

ÜBUNG 13

31.05.2024- LINA DE WINDT

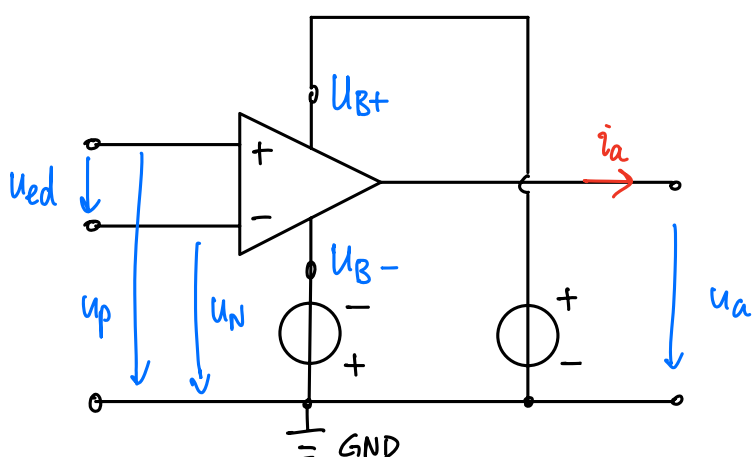
Alle Unterlagen auf n.ethz.ch/~ldewindt

>>> Themen von heute:

1. Verstärker
 - 1.1 Idealer Verstärker
 - 1.2 Realer Verstärker
 - 1.3 Verstärkerschaltungen
2. Recap Bodeplots
3. Ausklingen mit Eistee :)

1. Verstärker

Verstärker (werden auch Operationsverstärker – OPVs genannt) sind
Netzwerkkomponenten (d.h. sie benötigen eine Stromversorgung um zu funk-
tionieren), welche eingehende Signale so verarbeiten, dass die Ausgangsgröße
um einen Faktor unterschiedlich wird als die Eingangsgröße.



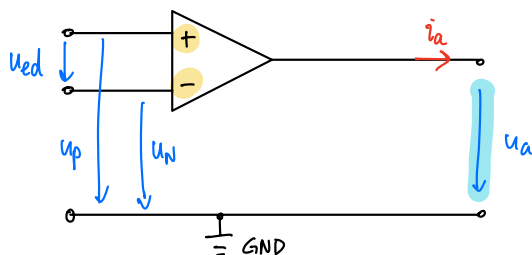
Der **allgemeine OPV** ist folgendermassen aufgebaut:

- Zwei Eingänge: Ein invertierenden ($-$) mit der Spannung u_N und einen nicht-invertierenden ($+$) mit der Spannung u_P . (Bezugspotential jeweils: Masse)
- Einen Ausgang mit der Ausgangsspannung u_a . (Bezugspotential: Masse)
- Zwei Betriebsspannungsanschlüsse: U_{B+} und U_{B-} . (Bezugspotential: Masse)

Verstärkergleichung:



Es gibt OPVs mit 2 Versorgungsspannungsanschlüssen (positiv & negativ)
und OPVs mit nur einem Versorgungsanschluss – diese werden im Schaltbild
oft weggelassen.



Verstärkungen werden oft in Dezibel angegeben:

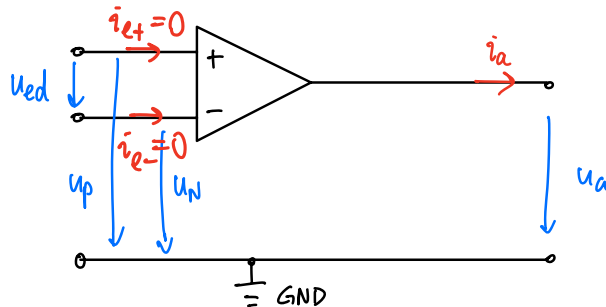
Das Funktionsprinzip des OPVs beruht auf der Verstärkung der Eingangsspannungsdifferenz $u_P - u_N$ und der Ausgabe dieser am Ausgang:

Die Open Loop Verstärkung eines OPVs ist die Verstärkung ohne positive oder negative Dieser Wert sollte möglichst sein (typischerweise ca., bei einem idealen OPV). Ein OPV mit einer grossen Open Loop Verstärkung bietet eine hohe Präzision, wenn er als invertierender Verstärker verwendet wird.

Open Loop Verstärkung:



2. Idealer OPV



Der ideale OPV hat folgende Eigenschaften:

- Openloop-Verstärkung: $v_g \rightarrow \infty$
- Eingangswiderstand: $r_D \rightarrow \infty$, d.h. $i_{e+} = i_{e-} = 0$
- Ausgangswiderstand: $r_a \rightarrow 0$, d.h. u_a verhält sich wie eine ideale Spannungsquelle
- ist frequenzunabhängig ($u_a = A \cdot u_I$)

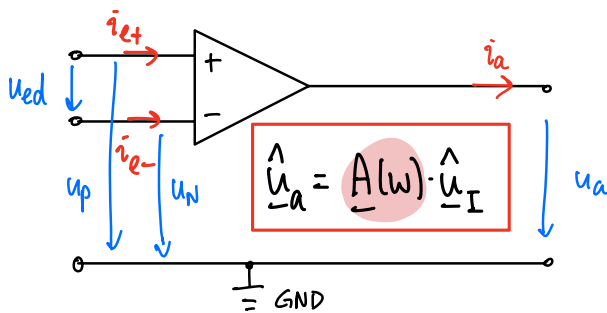
$$u_a = \begin{cases} U_{B+}, & \text{für } u_P > u_N \text{ d.h. } u_{ed} > 0 \\ 0, & \text{für } u_P = u_N \text{ d.h. } u_{ed} = 0 \\ U_{B-}, & \text{für } u_P < u_N \text{ d.h. } u_{ed} < 0 \end{cases}$$

($u_a \rightarrow$ Rechteck-Funktion)

- Der OPV zeigt keine parasitären Effekte

$\Rightarrow$ In den meisten Aufgaben nehmen wir ideale OPVs an.

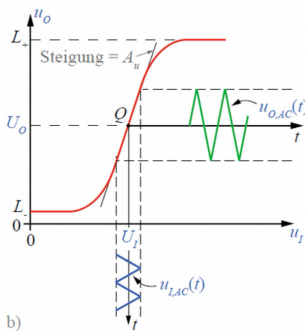
3. Realer OPV



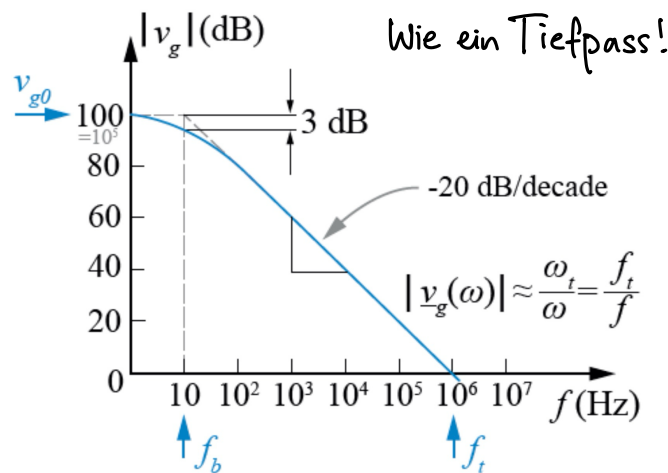
Der **reale OPV** hat folgende Eigenschaften:

- Endliche, frequenzabhängige Verstärkung: $|\underline{v}_g(\omega)| < \infty$
- Eingangswiderstand: $r_D < \infty$, d.h. $i_{e+} \neq 0 \neq i_{e-}$
↳ sollte möglichst gross sein
- Ausgangswiderstand: $r_a > 0$
↳ sollte möglichst klein sein
- Die Differenzverstärkung eines realen OPVs sinkt mit zunehmender Frequenz. Durch eine entsprechende Frequenzkompensation wird ein Tiefpassverhalten 1. Ordnung erreicht.

Der reale OPV hat ein nicht - lineares Verhalten:



Das führt zu Verzerrungen der Signalform!
Die Verstärkung wird dann



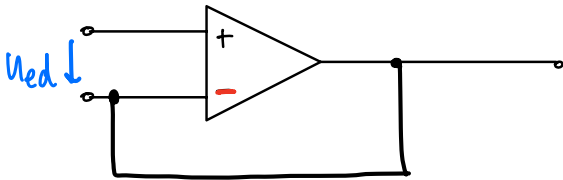
- v_{g0} = Gleichspannungsverstärkung des OPV
- f_b = die Frequenz, wo das Signal um 3dB geschwächt wird (Knickfrequenz)
- f_t = die Frequenz, wo $\frac{u_o}{u_i}$ gerade noch 1 beträgt (Transitfrequenz)
- Es gilt folgender Zusammenhang:

$$\underline{v}_g(\omega) = \frac{v_{g0}}{1 + j\omega \frac{1}{\omega_b}} \quad \text{und für } f_t \gg f_b \text{ gilt: } f_t = v_{g0} \cdot f_b$$

Kopplung (bzw. feedback loop / closed loop)

Wie wir vorher gelernt haben, ist die Openloop Verstärkung eines OPVs sehr gross bzw. unendlich (beim idealen OPV). Das ist instabil! Ein OPV wird praktisch nie in der Openloop Konfiguration gebraucht. Er wird stattdessen so konfiguriert, dass er eine Rückkopplung hat, so dass seine Verstärkung durch die Komponenten der Rückkopplungsschaltung gesteuert & stabilisiert wird.

Negative Rückkopplung ($\hat{=}$ Gegenkopplung)

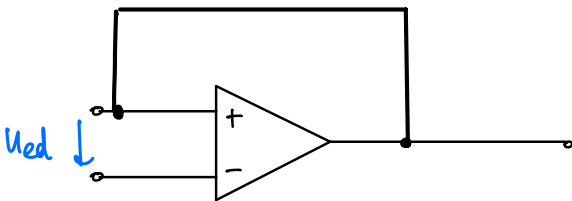


→ stabilisierende Wirkung auf den Arbeitspunkt! :)

Das Ausgangssignal wird auf den invertierenden Eingang zurückgeführt.

- Dies verursacht die Ursache zu dämpfen und setzt die Verstärkung herab. In der Praxis passt sich die Schaltung so an, dass die Spannung zwischen den beiden Eingängen möglichst gering ist. (Null bei unendlicher Verstärkung) $U_{ed} \approx 0$, $U_{ed} = 0$ bei idealer OPV
- Die negative Rückkopplung setzt die sehr hohe Verstärkung herab und schaut, dass der OPV nicht komplett aussteuert.
- Somit lässt sich der Verstärkungsfaktor der Schaltung einstellen.

Positive Rückkopplung ($\hat{=}$ Mitkopplung)



→ destabilisierende Wirkung auf den Arbeitspunkt! :)

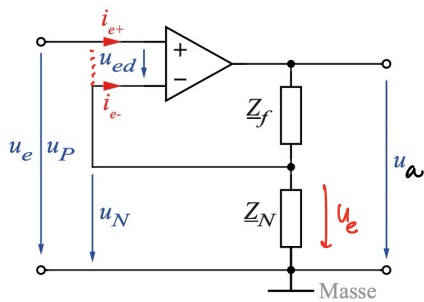
Das Ausgangssignal wird auf den nicht-invertierenden Eingang zurückgeführt.

- Dies sorgt dafür, dass der OPV bis zu seiner maximalen positiven oder negativen Spannung aussteuert.
→ d.h. $U_A = U_{B+}$ oder $U_A = U_{B-}$
- Mit einem OPV kann man unter Ausnutzung dieses Effektes Schaltungen erstellen, wo der OPV je nach Eingangssignal eine positive oder negative Spannung ausgibt. (Komparatorschaltungen)
Diese wurden in der Vorlesung jedoch nicht angeschaut.

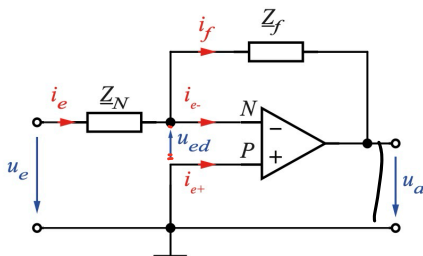
Verstärkerschaltungen

Der OPV mit (aka Verstärkerschaltung) kann als betrachtet werden ! Es gibt invertierende und nichtinvertierende Verstärkerschaltungen. Bei einfachen Schaltungen erkennt man das daran, ob das Eingangssignal am positiven oder am negativen Eingang anliegt.

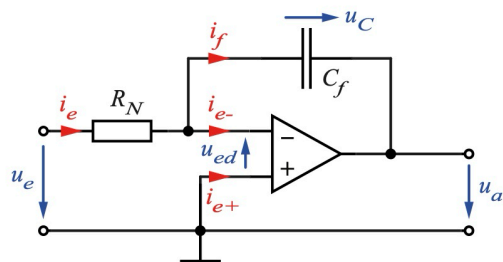
Nichtinvertierender Verstärker



Invertierender Verstärker



Integrierschaltung

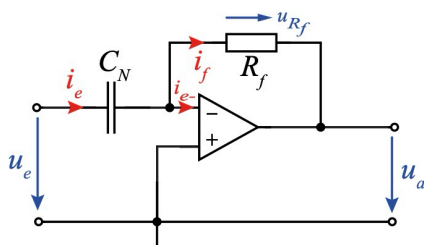


$$\hat{u}_a = -\hat{u}_e \cdot \frac{1}{j\omega C_f R_N}$$

Der Kondensator integriert den Strom durch den Widerstand :)

$$u_a = -u_c = -\frac{1}{R_N C_f} \int_0^t u_e(\tau) d\tau$$

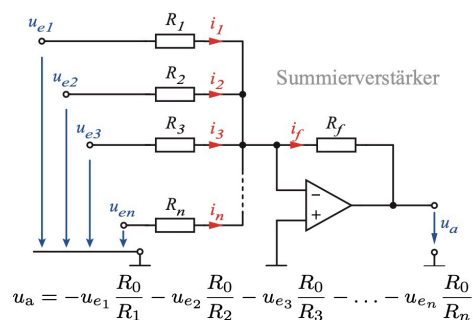
Differenzierschaltung



$$\hat{u}_a = -\hat{u}_e \cdot j\omega C_N R_f$$

$$u_a = -u_{Rf} = -R_f i_f = -R_f C_N \frac{du_e}{dt}$$

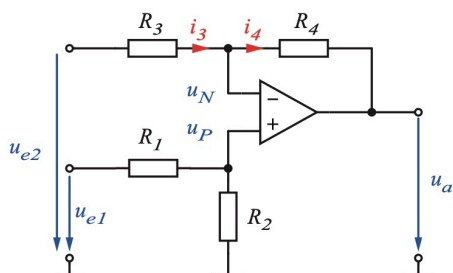
Summierverstärker



$$u_a = -\frac{R_f}{R_1} u_{e1} - \frac{R_f}{R_2} u_{e2} - \frac{R_f}{R_3} u_{e3} - \dots - \frac{R_f}{R_n} u_{en}$$

$$u_a = -u_{e1} \frac{R_0}{R_1} - u_{e2} \frac{R_0}{R_2} - u_{e3} \frac{R_0}{R_3} - \dots - u_{en} \frac{R_0}{R_n}$$

Differenzverstärker

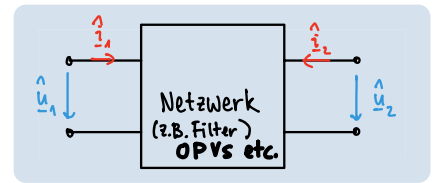


$$\text{falls } \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} : u_a = \frac{R_2}{R_1} (u_{e1} - u_{e2})$$

→ Kombination von einem invertierenden & nicht invertierenden Verstärker ! :)

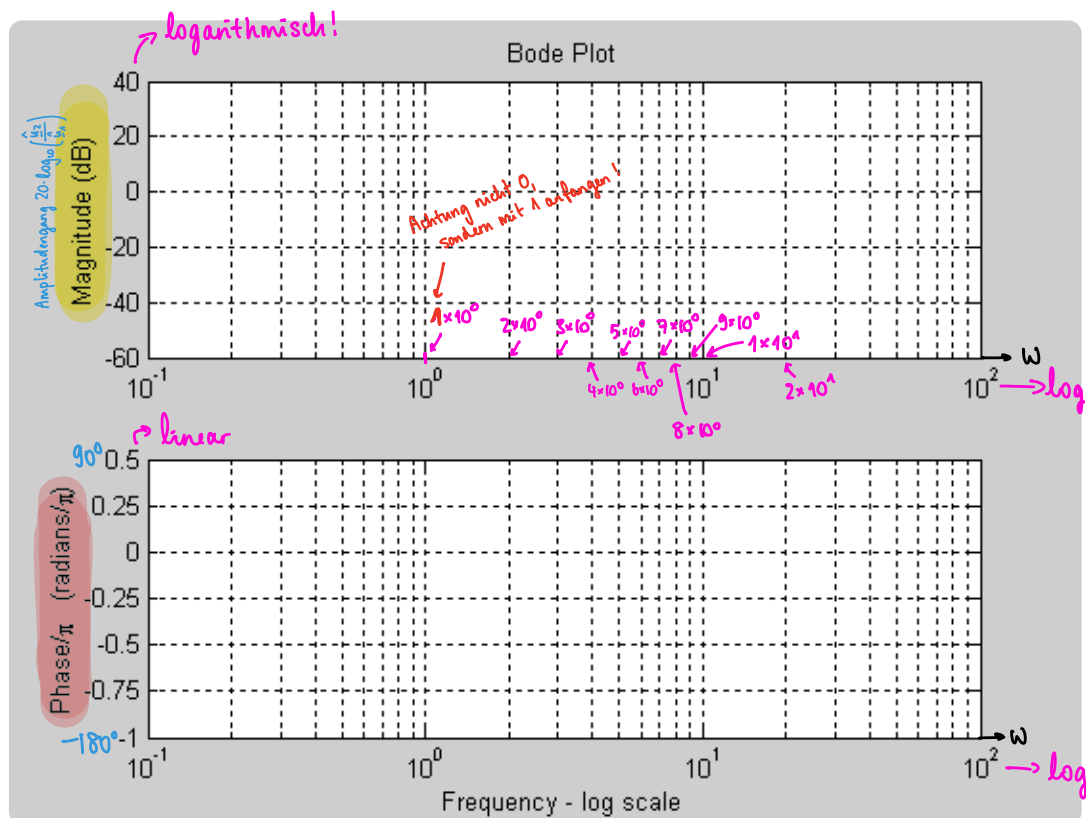
2. Recap Bodeplots

Die Übertragungsfunktion $\underline{F}(j\omega) = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} e^{j\varphi_F}$ besteht aus
 einem Amplitudengang $\frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1}$ und
 einem Phasengang $\varphi_F = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{F})}{\text{Re}(\underline{F})}\right)$



↳ In NuS verwenden wir sehr oft dieses Modell ("Zweitor") um unsere NWs darzustellen!

- ⇒ Wir verwenden Bodeplots, um das Verhalten von Übertragungsfunktionen bei verschiedenen Frequenzen zu untersuchen!
- ⇒ Ein Bode-Plot besteht aus zwei Plots: Amplitudengang & Phasengang.
- ⇒ Da uns das Verhalten von Übertragungsfunktionen über mehrere Größenordnungen interessiert, verwenden wir logarithmische Skalen:



Kochrezept Bodeplots:

Bode-Diagramm → Asymptotennäherung

Gezeichnet wird von kleinen zu grossen Frequenzen, d.h. links nach rechts / Darstellung in dB-Skala → $F(\omega)[dB] = 20 \log_{10}(F(\omega))$

1. Faktorisieren der Funktion: $F_{ges}(j\omega) = K_0(j\omega)^r \cdot \underbrace{F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega) \cdot \dots \cdot F_n(j\omega)}_{F_{ges}^*(j\omega)}$ 1

Teilsysteme $F_i(j\omega)$ in Standardform

$$\begin{cases} F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,i} \\ F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T_{p,i}} \\ F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{n,i}^2 \\ F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + 2d_i T_{p,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{p,i}^2} \end{cases}$$

Steigungsänderung → ZUSÄTZLICH zur bereits vorhandenen Steigung/Phase!

Steigung +20dB/Dekade

Steigung -20dB/Dekade

Steigung +40dB/Dekade

Bedingung: $d_i \leq 1$, sonst Polynom mit 2 reellen Nullstellen

Steigung -40dB/Dekade

Bedingung: $d_i \leq 1$, sonst Polynom mit 2 reellen Polstellen

Phasenänderung

Phase +90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$)

Phase -90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$)

Phase +180° (siehe Punkt 9)

Phase -180° (siehe Punkt 9)

2. Teilsysteme nach aufsteigenden Eckfrequenzen $\omega_i = 1/T_{n,i}$ bzw. $\omega_i = 1/T_{p,i}$ sortieren ($\omega_1 =$ kleinste Eckfrequenz)

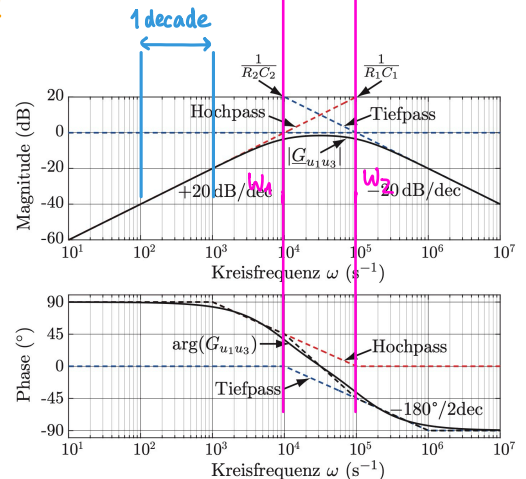
Amplitudengang (doppellogarithmische Darstellung)

3. Startpunkt: ω_1 ; $F_{dB}(\omega_1) = 20 \log_{10}(|K_0 F_{ges}^*(0)| \cdot \omega_1^r)$
4. Startpunkt nach links: Gerade mit Steigung $r \cdot 20\text{dB/Dekade}$ (Für $r = 0$ waagerechte Gerade)
5. Startpunkt nach rechts: Geradensegmente von einer Eckfrequenz bis zur nächst höheren Eckfrequenz. Bei jeder Eckfrequenz ω_i ändert Amplitudengang Steigung je nach Teilsystem, das zur Eckfrequenz gehört (s.o.).
Mehrfache Pol-/Nullstellen: Steigungsänderung mehrfach nehmen.
6. Annäherung: Ecken bei Eckfrequenz noch um $\pm 3\text{dB}$ bzw. Vielfachen davon bei mehrfachen Pol-/Nullstellen abrunden ($+n \cdot 3\text{dB}$ bei konvexem / $-n \cdot 3\text{dB}$ bei konkavem Verlauf). Dies gilt nur für konjugiert komplexe Pole mit Dämpfung $d_i > 1/2$.
Falls $d_i < 1/2$:
- Resonanzüberhöhung bei ω_i um $-20 \log_{10}(2d_i)\text{dB}$ oberhalb Geradennäherung
- Amplitude: $|F(j\omega_i)| = \frac{1}{2d_i}$
- Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = \omega_i \sqrt{1 - 2d_i^2} \Rightarrow$ Punkt um $-20 \log_{10}(2d_i \sqrt{1 - d_i^2})\text{dB}$ oberhalb Geradennäherung

Phasengang (logarithmische x-Achse)

7. Startfrequenz ω_1 nach links:
$$\varphi(0) = \begin{cases} r \cdot 90^\circ & \text{falls } K_0 F_{ges}^*(0) > 0 \\ -180^\circ + r \cdot 90^\circ & \text{falls } K_0 F_{ges}^*(0) < 0 \end{cases}$$
8. Startpunkt nach rechts: Phase ändert sich bei jeder Eckfrequenz ω_i je nach Teilsystem (s.o.).
9. Annäherung: Glieder 1. Ordnung – Phasenverlauf mit $\pm 45^\circ/\text{Dekade}$ zwischen $0.1\omega_i$ und $10\omega_i$
Konjugiert komplexe Pole: Phasenänderung bei Eckfrequenz um so steiler, je kleiner d_i
Phasengang für Teilsystem $F_i(j\omega)$ ist punktsymmetrisch zu dazugehörigen Eckfrequenz ω_i .
10. $\omega \rightarrow \infty$: Phase φ_{ges} strebt gegen $(m - n) \cdot 90^\circ$ (n Grad Nenner- & m Grad Zählerpolynom).

Sidenote: da es eine Geradennäherung ist, ist der "echte" Bodeplot etwas runder bei den Eckfrequenzen/Knicke. Die Eckfrequenzen sind genau dort, wo die Verstärkung (im "echten" Plot) um 3dB abnimmt! $\Rightarrow$ 3dB-Grenzfrequenz



Generelles Vorgehen: Bodeplots werden von links nach rechts gezeichnet.

1. Übertragungsfunktion in Nullstellenform / nach Grundbausteinen (*) faktorisieren
 $\Rightarrow$ z.T. mit Partialbruchzerlegung!
 $\Rightarrow$ alle Parameter in dieser Form bestimmen! $K_0, r, \dots$

2. Eckfrequenzen ($\hat{=}$ Grenzfrequenz $\hat{=}$ 3dB-Grenzfrequenz) berechnen (aus den Grundbausteinen ablesen) & in beiden Plots einzeichnen

AMPLITUDENGANG

3. Startpunkt berechnen @ ω_1 (kleinste Eckfrequenz):
 $F_{dB}(\omega_1) = 20 \cdot \log_{10}(|K_0 F_{ges}^*(0)| \cdot \omega_1^r) \rightarrow$ im Plot einzeichnen.
Steigung nach links bestimmen & einzeichnen.

4. Steigung nach rechts:
Beiträge der einzelnen Grundbausteine bestimmen ($\rightarrow$ steht bei *) und einzeichnen

PHASENGANG

5. $\varphi(\omega=0)$ bestimmen.
 $\omega=0$ bis $\omega=\omega_1$ ist es immer eine Gerade $\rightarrow$ einzeichnen
6. Beiträge der einzelnen Grundbausteine bestimmen ($\rightarrow$ steht bei *) und einzeichnen

Machen wir das Schritt für Schritt zusammen
mit dieser Übertragungsfunktion:

$$G_2(j\omega) = \frac{j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_2 C_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

$$\text{mit } \frac{1}{R_1 C_1} = 10^5 \text{ s}^{-1} \quad \text{und} \quad \frac{1}{R_2 C_2} = 10^4 \text{ s}^{-1}$$

① Übertragungsfunktion in Nullstellenform / nach Grundbausteinen faktorisieren

$$\underline{F}_{ges}(j\omega) = K_0 \cdot (j\omega)^r \cdot \underbrace{\underline{F}_1(j\omega) \cdot \underline{F}_2(j\omega) \cdot \dots \cdot \underline{F}_n(j\omega)}_{\underline{F}_{ges}^*(j\omega)}$$

$\left\{ \begin{array}{l} F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,i} \\ F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T_{p,i}} \\ F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{n,i}^2 \\ F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + 2d_i T_{p,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{p,i}^2} \end{array} \right.$

=> z.T. mit Partialbruchzerlegung!

=> alle Parameter in dieser Form bestimmen! $K_0, r, \dots$

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_2 C_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} =$$

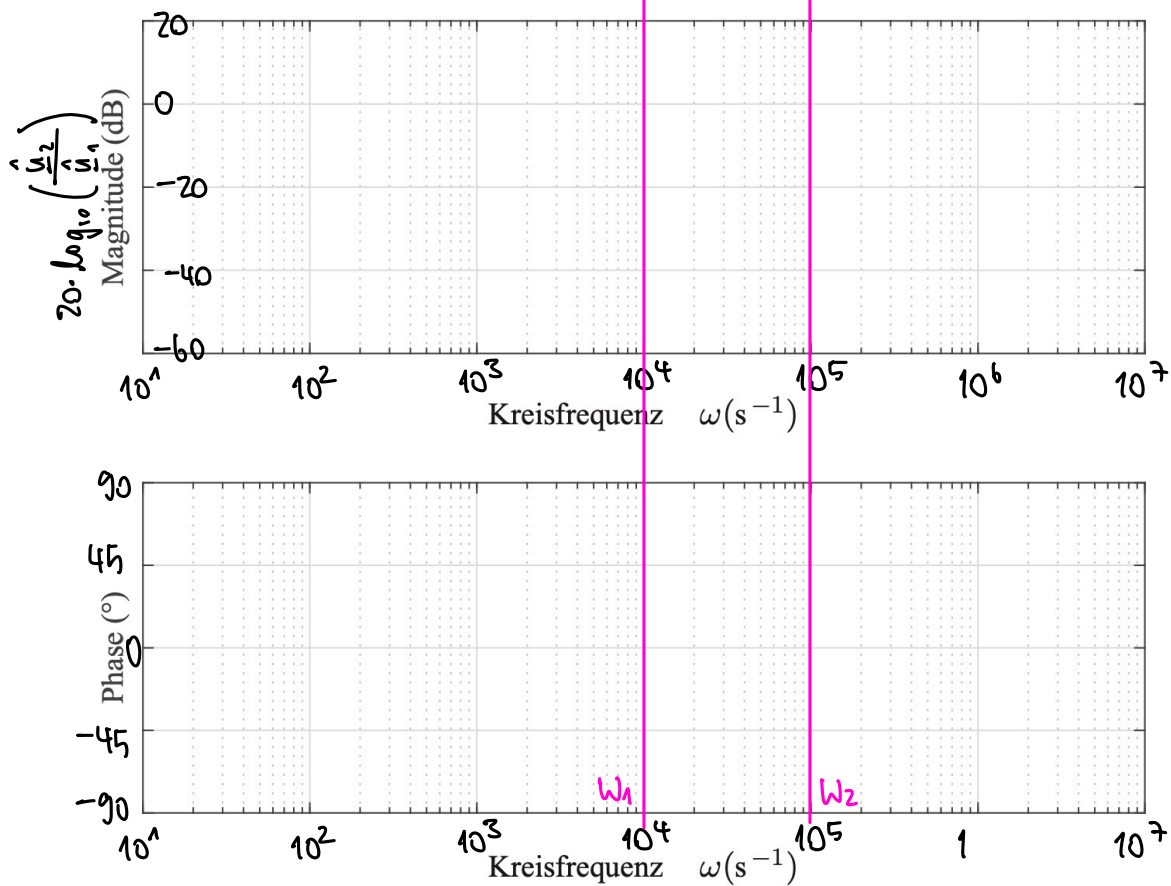
② Eckfrequenzen ($\hat{=}$ Grenzfrequenz $\hat{=}$ 3dB-Grenzfrequenz) berechnen (aus den Grundbausteinen ablesen) & in beiden Plots einzeichnen

$$\left\{ \begin{array}{l} F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,i} \\ F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T_{p,i}} \\ F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{n,i}^2 \\ F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + 2d_i T_{p,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{p,i}^2} \end{array} \right.$$

$\omega_i = \frac{1}{T_{p,i}}$

$T_{P,1} =$
 $T_{P,2} =$

-> Im Bodeplot einzeichnen:

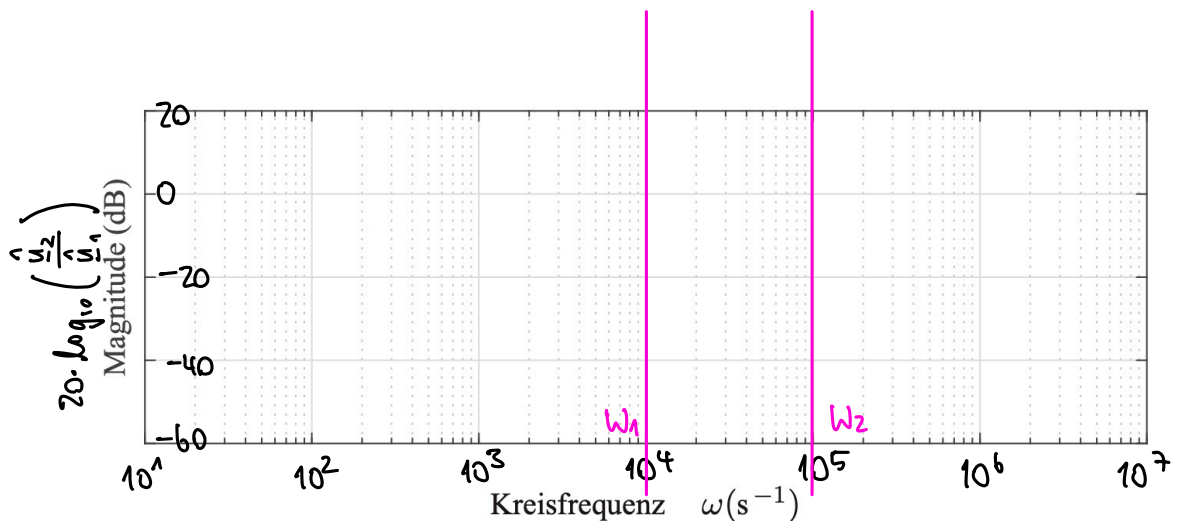


AMPLITUDENGANG:

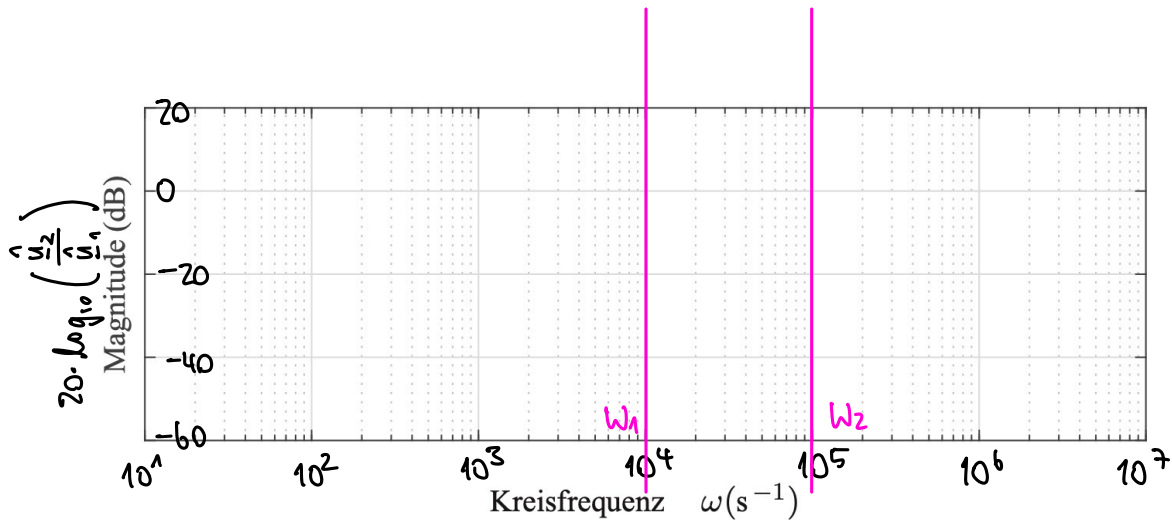
- ③ Startpunkt berechnen @ ω_1 (kleinste Eckfrequenz): $F_{dB}(\omega_1) = 20 \cdot \log_{10} (|K_0 F_{ges}^*(s)| \cdot \omega_1^r)$ → im Plot einzeichnen.
Steigung nach links bestimmen & einzeichnen.

Startpunkt: @ $\omega = \omega_1$:

$$F_{dB}(\omega_1) = 20 \cdot \log_{10} (|K_0 F_{ges}^*(s)| \cdot \omega_1^r) =$$



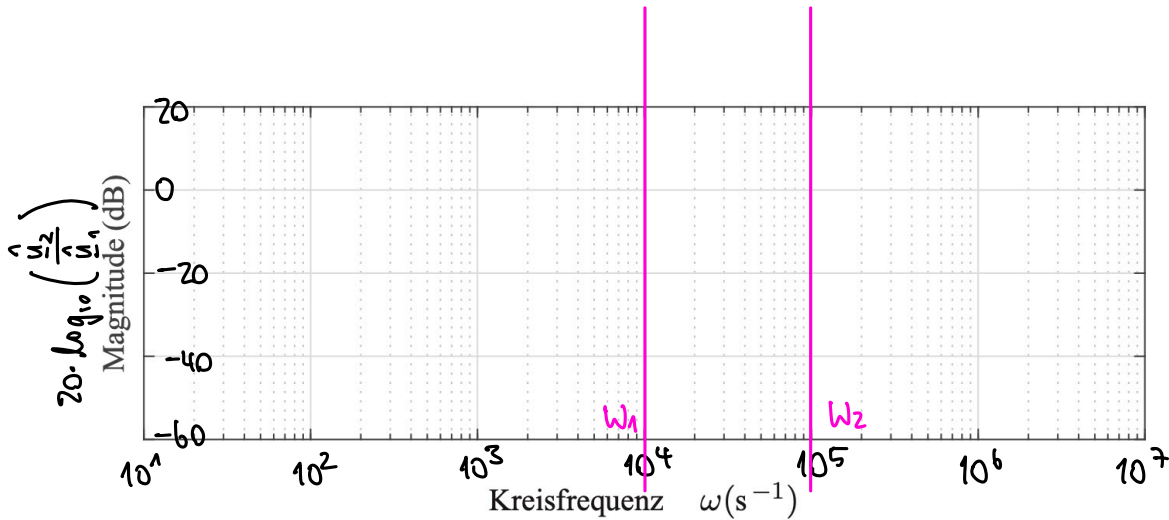
Steigung nach links: $r \cdot 20 \text{ dB/dec} =$ → einzeichnen



4 Steigung nach rechts: Beiträge der einzelnen Grundbausteine bestimmen (→ steht auf Z.F.) und einzeichnen
bis zur nächsten Eckfrequenz.
repeat
ω_i

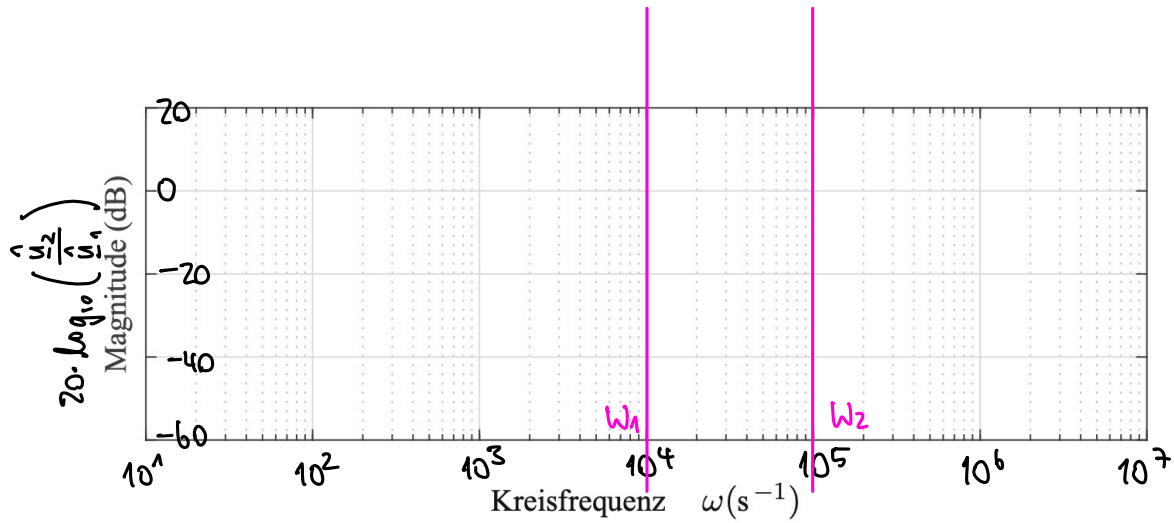
$\omega_1:$

Teilsysteme $F_i(j\omega)$ in Standardform	Steigungsänderung → ZUSÄTZLICH zur bereits vorhandenen	Phasenänderung
$F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,i}$	Steigung +20dB/Dekade	Phase +90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$)
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T_{p,i}}$	Steigung -20dB/Dekade	Phase -90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$)
$F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i} j\omega + (j\omega)^2 T_{n,i}^2$	Steigung +40dB/Dekade	Phase +180° (siehe Punkt 9)
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + 2d_i T_{p,i} j\omega + (j\omega)^2 T_{p,i}^2}$	Steigung -40dB/Dekade	Phase -180° (siehe Punkt 9)
	Bedingung: $d_i \leq 1$, sonst Polynom mit 2 reellen Nullstellen	
	Bedingung: $d_i \leq 1$, sonst Polynom mit 2 reellen Polstellen	



$\omega_2:$

Teilsysteme $F_i(j\omega)$ in Standardform	Steigungsänderung → ZUSÄTZLICH zur bereits vorhandenen	Phasenänderung
$F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,i}$	Steigung +20dB/Dekade	Phase +90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$)
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T_{p,i}}$	Steigung -20dB/Dekade	Phase -90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$)
$F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i} j\omega + (j\omega)^2 T_{n,i}^2$	Steigung +40dB/Dekade	Phase +180° (siehe Punkt 9)
$F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + 2d_i T_{p,i} j\omega + (j\omega)^2 T_{p,i}^2}$	Steigung -40dB/Dekade	Phase -180° (siehe Punkt 9)
	Bedingung: $d_i \leq 1$, sonst Polynom mit 2 reellen Nullstellen	
	Bedingung: $d_i \leq 1$, sonst Polynom mit 2 reellen Polstellen	



PHASENGANG

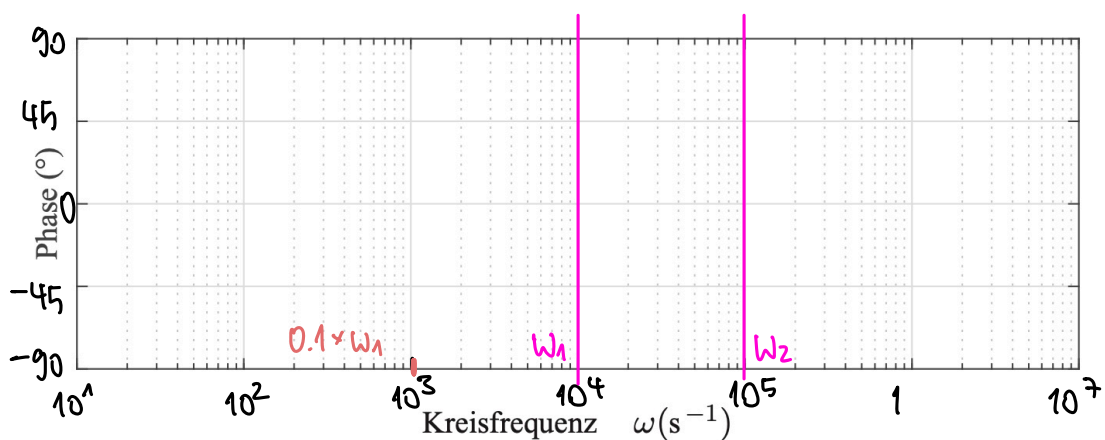
⑤ $\varphi(\omega=0)$ bestimmen. $\omega=0$ bis $\omega=0.1\omega_1$ ist es immer eine Waagrechte

Startfrequenz ω_1 nach links:

$$\varphi(0) = \begin{cases} r \cdot 90^\circ & \text{falls } K_0 F_{ges}^*(0) > 0 \\ -180^\circ + r \cdot 90^\circ & \text{falls } K_0 F_{ges}^*(0) < 0 \end{cases}$$

da $K_0 F_{ges}^*(s) =$

→ waagrechte Gerade bei $\varphi =$ bis $\omega = \omega_1$ zeichnen



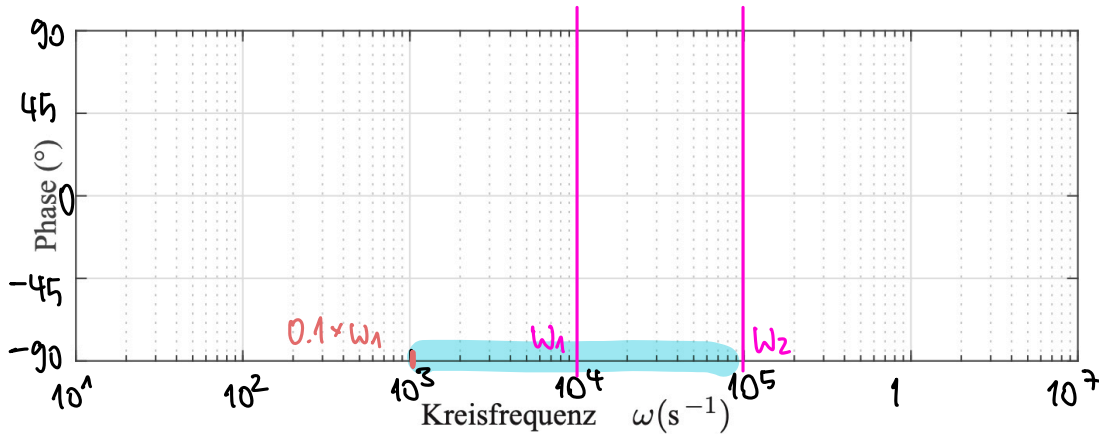
⑥ Beiträge der einzelnen Grundbausteine bestimmen und & bis zur nächsten Eckfrequenz einzeichnen
 repeat $\forall \omega_i$

1. Eckfrequenz $\omega = \omega_1$:

Wir haben den Grundbaustein

Teilsysteme $F_i(j\omega)$ in Standardform		Steigungsänderung $\rightarrow$ ZUSÄTZLICH zur bereits vorhandenen Steigung/Phase!	Phasenänderung
(*)	$F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,i}$	Steigung +20dB/Dekade	Phase +90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$)
	$F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T_{p,i}}$	Steigung -20dB/Dekade	Phase -90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$) !!
	$F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{n,i}^2$	Steigung +40dB/Dekade Bedingung: $d_i \leq 1$, sonst Polynom mit 2 reellen Nullstellen	Phase +180° (siehe Punkt 9)
	$F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + 2d_i T_{p,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{p,i}^2}$	Steigung -40dB/Dekade Bedingung: $d_i \leq 1$, sonst Polynom mit 2 reellen Polstellen	Phase -180° (siehe Punkt 9)

$\Rightarrow$ Phase zwischen $0.1\omega_1$ & $10\omega_1$

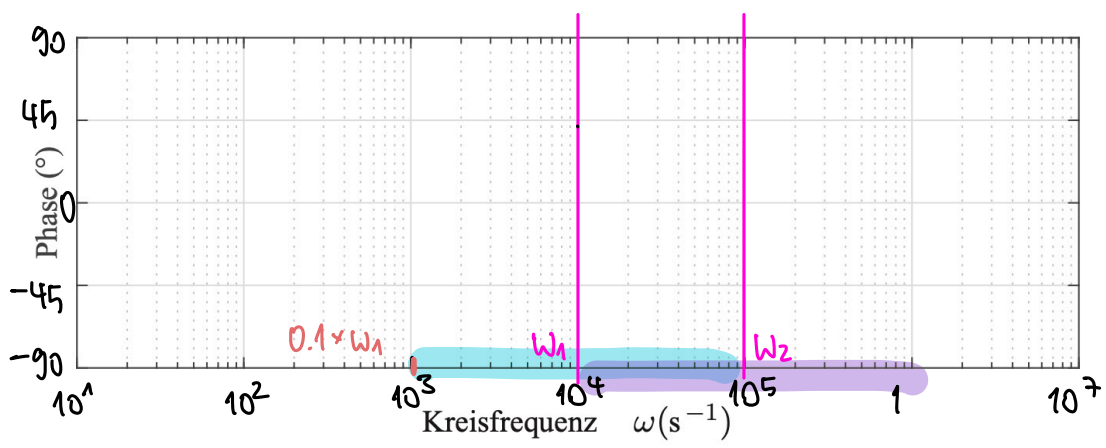


2. Eckfrequenz $\omega = \omega_2$:

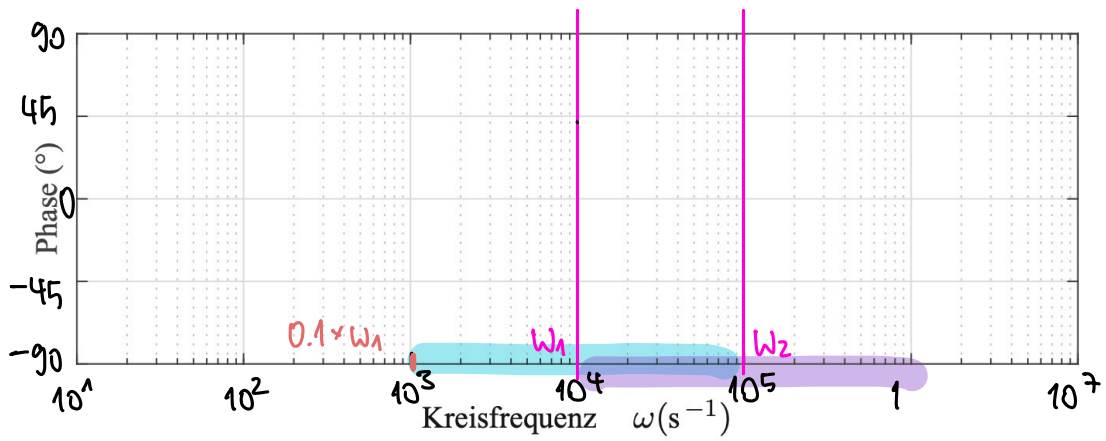
Wir haben den Grundbaustein

Teilsysteme $F_i(j\omega)$ in Standardform		Steigungsänderung $\rightarrow$ ZUSÄTZLICH zur bereits vorhandenen Steigung/Phase!	Phasenänderung
(*)	$F_i(j\omega) = 1 + j\omega T_{n,i}$	Steigung +20dB/Dekade	Phase +90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$)
	$F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T_{p,i}}$	Steigung -20dB/Dekade	Phase -90° (zwischen $0.1\omega_i$ & $10\omega_i$) !!
	$F_i(j\omega) = 1 + 2d_i T_{n,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{n,i}^2$	Steigung +40dB/Dekade Bedingung: $d_i \leq 1$, sonst Polynom mit 2 reellen Nullstellen	Phase +180° (siehe Punkt 9)
	$F_i(j\omega) = \frac{1}{1 + 2d_i T_{p,i}(j\omega) + (j\omega)^2 T_{p,i}^2}$	Steigung -40dB/Dekade Bedingung: $d_i \leq 1$, sonst Polynom mit 2 reellen Polstellen	Phase -180° (siehe Punkt 9)

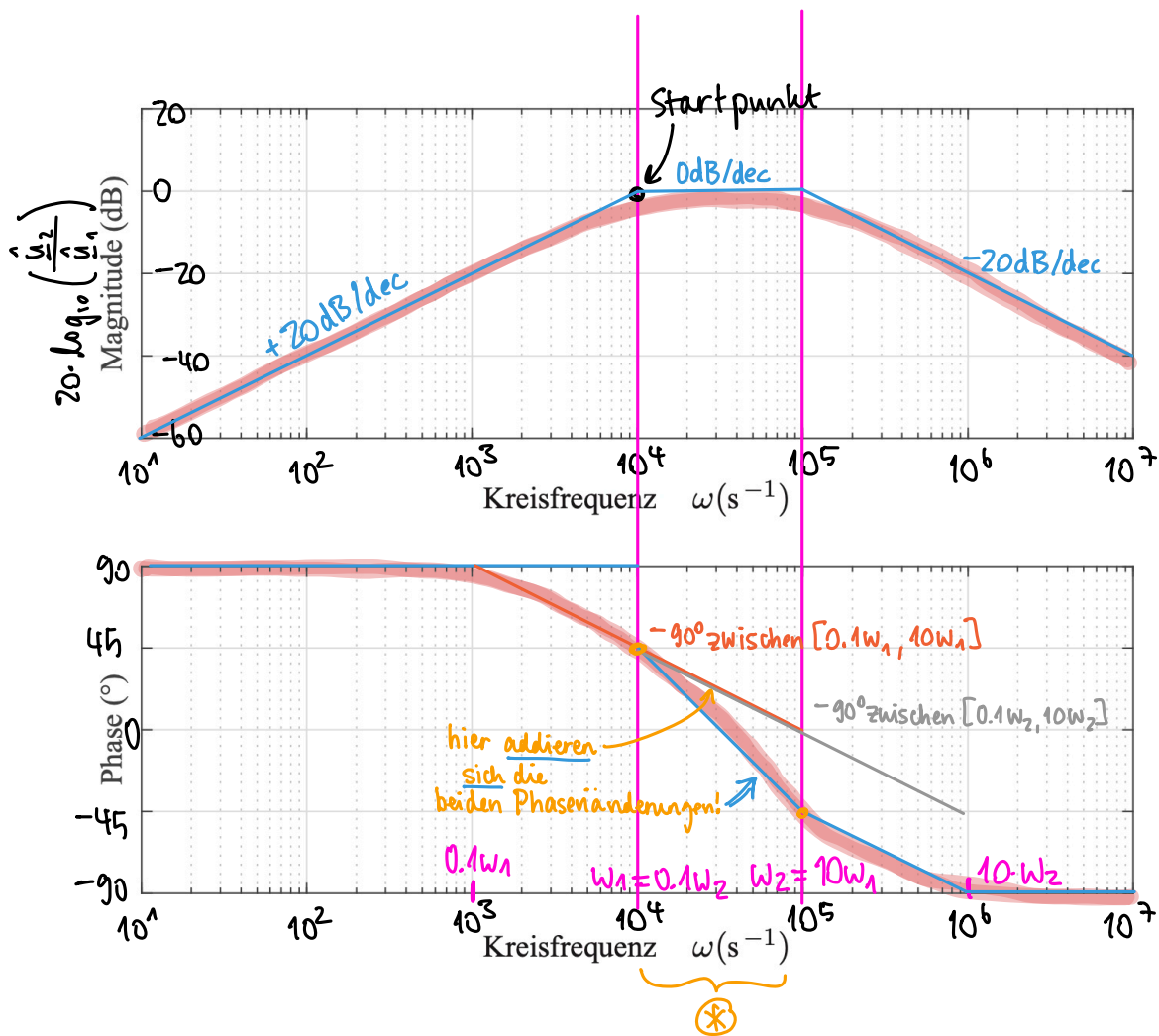
$\Rightarrow$ Phase zwischen $0.1\omega_2$ & $10\omega_2$



Schlussendlich haben wir also für den Phasengang:



Und insgesamt (beide Plots):



⚠ Arbeitet unbedingt mit der Zusammenfassung, wenn ihr Bodeplots zeichnet !!