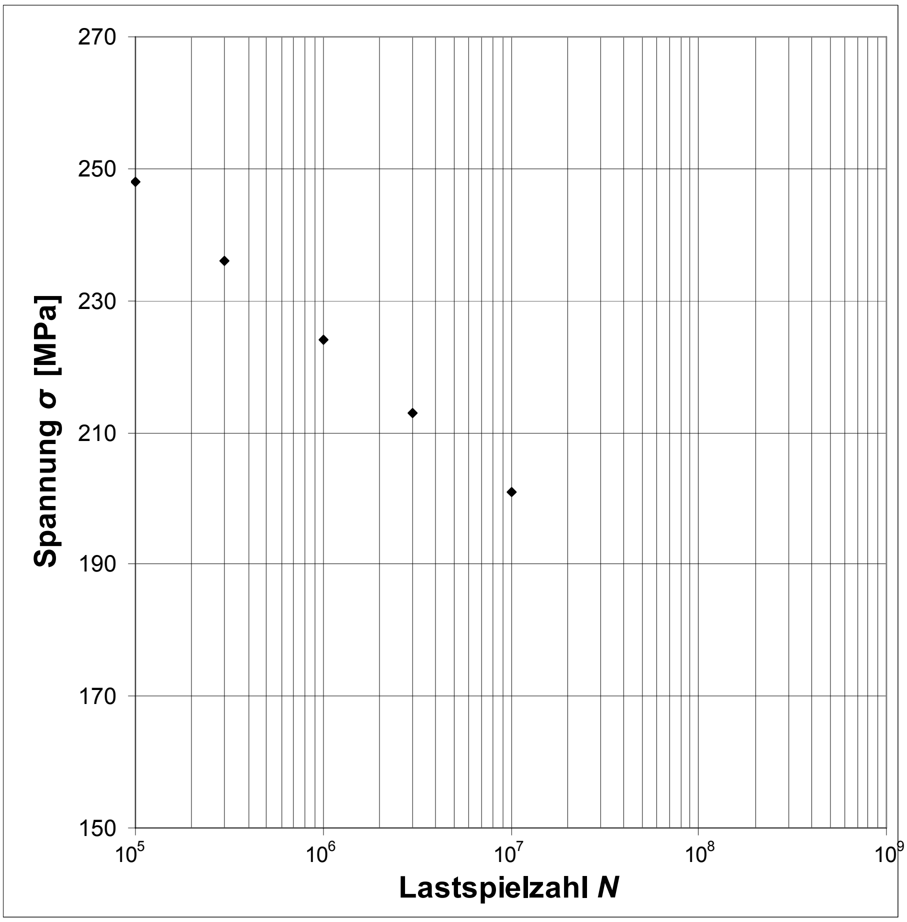
a) Bei welcher Lastspielzahl N_{B3} führt die Spannungs-Schwingbreite $\Delta\sigma_3$ allein wirkend zum Bruch?

b) Wie gross ist die Spannungs-Schwingbreite $\Delta\sigma_3$?

2 Ermüdung 5 Punkte

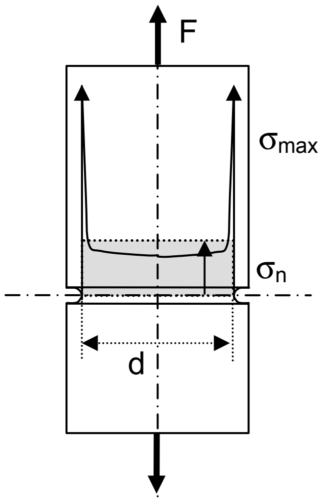
Von einem Stahlwerkstoff wurde die dargestellte Wöhlerkurve ermittelt (Bruchlastspielzahl zu Spannungsausschlag).

a) Approximieren Sie die Messpunkte durch eine Gerade.
b) Welchen Bereich der Ermüdung stellt die Gerade dar?
c) Zeichnen Sie die Gerade der Dauerfestigkeit ein, wenn die Lastspielzahl 10^7 als Grenze genommen wird.
d) Zeichnen Sie die Haibachgerade.
e) Berechnen Sie die Basquin-Parameter (den Faktor C_B und den Exponenten a)



3 Ermüdung gekerbtes Bauteil 10 Punkte

Ein stabförmiges Bauteil mit einer umlaufenden Nut (Kerbe) ist mit der Kraft F schwingend auf Zug beansprucht.



Aussendurchmesser D = 20 mm
Kerndurchmesser d = 18 mm
Engste Querschnittfläche A = 254 mm^2
Kerbradius = 1 mm
Formzahl für Spannungsüberhöhung durch Nut α_k = 2.5
Last F_{max} = 40 kN, F_{min} = 30 kN
Koeffizient für den statischen Kerbstützfaktor:
c = 1 für Zug-Druck-Beanspruchung

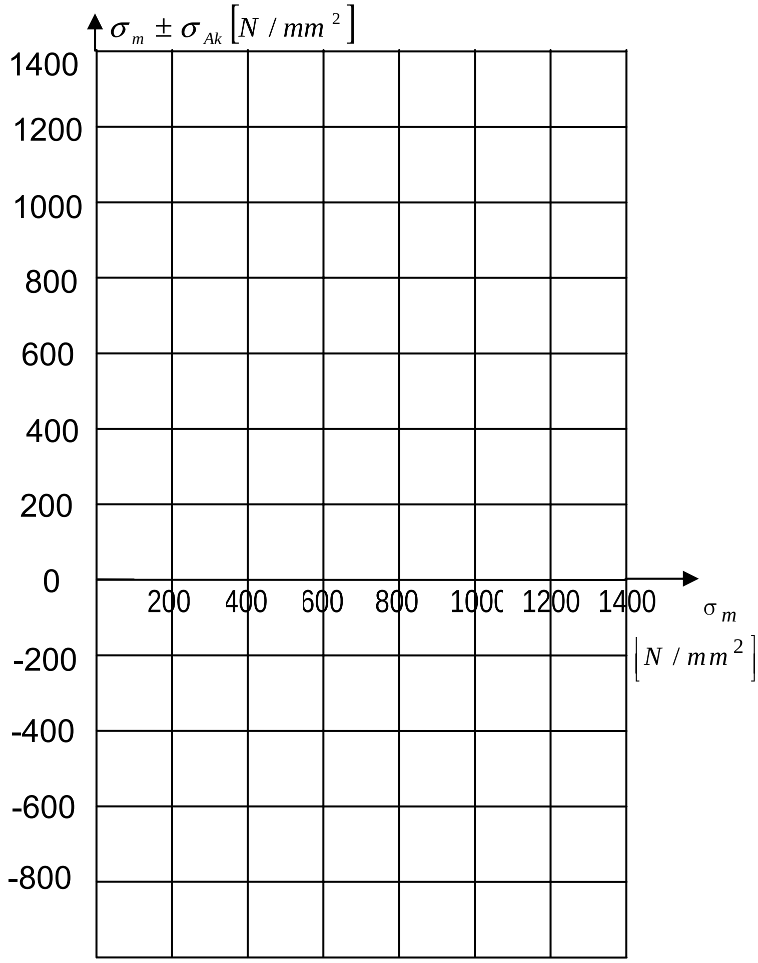
Grösseneinflussfaktor b_0 = 0.94 (d=20 mm)
Oberflächenfaktor b_S = 0.87
Wechselfestigkeitsverhältnis δ_{Wk}=1.3

Als Werkstoff soll Stahl eingesetzt werden mit folgenden Daten, welche an einer ungekerbten Probe mit Durchmesser 16 mm ermittelt wurden:
Wechselfestigkeit σ_W = 220 N/mm^2
Bruchlast σ_B = 450 N/mm^2
Streckgrenze σ_S= 320 N/mm^2

Betrieb: Ziemlich gleichmässig,
Betriebsfaktor C_B = 1.2
Sicherheitsfaktor Fliessen S_F = 1.5
Sicherheitsfaktor Bruch S_B = 2.5
Sicherheitsfaktor
Ermüdungsbruch S_D = 1.5

a) Berechnen Sie die charakteristischen Beanspruchungswerte des Stabes (Nenn- und Kerbspannungen).
b) Konstruieren Sie das Gestaltfestigkeitsdiagramm für den einzusetzenden gekerbten Stab.
c) Erträgt der Stab diese Beanspruchungen innerhalb der geforderten Sicherheitsfaktoren?

(Methode mit Formzahlen und Stützfaktoren)



4 Plastoermüdung (LCF) 5 Punkte

Bei einem Bauteil (Coffin-Manson-Exponent: b=0.5) wurde bei einer dynamischen Belastung oberhalb der Streckgrenze, plastische Schwingbreite $\Delta\varepsilon_{pl1}$, eine Bruchlastspielzahl von $N_{B1} = 5 \cdot 10^3$ gemessen.

a) Berechnen Sie, welche Bruchlastspielzahl N_{B2} zu erwarten ist, wenn man die plastische Schwingbreite verdoppelt, $\Delta\varepsilon_{pl2} = 2 \cdot \Delta\varepsilon_{pl1}$.

b) Welche Lebensdauer in Stunden ist nach der Palmgren-Miner-Regel zu erwarten, wenn innerhalb eines sich wiederholenden Betriebszyklus der Dauer $t_Z = 10\,\mathrm{min}$ die plastischen Schwingbreiten $\Delta\varepsilon_{pl2}$ 2mal und $\Delta\varepsilon_{pl1}$ 5mal auftreten?

1 Betriebsfestigkeit 5 Punkte

Ein Bauteil wird in einem Prozessablauf mit einem Belastungskollektiv im elastischen Bereich beansprucht.
Dabei werden die Lastzyklen (Schwingbreite der Spannung)

$\Delta\sigma_1$ 4 mal,
$\Delta\sigma_2$ 2 mal,
$\Delta\sigma_3$ 12 mal

durchlaufen.

Nach N_{BK} = 4000 Belastungskollektiven tritt der Ermüdungsbruch ein.
Untersuchungen ergeben, dass $\Delta\sigma_1$ =640 N/mm^2 beträgt und allein wirkend nach $N_{B1} = 10^5$ Lastspielen zum Bruch führt, analog bricht das Teil bei $\Delta\sigma_2$ =800 N/mm^2 nach N_{B2} = 20'000 Lastspielen.

a) Bei welcher Lastspielzahl N_{B3} führt die Spannungs-Schwingbreite $\Delta\sigma_3$ allein wirkend zum Bruch?
b) Wie gross ist die Spannungs-Schwingbreite $\Delta\sigma_3$?

Lösung

a) Palmgren – Miner – Regel:
Schaden, wenn

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{N_i}{N_{Bi}} = 1 \;\rightarrow\; \frac{N_1}{N_{B1}} + \cdots = \frac{n_1\cdot N_{BK}}{N_{B1}} + \frac{n_2\cdot N_{BK}}{N_{B2}} + \frac{n_3\cdot N_{BK}}{N_{B3}} = 1$$

Bruchlastspielzahl, wenn $\Delta\sigma_3$ allein wirkt:

$$N_{B3} = \frac{n_3}{\frac{1}{N_{BK}} - \frac{n_1}{N_{B1}} - \frac{n_2}{N_{B2}}} = \frac{12}{\frac{1}{4000} - \frac{4}{10^5} - \frac{2}{2\cdot 10^4}} = 1.09\cdot 10^5$$

Formel {0.5}$_{0.5}$ Wert {0.5}$_1$

b)
Basquin-Beziehung. Ermittlung des Exponenten a und der Grösse C_B aus den bekannten Spannungen/Lastspielzahlen:

$$\Delta\sigma_1\cdot N_{B1}^a = C_B = \Delta\sigma_2\cdot N_{B2}^a \;\rightarrow\; \frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_2} = \left(\frac{N_{B2}}{N_{B1}}\right)^a$$

$$a\cdot ln\left(\frac{N_{B2}}{N_{B1}}\right) = ln\left(\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_2}\right)$$

$$a = \frac{ln\left(\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_2}\right)}{ln\left(\frac{N_{B2}}{N_{B1}}\right)} = \frac{ln\left(\frac{640MPa}{800MPa}\right)}{ln\left(\frac{2\cdot 10^4}{10^5}\right)} = 0.139$$

Formel {1}$_2$ Wert {1}$_3$

$$C_B = \Delta\sigma_1\cdot N_{B1}^a = 640MPa\cdot 10^{5\cdot 0.139} = 3160MPa$$

Formel {0.5}$_{3.5}$ Wert {0.5}$_4$

Spannungs-Schwingbreite

$$\Delta\sigma_3 = \frac{C_B}{N_{B3}^a} = \frac{3160MPa}{(1.09\cdot 10^5)^{0.139}} = 632MPa$$

Formel {0.5}$_{4.5}$ Wert {0.5}$_5$

2 Erm¿dung 5 Punkte

Lösung

a), c) und d): siehe Abbildung {0.5}0.5, {0.5}1, {1}2

b) die Gerade stellt Bereich < 10^7 Zyklen den Zeitfestigkeitsbereich dar. {1}3

e) Basquin Parameter

$$\Delta\sigma \cdot N_B^a = C_B$$

Formel auswerten für zwei Punkte auf der Zeitfestigkeitsklinie:

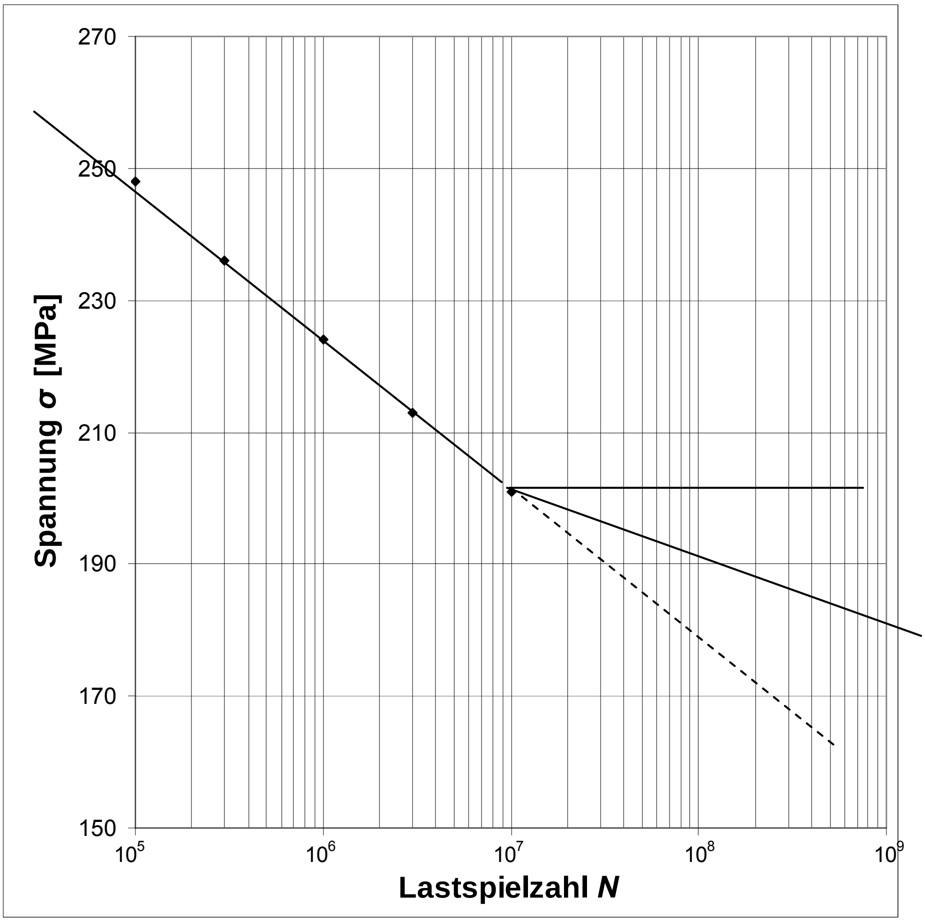
$4 \cdot 10^6$ *und* $210 MPa$; $5 \cdot 10^5$ *und* $230\ MPa$

$$\frac{\Delta\sigma_1 \cdot N_{B1}^a}{\Delta\sigma_2 \cdot N_{B2}^a} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{a}} = \frac{\ln\frac{\Delta\sigma_2}{\Delta\sigma_1}}{\ln\frac{N_{B1}}{N_{B2}}} = \frac{\ln\frac{2\cdot 230}{2\cdot 210}}{\ln\frac{4\cdot 10^6}{5\cdot 10^5}} = \underline{\underline{0.044}}$$

Formel {0.5}3.5 Wert {0.5}4

$$\underline{\underline{C_B}} = \Delta\sigma \cdot N_B^a = 2\cdot 210MPa \cdot (4\cdot 10^6)^{0.044} = \underline{\underline{820MPa}}$$

Formel {0.5}4.5 Wert {0.5}5



3 Erm¿dung gekerbtes Bauteil 10 Punkte

Lösung

a) Beanspruchung

Nennspannungen $\sigma_n = \frac{F}{A}$

Oberspannung $\sigma_{no} = \frac{F_{max}}{A} = \frac{40000}{254} = 158 N/mm^2$

(Unterspannung $\sigma_{nu} = \frac{F_{min}}{A} = \frac{30000N}{254mm^2} = 118 N/mm^2$ *)*

Mittelspannung $\sigma_{nm} = \frac{\sigma_{no} + \sigma_{nu}}{2} = \frac{157+118}{2} = 138\ N/mm^2$

Spannungs-
ausschlag: $\sigma_{na} = \frac{\sigma_{no} - \sigma_{nu}}{2} = \frac{158-118}{2} = 20\ N/mm^2$

Durch Kerbwirkung überhöhte Spannungen (rein elastisch, ohne Fliessen), im Kerbgrund: $\sigma_{ki} = \alpha_k \cdot \sigma_{ni}$

$\sigma_{ko} = \alpha_k \cdot \sigma_{no} = 2.5 \cdot 158 = 395\ N/mm^2$

$(\sigma_{ku} = \alpha_k \cdot \sigma_{nu} = 2.5 \cdot 118 = 295 N/mm^2)$

$\sigma_{km} = \alpha_k \cdot \sigma_{nm} = 2.5 \cdot 138 = 345 N/mm^2$

$\sigma_{ka} = \alpha_k \cdot \sigma_{na} = 2.5 \cdot 20 = 50 N/mm^2$

Formeln $\{1\}_1$, Werte$\{1\}_2$

b) Konstruieren Sie das Gestaltfestigkeitsdiagramm für den einzusetzenden gekerbten Stab

Weil bei duktilen Werkstoffen die Spannungsspitzen durch plastisches Fliessen abgebaut werden, werden die Festigkeitswerte um die Stützwirkung erhöht.

Statische Festigkeitswerte:

mit dem statischen Kerbstützfaktor v_{Sk}

$$v_{Sk} = 1 + 0.75 \cdot \left[(c \cdot \alpha_k - 1) \cdot \sqrt[4]{\frac{300 N/mm^2}{\sigma_S}} \right] = 1 + 0.75 \cdot \left[(1 \cdot 2.5 - 1) \cdot \sqrt[4]{\frac{300 N/mm^2}{320 N/mm^2}} \right] = 1 + 0.75 \cdot 3 = 2.11$$

c=1 für Zug-Druck-Beanspruchung *Formel* $\{0.5\}_{2.5}$, *Wert* $\{0.5\}_3$

folgen

Bruchspannung $\sigma_{Bk} = v_{Sk} \cdot \sigma_B = 2.11 \cdot 450 N/mm^2 = 949 N/mm^2$

und Fliessspannung (Streckgrenze) $\sigma_{Sk} = v_{Sk} \cdot \sigma_S = 2.11 \cdot 320 N/mm^2 = 675 N/mm^2$

Formel $\{0.5\}_{3.5}$, *Wert 2x* $\{0.25\}_4$

Dynamische Festigkeitswerte:
Gestaltwechselfestigkeit rechnet sich aus der Wechselfestigkeit σ_W *der Normprobe nach*

$$\sigma_{Wk} = b_0 \cdot b_S \cdot \delta_{Wk} \cdot \sigma_W$$

Grösseneinflussfaktor $b_0 = 0.94$ *(d=20 mm)*
Oberflächenfaktor $b_S = 0.87$
Wechselfestigkeitsverhältnis $\delta_{Wk} = 1.3$

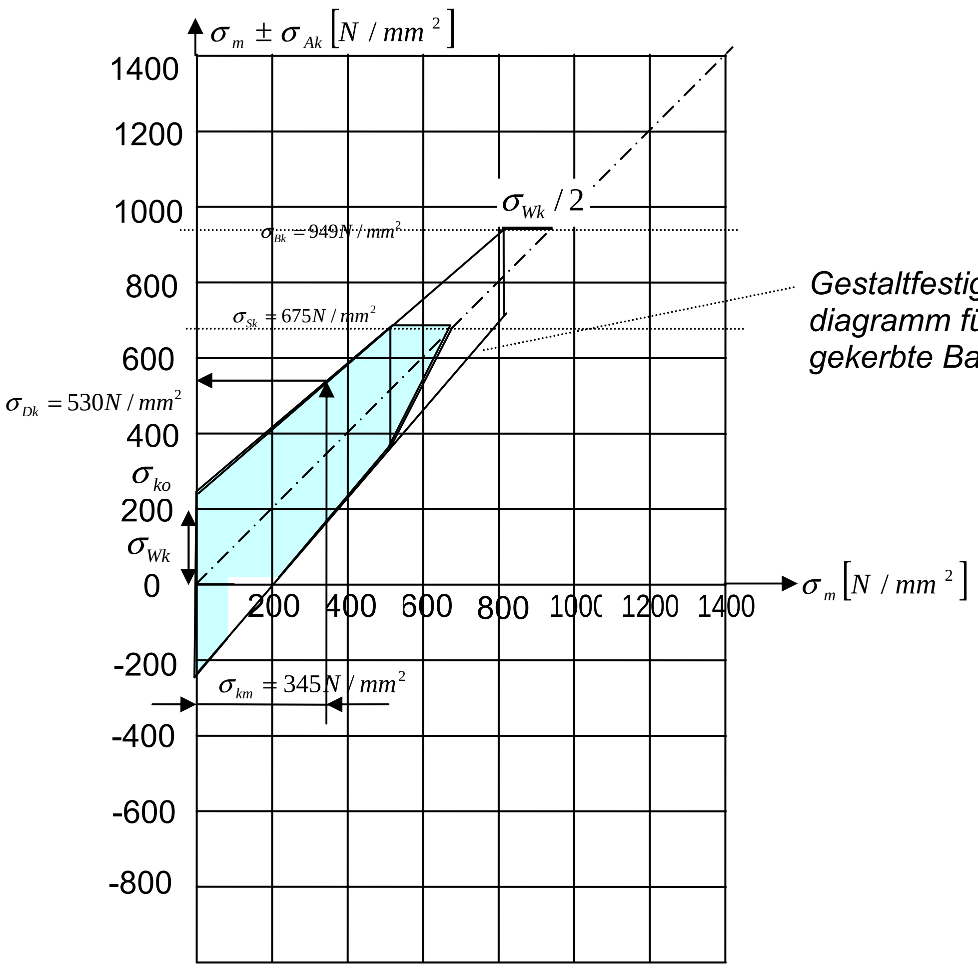
somit $\sigma_{Wk} = b_0 \cdot b_S \cdot \delta_{Wk} \cdot \sigma_W = 0.94 \cdot 0.87 \cdot 1.3 \cdot 220 = 1.06 \cdot 220 = 234\ N/mm^2$

Formel $\{0.5\}_{4.5}$, *Wert* $\{0.5\}_5$

Zeichnen des Gestaltfestigkeitsdiagrammes:
Gemäss Skript WF Fig. 9.12:

$\pm\sigma_{Wk}$ *bei* $\sigma_m = 0$; $\frac{\sigma_{Wk}}{2}$ *von* $\sigma_m = \sigma_{Bk}$ *nach links abtragen, Figur ergänzen.*

{2.5}$_{7.5}$ {-0.5 pro Fehler}



Erträgt der Stab diese Beanspruchungen innerhalb der geforderten Sicherheitsfaktoren?

Festigkeitsbedingung:
Für den statischen Festigkeitsnachweis wird σ_{ko} , die maximale Spannung im Kerbgrund, mit σ_{zulB} und σ_{zulF} verglichen:
Für den Nachweis gegen Ermüden wird σ_{zulA} aus σ_{Ak} berechnet, welches aus dem Gestaltfestigkeitsdiagramm herausgelesen wird:
Bei $\sigma_{km} = 345N/mm^2$ *gibt das Diagramm einen Wert* $\sigma_{Ak} = \sigma_{Dk} - \sigma_{km} = 530 - 345 = 185\ N/mm^2$

{1}$_{8.5}$

Bruch: $\sigma_{ko} < \sigma_{zulB} = \frac{\sigma_{Bk}}{C_B \cdot S_B} = \frac{949}{1.2 \cdot 2.5} = 316 \Rightarrow 395 < 316N/mm^2$ *nicht erfüllt*

Fliessen: $\sigma_{ko} < \sigma_{zulF} = \frac{\sigma_{Sk}}{C_B \cdot S_F} = \frac{675}{1.2 \cdot 1.5} = \frac{675}{1.8} = 375 \Rightarrow 395 < 375N/mm^2$ *nicht erfüllt*

Ermüden: $\sigma_{ka} < \sigma_{zulA} = \frac{\sigma_{Ak}}{C_B \cdot S_D} = \frac{185}{1.2 \cdot 1.5} = \frac{185}{1.8} = 103 \Rightarrow\ 49.3 < 103\ N/mm^2$ *erfüllt*

Formel {0.75}$_{9.25}$, Wert 3x{0.25}$_{10}$

Der Stab erfüllt die Anforderungen betreffend Dauerfestigkeit, nicht aber betreffend statischem Fliessen und Bruch.

4 Plastoermüdung (LCF) 5 Punkte

Bei einem Bauteil (Coffin-Manson-Exponent: b=0.5) wurde bei einer dynamischen Belastung oberhalb der Streckgrenze, plastische Schwingbreite $\Delta\varepsilon_{pl1}$, eine Bruchlastspielzahl von $N_{B1} = 5 \cdot 10^3$ gemessen.

a) Berechnen Sie, welche Bruchlastspielzahl N_{B2} zu erwarten ist, wenn man die plastische Schwingbreite verdoppelt, $\Delta\varepsilon_{pl2} = 2 \cdot \Delta\varepsilon_{pl1}$.

b) Welche Lebensdauer in Stunden ist nach der Palmgren-Miner-Regel zu erwarten, wenn innerhalb eines sich wiederholenden Betriebszyklus der Dauer $t_Z = 10\,\text{min}$ die plastischen Schwingbreiten $\Delta\varepsilon_{pl2}$ 2mal und $\Delta\varepsilon_{pl1}$ 5mal auftreten?

Lösung:

a) Manson-Coffin-Gesetz (Plastoermüdung) $\Delta\varepsilon_{pl} \cdot N_B^b = C_{MC}$

$$\Delta\varepsilon_{pl2} \cdot N_{B2}^b = C_{MC} = \Delta\varepsilon_{pl1} \cdot N_{B1}^b$$

$$N_{B2} = \left(\frac{\Delta\varepsilon_{pl1}}{\Delta\varepsilon_{pl2}}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot N_{B1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{0.5}} \cdot N_{B1} = 0.25 \cdot N_{B1} = 1.25 \cdot 10^3$$

Formel {1}1 Wert {1}2

Bei Verdoppelung der plastischen Schwingbreite fällt die Bruch-Lastspielzahl auf $1.25 \cdot 10^3$*, d.h. auf 25% ab.*

b) Lebensdauer:
Die Werte der Schädigungsvariablen nach einem Zyklus sind:

$$D_1 = \frac{5}{N_{B1}} = \frac{5}{5 \cdot 10^3} = 10^{-3}; \quad D_2 = \frac{2}{N_{B2}} = \frac{2}{1.25 \cdot 10^3} = 1.6 \cdot 10^{-3}$$

Anzahl n Betriebszyklen bis zum Bruch

$$D = 1 = n \cdot (D1 + D2) \quad \Rightarrow n = \frac{1}{D_1 + D_2} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-3} + 1.6 \cdot 10^{-3}} = 384$$

Lebensdauer in Stunden: $L = n \cdot 10\,\text{min} = 384 \cdot 10\,\text{min} = 3840\,\text{min} = 64h$

Formeln {2}4 Wert {1}5