

## ÜBUNG 13

31.05.2024- LINA DE WINDT

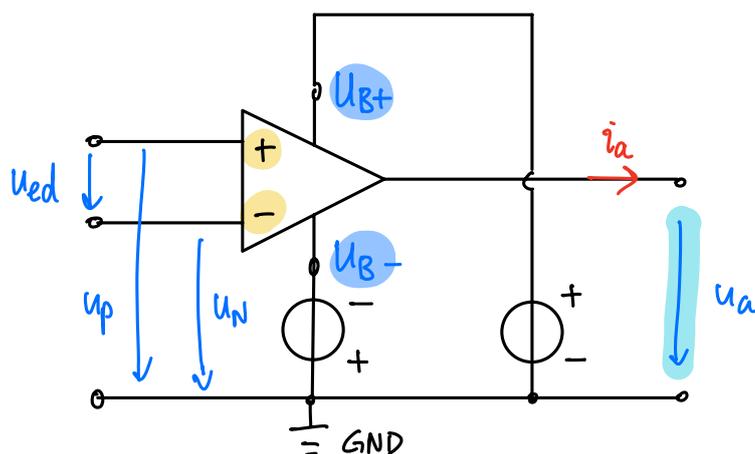
Alle Unterlagen auf [n.ethz.ch/~ldewindt](https://n.ethz.ch/~ldewindt)

### Themen von heute:

1. Verstärker
  - 1.1 Idealer Verstärker
  - 1.2 Realer Verstärker
  - 1.3 Verstärkerschaltungen
2. Recap Bodeplots
3. Ausklingen mit Eistee :)

# 1. Verstärker

Verstärker (werden auch Operationsverstärker – OPVs genannt) sind aktive Netzwerkkomponenten (d.h. sie benötigen eine Stromversorgung um zu funktionieren), welche eingehende Signale so verarbeiten, dass die Ausgangsgröße um einen Faktor  $\underline{A}(\omega)$  unterschiedlich wird als die Eingangsgröße.

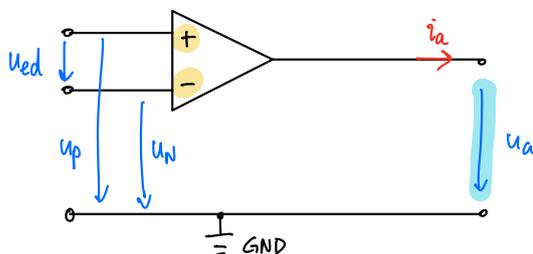


Der **allgemeine OPV** ist folgendermassen aufgebaut:

- **Zwei Eingänge:** Ein invertierenden (-) mit der Spannung  $u_N$  und einen nicht-invertierenden (+) mit der Spannung  $u_P$ . (Bezugspotential jeweils: Masse)
- **Einen Ausgang** mit der Ausgangsspannung  $u_a$ . (Bezugspotential: Masse)
- **Zwei Betriebsspannungsanschlüsse:**  $U_{B+}$  und  $U_{B-}$ . (Bezugspotential: Masse)

Verstärkergleichung: 
$$u_{\text{AUS}} = \underline{A}(\omega) \cdot u_{\text{IN}}$$

Es gibt OPVs mit 2 Versorgungsspannungsanschlüssen (positiv & negativ) und OPVs mit nur einem Versorgungsanschluss – diese werden im Schaltbild oft weggelassen.



Verstärkungen werden oft in Dezibel angegeben:

$$A_{\text{dB}} = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{u_0}{u_I} \right) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{u_0}{u_I} = 10^{\frac{A_{\text{dB}}}{20}}$$

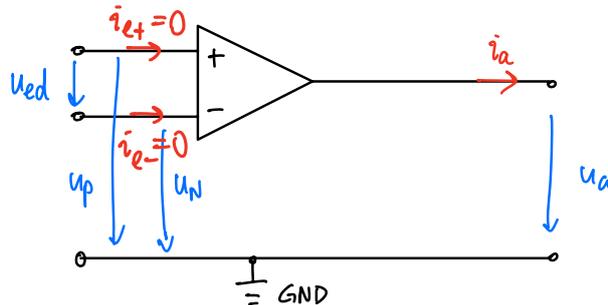
\* Nomenklatur:  $u_0 = u_{\text{OUT}}$  (Ausgangsspannung),  $u_I = u_{\text{IN}}$  (Eingangsspannung)

Das Funktionsprinzip des OPVs beruht auf der Verstärkung der Eingangsspannungsdifferenz  $u_p - u_n$  und der Ausgabe dieser am Ausgang:

Die Open Loop Verstärkung eines OPVs ist die Verstärkung ohne positive oder negative Rückkopplung. Dieser Wert sollte möglichst gross sein (typischerweise ca 100 dB,  $\infty$  bei einem idealen OPV). Ein OPV mit einer grossen Open Loop Verstärkung bietet eine hohe Präzision, wenn er als invertierender Verstärker verwendet wird.

Open Loop Verstärkung:  $u_a(t) = A \cdot (u_p - u_n)(t)$

## 2. Idealer OPV



Der ideale OPV hat folgende Eigenschaften:

- Openloop-Verstärkung:  $v_g \rightarrow \infty$
- Eingangswiderstand:  $r_D \rightarrow \infty$ , d.h.  $i_{e+} = i_{e-} = 0$
- Ausgangswiderstand:  $r_a \rightarrow 0$ , d.h.  $u_a$  verhält sich wie eine ideale Spannungsquelle
- ist frequenzunabhängig ( $u_a = A \cdot u_I$ )

$$u_a = \begin{cases} U_{B+}, & \text{für } u_P > u_N \text{ d.h. } u_{ed} > 0 \\ 0, & \text{für } u_P = u_N \text{ d.h. } u_{ed} = 0 \\ U_{B-}, & \text{für } u_P < u_N \text{ d.h. } u_{ed} < 0 \end{cases}$$

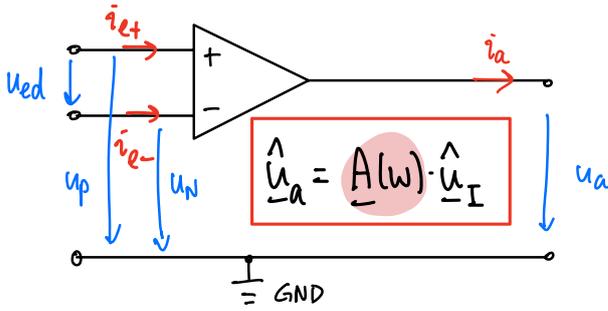
( $u_a \rightarrow$  Rechteck-Funktion)

- Der OPV zeigt keine parasitären Effekte

$\Rightarrow$  In den meisten Aufgaben nehmen wir ideale OPVs an.

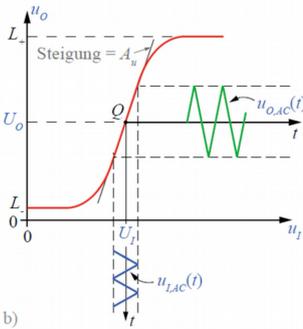
### 3. Realer OPV

Der reale OPV hat folgende Eigenschaften:

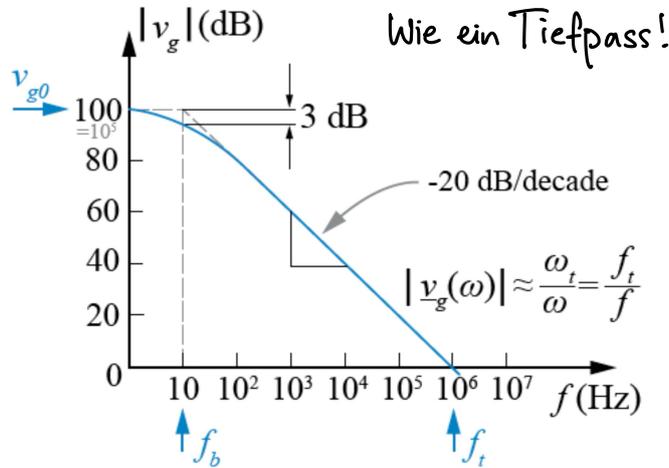


- Endliche, frequenzabhängige Verstärkung:  $|v_g(\omega)| < \infty$
- Eingangswiderstand:  $r_D < \infty$ , d.h.  $i_{e+} \neq 0 \neq i_{e-}$   
↳ sollte möglichst gross sein
- Ausgangswiderstand:  $r_a > 0$   
↳ sollte möglichst klein sein
- Die Differenzverstärkung eines realen OPVs sinkt mit zunehmender Frequenz. Durch eine entsprechende Frequenzkompensation wird ein Tiefpassverhalten 1. Ordnung erreicht.

Der reale OPV hat ein nicht - lineares Verhalten:



Das führt zu Verzerrungen der Signalform!  
Die Verstärkung wird dann Amplituden- & frequenzabhängig:



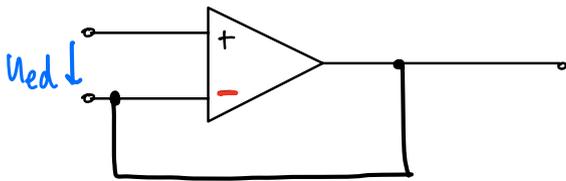
- $v_{g0}$  = Gleichspannungsverstärkung des OPV
- $f_b$  = die Frequenz, wo das Signal um 3dB geschwächt wird (Knickfrequenz)
- $f_t$  = die Frequenz, wo  $\frac{u_o}{u_i}$  gerade noch 1 beträgt (Transitfrequenz)
- Es gilt folgender Zusammenhang:

$$v_g(\omega) = \frac{v_{g0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_b}} \quad \text{und für } f_t \gg f_b \text{ gilt: } f_t = v_{g0} \cdot f_b$$

## Kopplung (bzw. feedback loop / closed loop)

Wie wir vorher gelernt haben, ist die Openloop Verstärkung eines OPVs sehr gross bzw. unendlich (beim idealen OPV). Das ist instabil! Ein OPV wird praktisch nie in der Openloop Konfiguration gebraucht. Er wird stattdessen so konfiguriert, dass er eine Rückkopplung hat, so dass seine Verstärkung durch die Komponenten der Rückkopplungsschaltung gesteuert & stabilisiert wird.

## Negative Rückkopplung ( $\hat{=}$ Gegenkopplung)

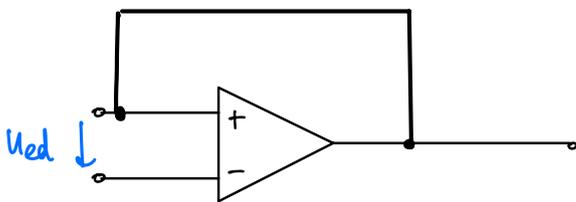


→ stabilisierende Wirkung auf den Arbeitspunkt! :)

Das Ausgangssignal wird auf den invertierenden Eingang zurückgeführt.

- Dies verursacht die Ursache zu dämpfen und setzt die Verstärkung herab. In der Praxis passt sich die Schaltung so an, dass die Spannung zwischen den beiden Eingängen möglichst gering ist. (Null bei unendlicher Verstärkung)  $U_{ed} \approx 0$ ,  $U_{ed} = 0$  bei idealer OPV
- Die negative Rückkopplung setzt die sehr hohe Verstärkung herab und schaut, dass der OPV nicht komplett aussteuert.
- Somit lässt sich der Verstärkungsfaktor der Schaltung einstellen.

## Positive Rückkopplung ( $\hat{=}$ Mitkopplung)



→ destabilisierende Wirkung auf den Arbeitspunkt! :)

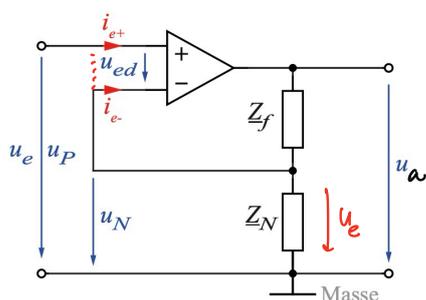
Das Ausgangssignal wird auf den nicht-invertierenden Eingang zurückgeführt.

- Dies sorgt dafür, dass der OPV bis zu seiner maximalen positiven oder negativen Spannung aussteuert.  
→ d.h.  $U_A = U_{B+}$  oder  $U_A = U_{B-}$
- Mit einem OPV kann man unter Ausnutzung dieses Effektes Schaltungen erstellen, wo der OPV je nach Eingangssignal eine positive oder negative Spannung ausgibt. (Komparatorschaltungen)  
Diese wurden in der Vorlesung jedoch nicht angeschaut.

## Verstärkerschaltungen

Der OPV mit negativer Rückkopplung (aka Verstärkerschaltung) kann als Regelkreis betrachtet werden! Es gibt invertierende und nichtinvertierende Verstärkerschaltungen. Bei einfachen Schaltungen erkennt man das daran, ob das Eingangssignal am positiven oder am negativen Eingang anliegt.

### Nichtinvertierender Verstärker



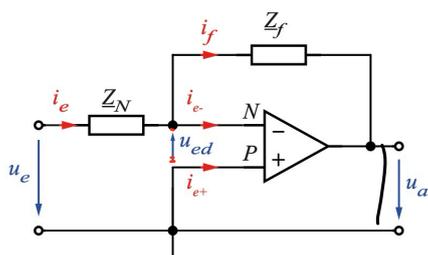
$$u_{ed} = 0 \quad (\text{negative Rückkopplung})$$

$$u_e = u_a \cdot \frac{Z_N}{Z_N + Z_F}$$

$$\Leftrightarrow u_a = u_e \cdot \frac{Z_N + Z_F}{Z_N}$$

$$\Leftrightarrow u_a = \left(1 + \frac{Z_F}{Z_N}\right) u_e$$

### Invertierender Verstärker



$$u_{ed} = 0 \quad (\text{negative Rückkopplung})$$

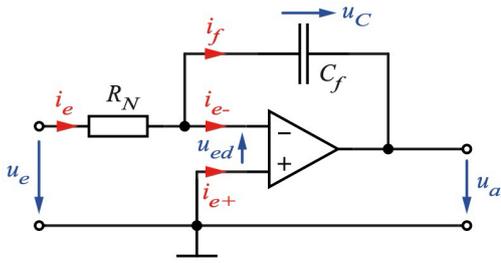
$$i_f = i_e = \frac{u_e}{Z_N}$$

$$u_a = -u_{Z_f} - u_{Z_N} = -i_f \cdot Z_f - u_e$$

$$\Leftrightarrow u_a = -\frac{u_e}{Z_N} \cdot Z_f - u_e$$

$$\Leftrightarrow u_a = -u_e \cdot \frac{Z_f}{Z_N}$$

# Integrierschaltung

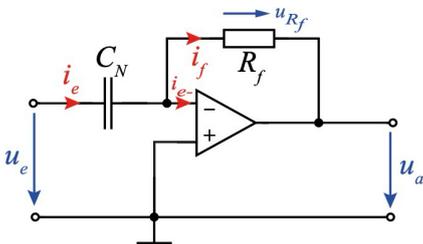


$$\hat{u}_a = -\hat{u}_e \cdot \frac{1}{j\omega C_f R_N}$$

Der Kondensator integriert den Strom durch den Widerstand :)

$$u_a = -u_c = -\frac{1}{R_N C_f} \int_0^t u_e(\tau) d\tau$$

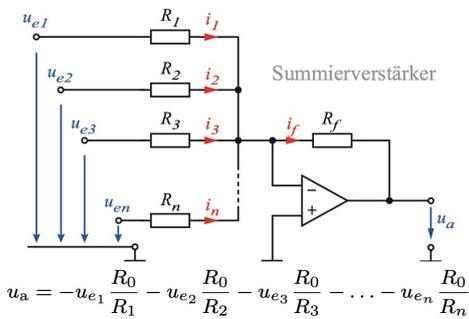
# Differenzierschaltung



$$\hat{u}_a = -\hat{u}_e \cdot j\omega C_N R_f$$

$$u_a = -u_{Rf} = -R_f i_f = -R_f C_N \frac{du_e}{dt}$$

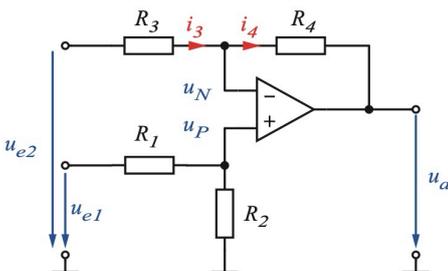
# Summierverstärker



$$u_a = -\frac{R_f}{R_1} u_{e1} - \frac{R_f}{R_2} u_{e2} - \frac{R_f}{R_3} u_{e3} - \dots - \frac{R_f}{R_n} u_{en}$$

$$u_a = -u_{e1} \frac{R_0}{R_1} - u_{e2} \frac{R_0}{R_2} - u_{e3} \frac{R_0}{R_3} - \dots - u_{en} \frac{R_0}{R_n}$$

# Differenzverstärker



$$\text{falls } \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} : u_a = \frac{R_2}{R_1} (u_{e1} - u_{e2})$$

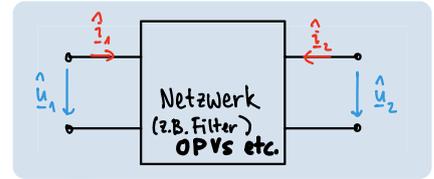
→ Kombination von einem invertierenden & nicht invertierenden Verstärker ! :)

## 2. Recap Bodeplots

Die Übertragungsfunktion  $\underline{F}(j\omega) = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} e^{j\varphi_F}$  besteht aus

einem Amplitudengang  $\frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1}$  und

einem Phasengang  $\varphi_F = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{F})}{\text{Re}(\underline{F})}\right)$

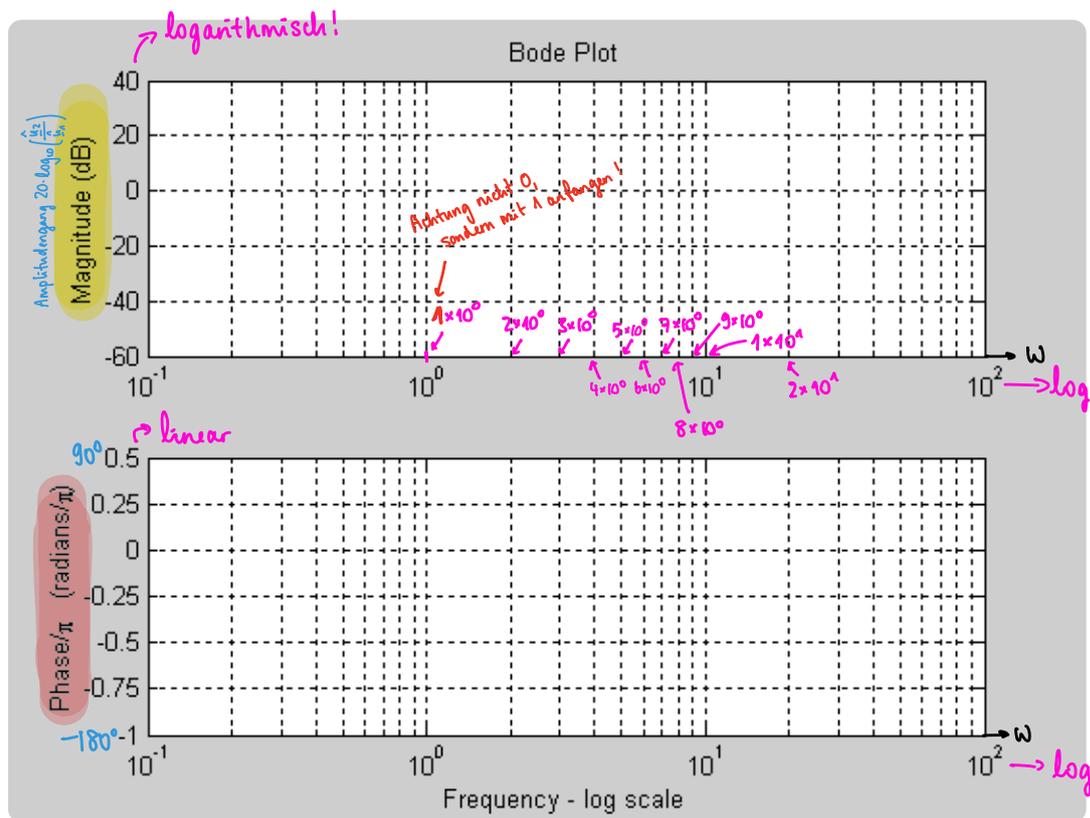


↳ In NuS verwenden wir sehr oft dieses Modell ("Zweitor") um unsere Nive darzustellen!

⇒ Wir verwenden Bodeplots, um das Verhalten von Übertragungsfunktionen bei verschiedenen Frequenzen zu untersuchen!

⇒ Ein Bode-Plot besteht aus zwei Plots: Amplitudengang & Phasengang.

⇒ Da uns das Verhalten von Übertragungsfunktionen über mehrere Größenordnungen interessiert, verwenden wir logarithmische Skalen:



Kochrezept Bodeplots:

# Bode-Diagramm → Asymptotennäherung

Gezeichnet wird von kleinen zu grossen Frequenzen, d.h. links nach rechts / Darstellung in dB-Skala →  $F(\omega)[dB] = 20 \log_{10}(F(\omega))$

1. Faktorisieren der Funktion:  $F_{ges}(j\omega) = K_0 \cdot (j\omega)^r \cdot \underbrace{F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega) \cdot \dots \cdot F_n(j\omega)}_{F_{ges}^*(j\omega)}$  ①

Teilsysteme  $F_i(j\omega)$  in Standardform

②

$$\begin{cases} F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,i} \\ F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T_{p,i}} \\ F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{n,i}^2 \\ F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + 2d_i T_{p,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{p,i}^2} \end{cases}$$

**Steigungsänderung** → ZUSÄTZLICH zur bereits vorhandenen Steigung/Phase!

**Phasenänderung**

- Steigung +20dB/Dekade Phase +90° (zwischen  $0.1\omega_i$  &  $10\omega_i$ )
- Steigung -20dB/Dekade Phase -90° (zwischen  $0.1\omega_i$  &  $10\omega_i$ )
- Steigung +40dB/Dekade Phase +180° (siehe Punkt 9)
- Bedingung:  $d_i \leq 1$ , sonst Polynom mit 2 reellen Nullstellen
- Steigung -40dB/Dekade Phase -180° (siehe Punkt 9)
- Bedingung:  $d_i \leq 1$ , sonst Polynom mit 2 reellen Polstellen

2. Teilsysteme nach aufsteigenden Eckfrequenzen  $\omega_i = 1/T_{n,i}$  bzw.  $\omega_i = 1/T_{p,i}$  sortieren ( $\omega_1 =$  kleinste Eckfrequenz)

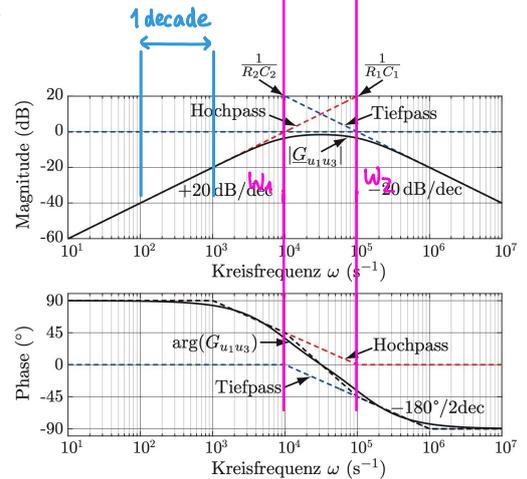
**Amplitudengang** (doppellogarithmische Darstellung)

- ③
- Startpunkt:  $\omega_1$ ;  $F_{dB}(\omega_1) = 20 \log_{10}(|K_0 F_{ges}^*(0)| \cdot \omega_1^r)$
  - Startpunkt nach links: Gerade mit Steigung  $r \cdot 20$  dB/Dekade (Für  $r = 0$  waagerechte Gerade)
  - Startpunkt nach rechts: Geradensegmente von einer Eckfrequenz bis zur nächst höheren Eckfrequenz. Bei jeder Eckfrequenz  $\omega_i$  ändert Amplitudengang Steigung je nach Teilsystem, das zur Eckfrequenz gehört (s.o.).
  - Mehrfache Pol-/Nullstellen: Steigungsänderung mehrfach nehmen.
  - Annäherung: Ecken bei Eckfrequenz noch um  $\pm 3$  dB bzw. Vielfachen davon bei mehrfachen Pol-/Nullstellen abrunden ( $+n \cdot 3$  dB bei konvexem /  $-n \cdot 3$  dB bei konkavem Verlauf). Dies gilt nur für konjugiert komplexe Pole mit Dämpfung  $d_i > 1/2$ .
- Falls  $d_i < 1/2$ :
- Resonanzüberhöhung bei  $\omega_i$  um  $-20 \log_{10}(2d_i)$  dB oberhalb Geradennäherung
  - Amplitude:  $|F(j\omega_i)| = \frac{1}{2d_i}$
  - Resonanzkreisfrequenz  $\omega_r = \omega_i \sqrt{1 - 2d_i^2} \Rightarrow$  Punkt um  $-20 \log_{10}(2d_i \sqrt{1 - d_i^2})$  dB oberhalb Geradennäherung

**Phasengang** (logarithmische x-Achse)

- ④ repeat  $\omega_i$
- ⑤
- Startfrequenz  $\omega_1$  nach links:
 
$$\varphi(0) = \begin{cases} r \cdot 90^\circ & \text{falls } K_0 F_{ges}^*(0) > 0 \\ -180^\circ + r \cdot 90^\circ & \text{falls } K_0 F_{ges}^*(0) < 0 \end{cases}$$
  - Startpunkt nach rechts: Phase ändert sich bei jeder Eckfrequenz  $\omega_i$  je nach Teilsystem (s.o.).
  - Annäherung: Glieder 1. Ordnung – Phasenverlauf mit  $\pm 45^\circ$ /Dekade zwischen  $0.1\omega_i$  und  $10\omega_i$
  - Konjugiert komplexe Pole: Phasenänderung bei Eckfrequenz um so steiler, je kleiner  $d_i$
  - Phasengang für Teilsystem  $F_i(j\omega)$  ist punktsymmetrisch zu dazugehörigen Eckfrequenz  $\omega_i$ .
  - $\omega \rightarrow \infty$ : Phase  $\varphi_{ges}$  strebt gegen  $(m - n) \cdot 90^\circ$  ( $n$  Grad Nenner- &  $m$  Grad Zählerpolynom).

Sidenote: da es eine Geradennäherung ist, ist der "echte" Bodeplot etwas runder bei den Eckfrequenzen/Knicke. Die Eckfrequenzen sind genau dort, wo die Verstärkung (im "echten" Plot) um 3dB abnimmt!  $\Rightarrow$  3dB-Grenzfrequenz



## Generelles Vorgehen: Bodeplots werden von links nach rechts gezeichnet.

- ① Übertragungsfunktion in Nullstellenform / nach Grundbausteinen (\*) faktorisieren
- $\Rightarrow$  z.T. mit Partialbruchzerlegung!
- $\Rightarrow$  alle Parameter in dieser Form bestimmen!  $K_0, r, \dots$
- ② Eckfrequenzen ( $\hat{=}$  Grenzfrequenz  $\hat{=}$  3dB-Grenzfrequenz) berechnen (aus den Grundbausteinen ablesen) & in beiden Plots einzeichnen

## AMPLITUDENGANG

- ③ Startpunkt berechnen @  $\omega_1$  (kleinste Eckfrequenz):  $F_{dB}(\omega_1) = 20 \cdot \log_{10}(|K_0 F_{ges}^*(0)| \cdot \omega_1^r) \rightarrow$  im Plot einzeichnen. Steigung nach links bestimmen & einzeichnen.

- ④ Steigung nach rechts: Beiträge der einzelnen Grundbausteine bestimmen ( $\rightarrow$  steht bei \*) und einzeichnen

## PHASENGANG

- ⑤  $\varphi(\omega=0)$  bestimmen.  $\omega=0$  bis  $\omega=\omega_1$  ist es immer eine Gerade  $\rightarrow$  einzeichnen
- ⑥ Beiträge der einzelnen Grundbausteine bestimmen ( $\rightarrow$  steht bei \*) und einzeichnen

Machen wir das Schritt für Schritt zusammen  
mit dieser Übertragungsfunktion:

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_2 C_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

$$\text{mit } \frac{1}{R_1 C_1} = 10^5 \text{ s}^{-1} \quad \text{und} \quad \frac{1}{R_2 C_2} = 10^4 \text{ s}^{-1}$$

1 Übertragungsfunktion in Nullstellenform / nach Grundbausteinen faktorisieren

$$\underline{F}_{ges}(j\omega) = K_0 \cdot (j\omega)^r \cdot \underbrace{F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega) \cdot \dots \cdot F_n(j\omega)}_{F_{ges}^*(j\omega)}$$

$$\left\{ \begin{aligned} F_i(j\omega) &= 1 + j\omega T_{n,i} \\ F_i(j\omega) &= \frac{1}{1 + j\omega T_{p,i}} \\ F_i(j\omega) &= 1 + 2d_i T_{n,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{n,i}^2 \\ F_i(j\omega) &= \frac{1}{1 + 2d_i T_{p,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{p,i}^2} \end{aligned} \right. *$$

=> z.T. mit Partialbruchzerlegung!

=> alle Parameter in dieser Form bestimmen!  $K_0, r, \dots$

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_2 C_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} =$$

$$= \underbrace{(j\omega)^r R_2 C_2}_{K_0} \cdot \underbrace{\frac{1}{1 + j\omega R_2 C_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1}}_{F_{ges}^*(j\omega)}$$

$$\Rightarrow K_0 = R_2 C_2, \quad r = 1$$

2 Eckfrequenzen ( $\hat{=}$  Grenzfrequenz  $\hat{=}$  3dB-Grenzfrequenz) berechnen (aus den Grundbausteinen ablesen) & in beiden Plots einzeichnen

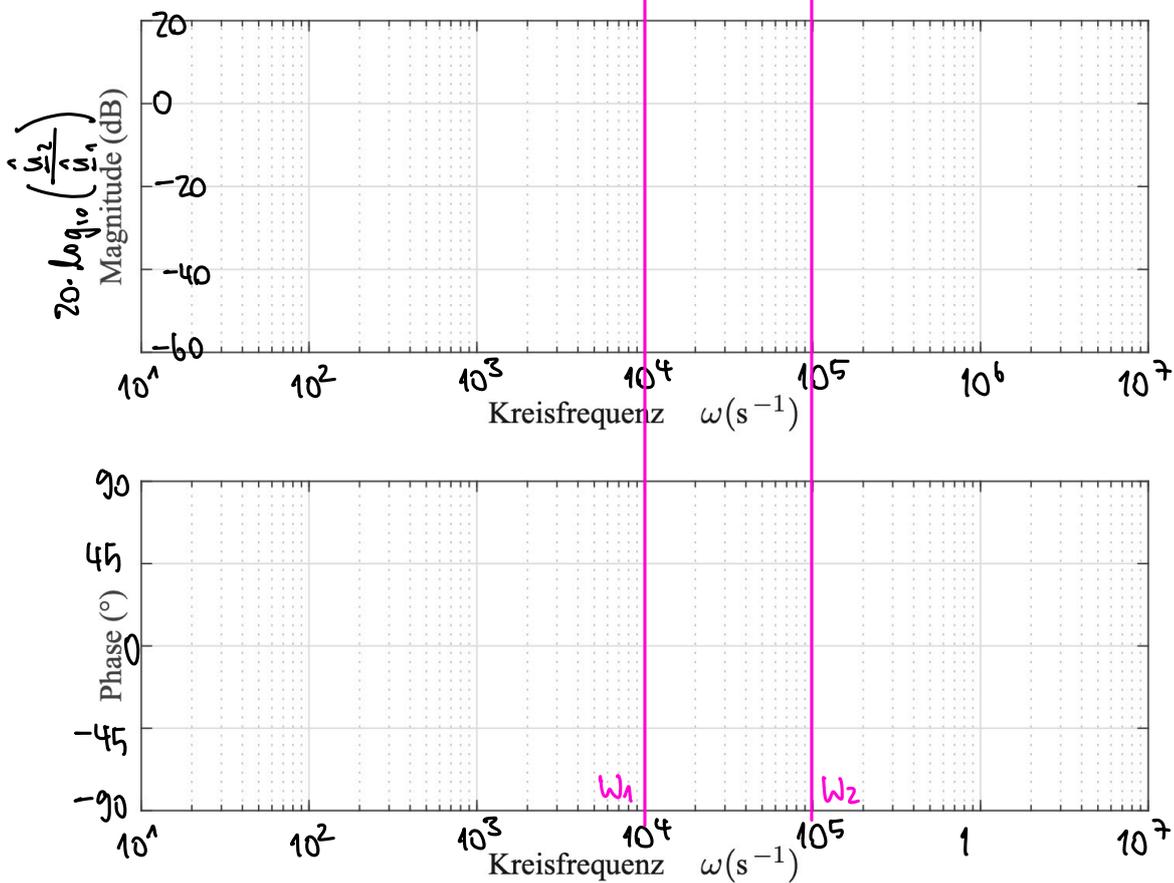
$$\left\{ \begin{aligned} F_i(j\omega) &= 1 + j\omega T_{n,i} \\ F_i(j\omega) &= \frac{1}{1 + j\omega T_{p,i}} \\ F_i(j\omega) &= 1 + 2d_i T_{n,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{n,i}^2 \\ F_i(j\omega) &= \frac{1}{1 + 2d_i T_{p,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{p,i}^2} \end{aligned} \right. \quad \boxed{\omega_i = \frac{1}{T_{p,i}}}$$

$$T_{P,1} = R_2 C_2 \Rightarrow \omega_1 = \frac{1}{R_2 C_2} = 10^4 \text{ s}^{-1}$$

$$T_{P,2} = R_1 C_1 \Rightarrow \omega_2 = \frac{1}{R_1 C_1} = 10^5 \text{ s}^{-1}$$

nach aufsteigenden Frequenzen sortieren ( $\omega_1 =$  kleinste Eckfrequenz)

-> Im Bodeplot einzeichnen:

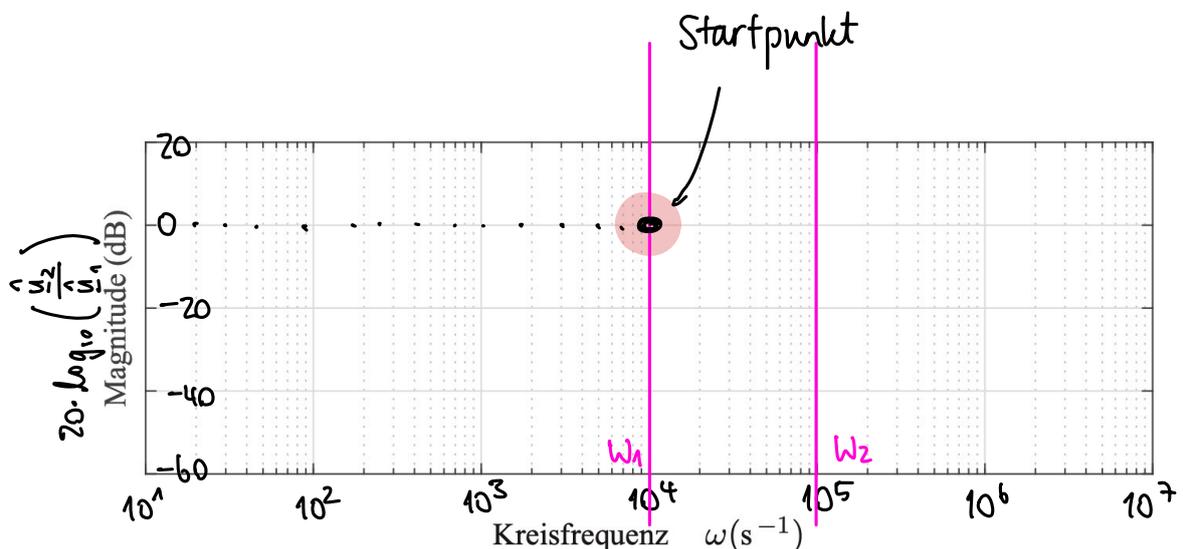


## AMPLITUDENGANG:

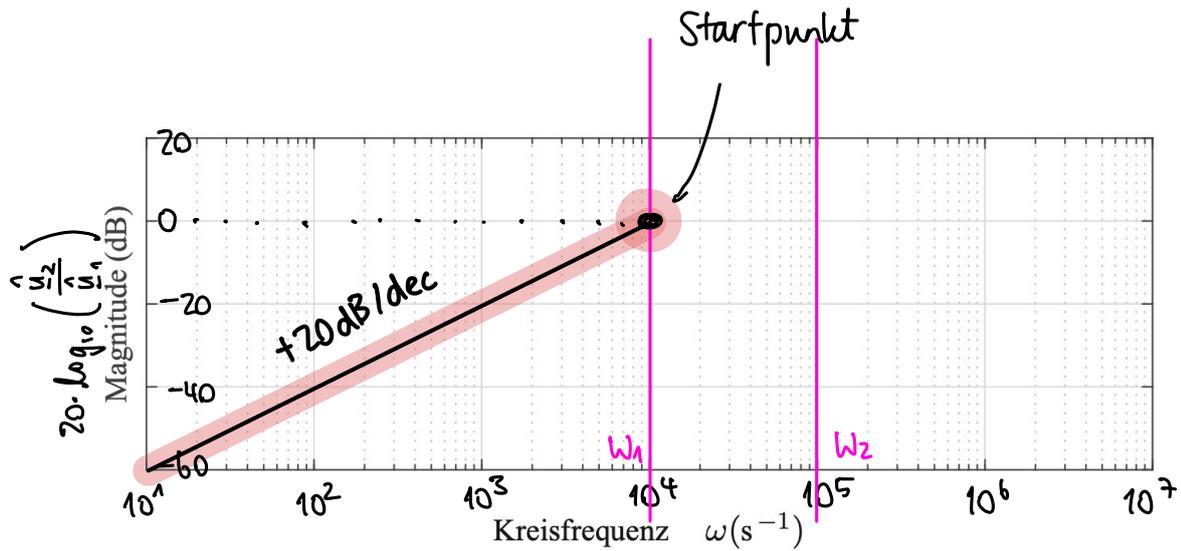
- ③ Startpunkt berechnen @  $\omega_1$  (kleinste Eckfrequenz):  $F_{dB}(\omega_1) = 20 \cdot \log_{10}(1K_0 F_{ges}^*(\omega) \cdot \omega_1^r)$  → im Plot einzeichnen.  
Steigung nach links bestimmen & einzeichnen.

Startpunkt: @  $\omega = \omega_1$  :

$$F_{dB}(\omega_1) = 20 \cdot \log_{10}(1K_0 F_{ges}^*(\omega) \cdot \omega_1^r) = 20 \cdot \log_{10}(1R_2 C_2 \times 11 \cdot 10^4 s^{-1}) = 0 \text{ dB}$$



Steigung nach links:  $r \cdot 20 \text{ dB/dec} = 20 \text{ dB/dec} \rightarrow$  einzeichnen

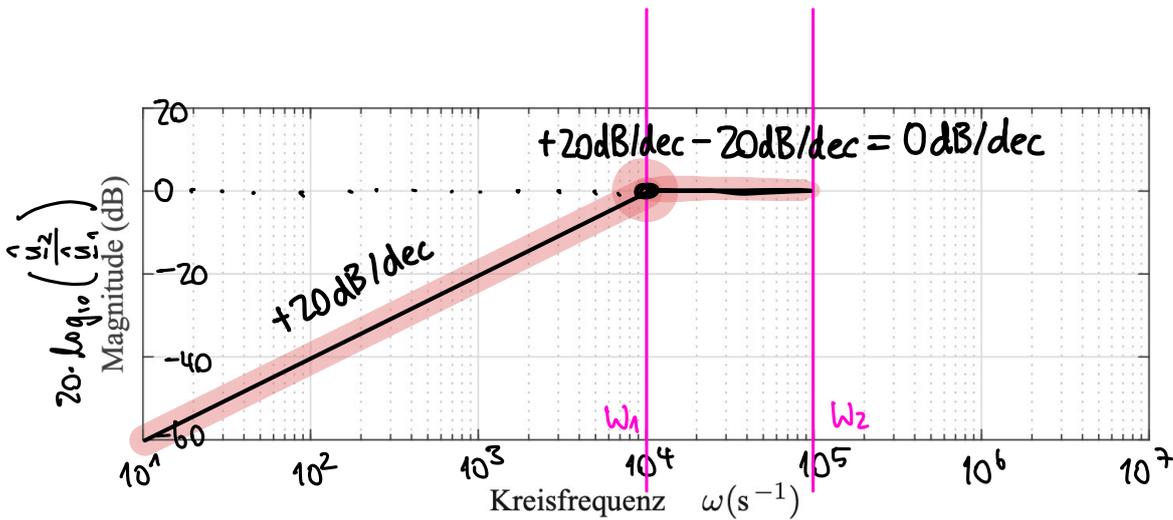


④ Steigung nach rechts: Beiträge der einzelnen Grundbausteine bestimmen ( $\rightarrow$  steht auf Z.F.) und einzeichnen repeat bis zur nächsten Eckfrequenz.  
 $\omega_i$

$\omega_1: \frac{1}{1+j\omega R_2 C_2} \Rightarrow$  zusätzliche Steigung von  $-20 \text{ dB/dec}$  bis zur nächsten Eckfrequenz

Teilsysteme $F_i(j\omega)$ in Standardform	Steigungsänderung $\rightarrow$ ZUSÄTZLICH zur bereits vorhandenen	Phasenänderung
$F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,1}$	Steigung $+20 \text{ dB/Dekade}$	Phase $+90^\circ$ (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$ )
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T_{p,1}}$	Steigung $-20 \text{ dB/Dekade}$	Phase $-90^\circ$ (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$ )
$F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i} j\omega + (j\omega)^2 T_{n,i}^2$	Steigung $+40 \text{ dB/Dekade}$	Phase $+180^\circ$ (siehe Punkt 9)
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1+2d_i T_{p,i} j\omega + (j\omega)^2 T_{p,i}^2}$	Steigung $-40 \text{ dB/Dekade}$	Phase $-180^\circ$ (siehe Punkt 9)

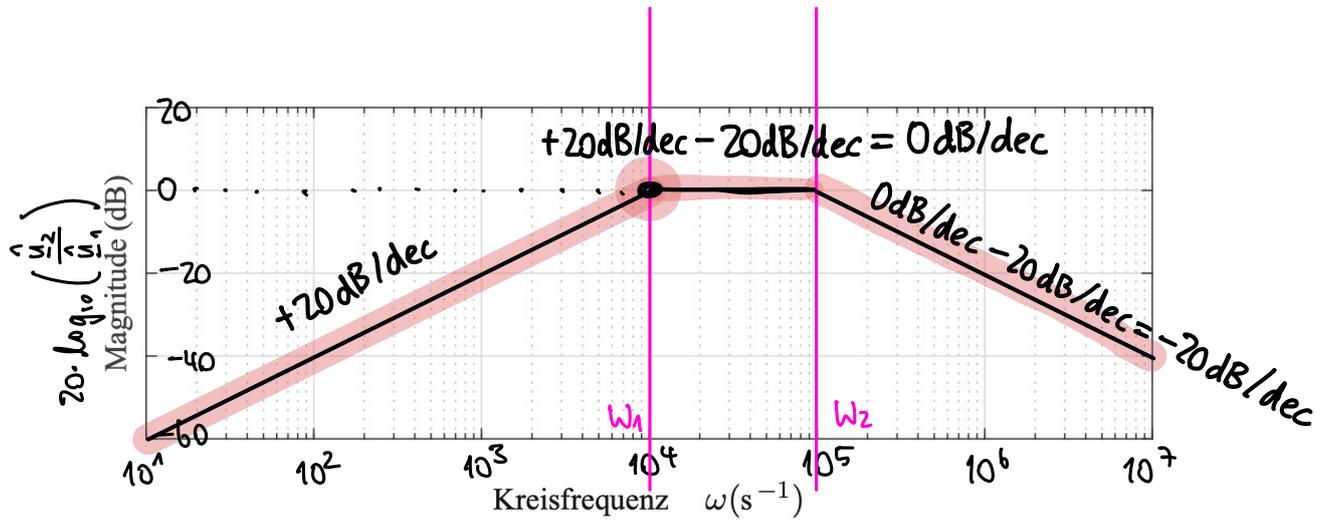
Bedingung:  $d_i \leq 1$ , sonst Polynom mit 2 reellen Nullstellen  
 Bedingung:  $d_i \leq 1$ , sonst Polynom mit 2 reellen Polstellen



$\omega_2: \frac{1}{1+j\omega R_1 C_1} \Rightarrow$  zusätzliche Steigung von  $-20 \text{ dB/dec}$  bis zur nächsten Eckfrequenz

Teilsysteme $F_i(j\omega)$ in Standardform	Steigungsänderung $\rightarrow$ ZUSÄTZLICH zur bereits vorhandenen	Phasenänderung
$F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,1}$	Steigung $+20 \text{ dB/Dekade}$	Phase $+90^\circ$ (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$ )
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T_{p,1}}$	Steigung $-20 \text{ dB/Dekade}$	Phase $-90^\circ$ (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$ )
$F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i} j\omega + (j\omega)^2 T_{n,i}^2$	Steigung $+40 \text{ dB/Dekade}$	Phase $+180^\circ$ (siehe Punkt 9)
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1+2d_i T_{p,i} j\omega + (j\omega)^2 T_{p,i}^2}$	Steigung $-40 \text{ dB/Dekade}$	Phase $-180^\circ$ (siehe Punkt 9)

Bedingung:  $d_i \leq 1$ , sonst Polynom mit 2 reellen Nullstellen  
 Bedingung:  $d_i \leq 1$ , sonst Polynom mit 2 reellen Polstellen



## PHASENGANG

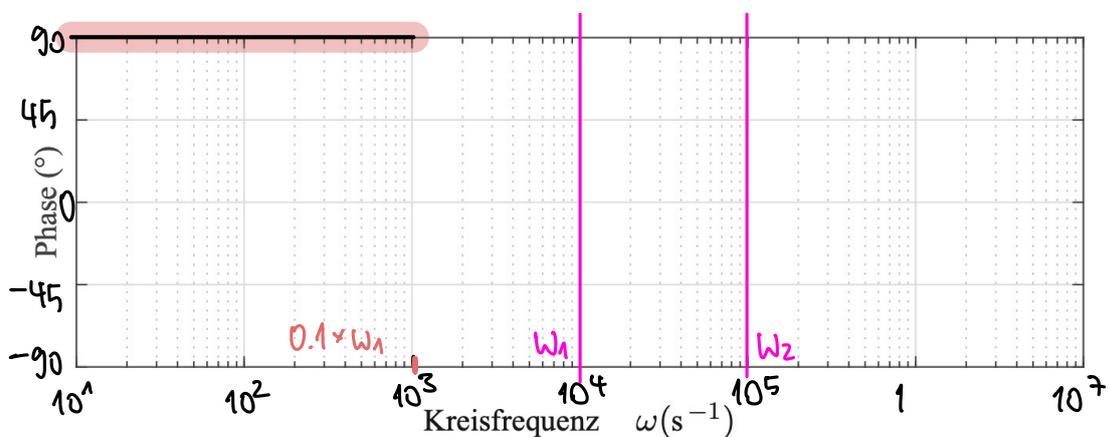
⑤  $\varphi(\omega=0)$  bestimmen.  $\omega=0$  bis  $\omega=0.1\omega_1$  ist es immer eine Waagrechte

Startfrequenz  $\omega_1$  nach links:

$$\varphi(0) = \begin{cases} r \cdot 90^\circ & \text{falls } K_0 F_{ges}^*(0) > 0 \\ -180^\circ + r \cdot 90^\circ & \text{falls } K_0 F_{ges}^*(0) < 0 \end{cases}$$

da  $K_0 F_{ges}^*(s) = R_2 C_2 \times 1 = 10^{-5} > 0 \Rightarrow \varphi(0) = r \cdot 90^\circ = 90^\circ$

→ waagrechte Gerade bei  $\varphi = 90^\circ$  bis  $\omega = \omega_1$  zeichnen



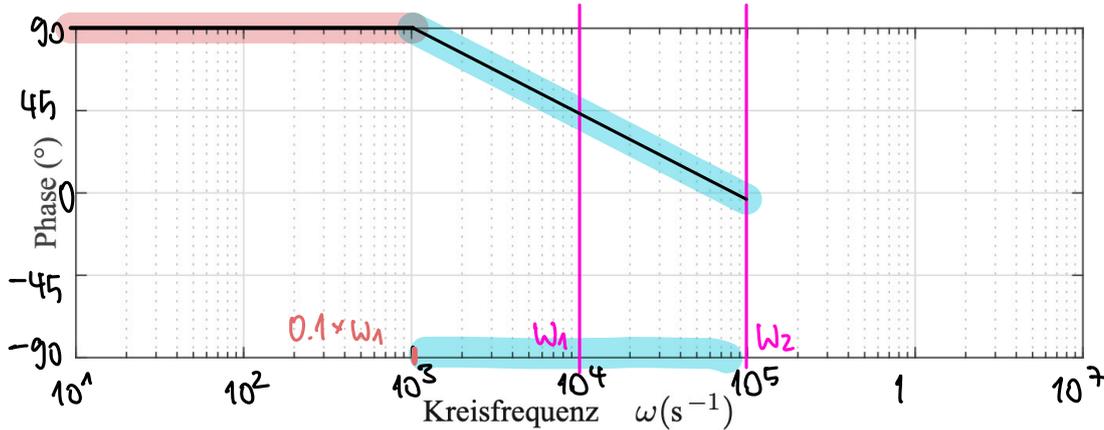
6) Beiträge der einzelnen Grundbausteine bestimmen und & bis zur nächsten Eckfrequenz einzeichnen  
 repeat  $\omega_i$

1. Eckfrequenz  $\omega = \omega_1$ :

Wir haben den Grundbaustein  $\frac{1}{1+j\omega R_1 C_1}$

Teilsysteme $F_i(j\omega)$ in Standardform		Steigungsänderung → ZUSÄTZLICH zur bereits vorhandenen Steigung/Phase!	Phasenänderung
$F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,i}$	Steigung +20dB/Dekade	Phase +90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$ )	
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T_{p,i}}$	Steigung -20dB/Dekade	Phase -90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$ ) !!	
$F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{n,i}^2$	Steigung +40dB/Dekade Bedingung: $d_i \leq 1$ , sonst Polynom mit 2 reellen Nullstellen	Phase +180° (siehe Punkt 9)	
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1+2d_i T_{p,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{p,i}^2}$	Steigung -40dB/Dekade Bedingung: $d_i \leq 1$ , sonst Polynom mit 2 reellen Polstellen	Phase -180° (siehe Punkt 9)	

⇒ Phase -90° zwischen  $0.1\omega_1$  &  $10\omega_1$



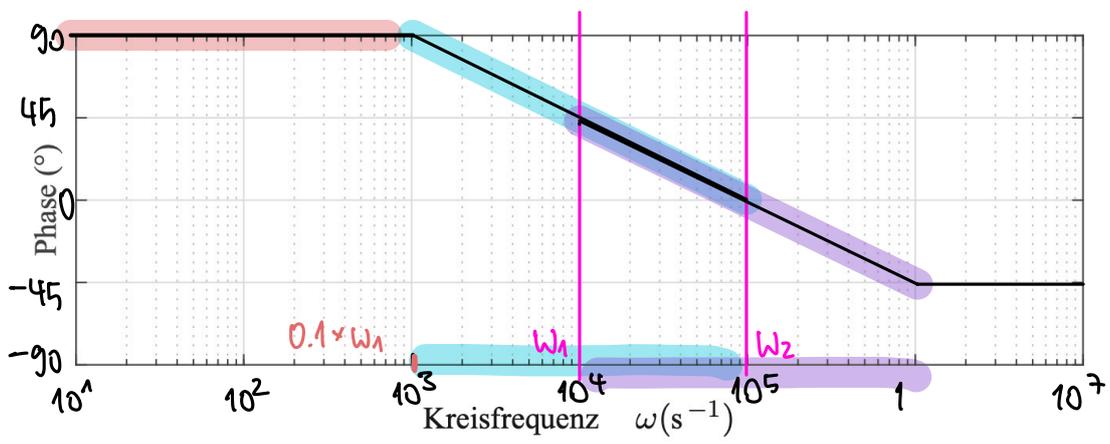
2. Eckfrequenz  $\omega = \omega_2$ :

Wir haben den Grundbaustein  $\frac{1}{1+j\omega R_2 C_2}$

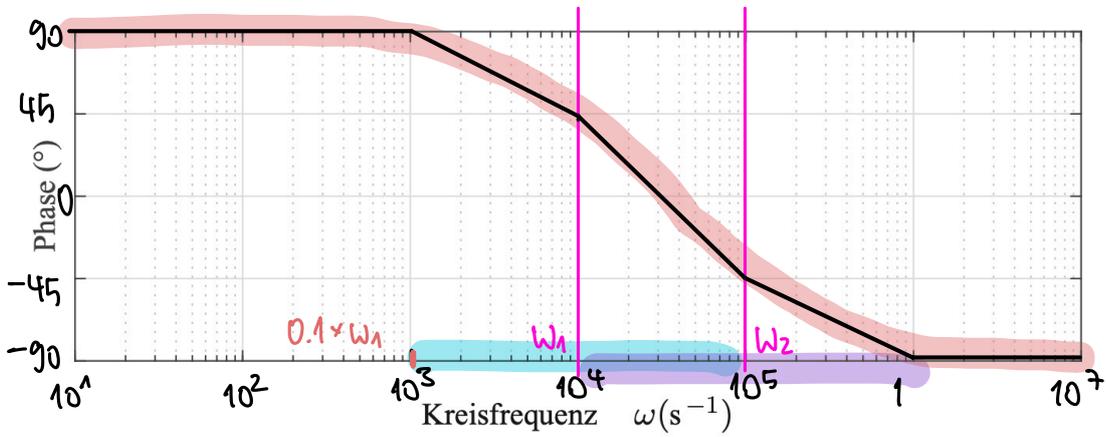
Teilsysteme $F_i(j\omega)$ in Standardform		Steigungsänderung → ZUSÄTZLICH zur bereits vorhandenen Steigung/Phase!	Phasenänderung
$F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,i}$	Steigung +20dB/Dekade	Phase +90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$ )	
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T_{p,i}}$	Steigung -20dB/Dekade	Phase -90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$ ) !!	
$F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{n,i}^2$	Steigung +40dB/Dekade Bedingung: $d_i \leq 1$ , sonst Polynom mit 2 reellen Nullstellen	Phase +180° (siehe Punkt 9)	
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1+2d_i T_{p,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{p,i}^2}$	Steigung -40dB/Dekade Bedingung: $d_i \leq 1$ , sonst Polynom mit 2 reellen Polstellen	Phase -180° (siehe Punkt 9)	

⇒ Phase -90° zwischen  $0.1\omega_2$  &  $10\omega_2$

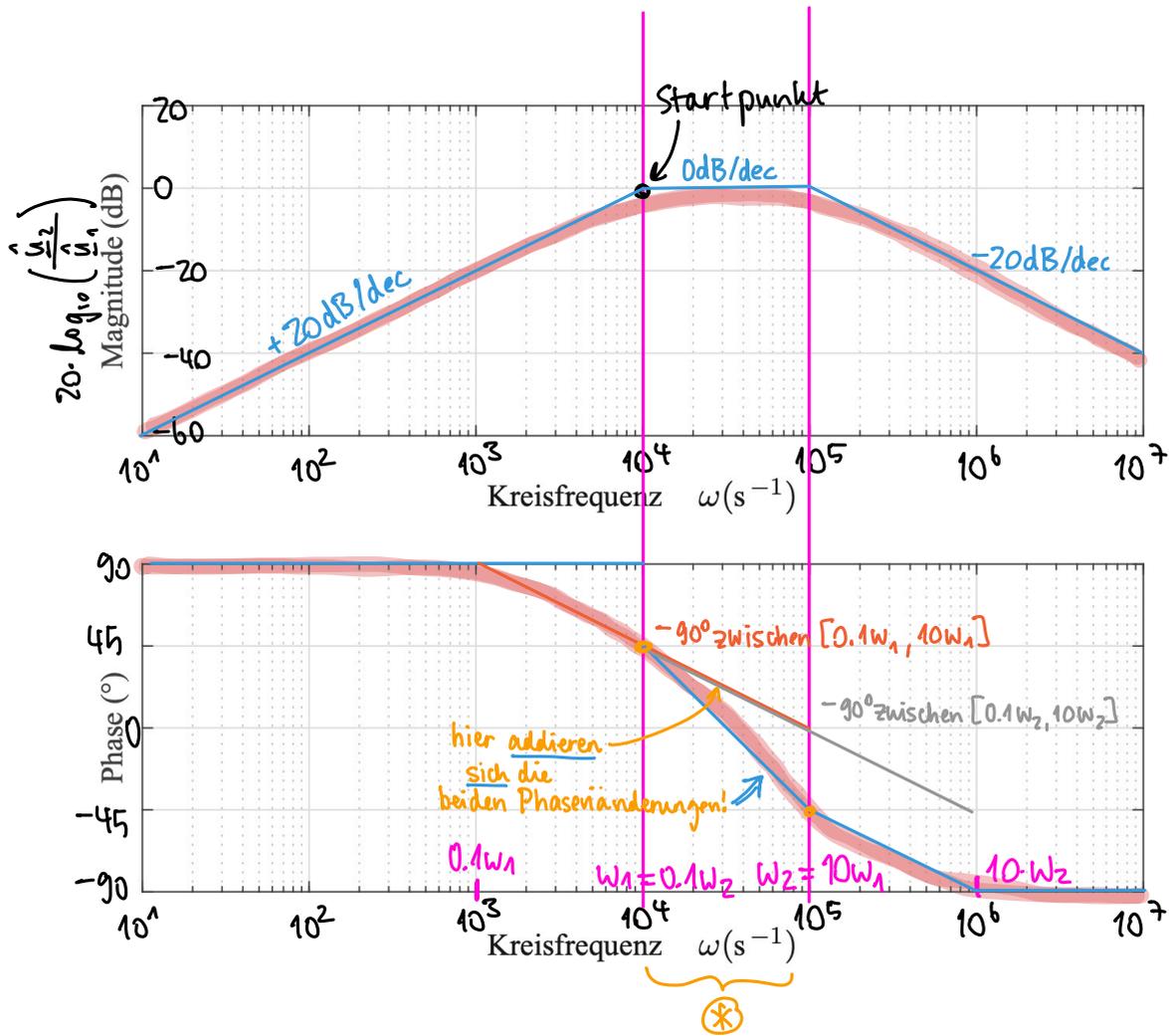
⇒ da zwischen  $0.1\omega_2$  und  $\omega_2$  (\*) bereits die Phasenänderung von der 1. Eckfrequenz  $\omega_1$  stattfindet (da  $*$  =  $[\omega_1, 10\omega_1]$ ) addieren sich dort die 2 Phasenänderungen.



Schlussendlich haben wir also für den Phasengang:



Und insgesamt (beide Plots):



 Arbeitet unbedingt mit der Zusammenfassung, wenn ihr Bodeplots zeichnet !!