NETZWERKE UND SCHALTUNGEN 2

ÜBUNG 01

23.02.2024 - LINA DE WINDT

Alle Unterlagen auf n.ethz.ch/~ldewindt

Themen von heute:

1. Organisatorisches
2. Recap der Theorie von dieser Woche
   - 2.1 Grundbegriffe Wechselgrössen
   - 2.2 Grundlagen Zeigerdiagramm
3. Beispielaufgaben
4. Vorbesprechung der Serie 1

1. Organisatorisches

Über mich:

Name: Lina De Windt

Kontakt: ldewindt@ethz.ch

Studium: ITET 8. Semester

Hobbies: Tanzen, Yoga, Swissloop

Übungsplan

Übungsstunde (Freitag 10-12 Uhr):

1. **Zusammenfassung der relevanten Theorie**
2. **Beispielaufgaben**
3. **Zeit für individuelle Fragen/individuelles Arbeiten**

Die Übungsaufgaben können in Moodle abgegeben werden

Der Übungsplan kann im Moodle angesehen werden

Prüfung

Zweigeteilte Prüfung:

- **Aufgaben wie in den Übungsserien**
  - **Zusätzliches Übungsmaterial auf Moodle**
- **Multiple-Choice Aufgaben**
  - **Zu jeder Übungsserie ein Multiple-Choice Quiz auf Moodle**
  - **Empfehlung: Multiple-Choice Quiz während dem Semester schon lösen und Fragen in der Übungsstunde und der Präsenzstunde stellen!**
- **Erlaubte Taschenrechner** → investiert in einen guten TR !!
  - **https://www.hpe.ee.ethz.ch/en/hpe/education/courses/netzwerke-schaltungen-ii.html**
- **Nur die offizielle Zusammenfassung ist erlaubt**
  - **Daher am besten schon jetzt verwenden!**
  - **Änderungsvorschläge können per Email gestellt werden**
  - **Updates sind während dem Semester möglich**

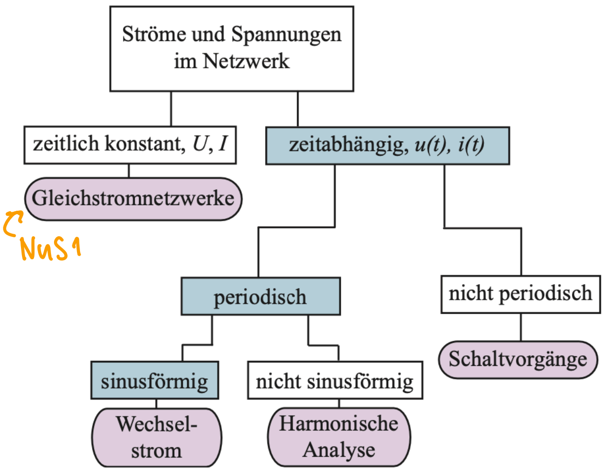
Simulationen

- **Die Aufgaben sind in Moodle als Simulationsmodele verfügbar**
- **Auf Moodle ist Lizenz für PLECS-Simulationssoftware verfügbar**
- **Simulationsaufgaben nicht Teil der Übungen und nicht klausurrelevant**

plecs

Um was geht es in NuS2 in a Nutshell?

=> Netzwerke & Schaltungen berechnen ;)



bzw. wir werden verschiedene Methoden & Techniken lernen um Berechnungen von komplexen Netzwerken mit Wechselgrössen machen zu können.

z.B.

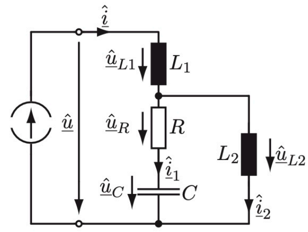


Abbildung 1: Netzwerk mit Sinusstromquelle

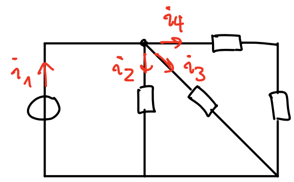
$\hat{u}_C$?

$u_C(t)$?

Superwichtiges aus NuS1:

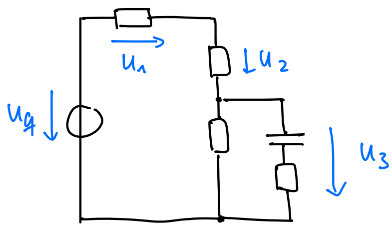
- Die 2 Kirchhoff'schen Regeln:

Knotenregel: Die Summe aller Ströme an einem Knoten ist gleich Null.



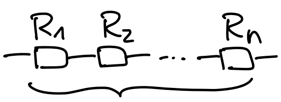
$i_1 - i_2 - i_3 - i_4 = 0$

Maschenregel: Die Summe der Spannungen in einer Masche ist gleich Null.



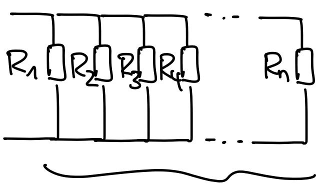
$u_4 - u_1 - u_2 - u_3 = 0$

- Widerstand: In Serie:



$R_{tot} = \sum_i R_i$

Parallel:



$\frac{1}{R_{tot}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$

=> gleich für Induktivitäten.

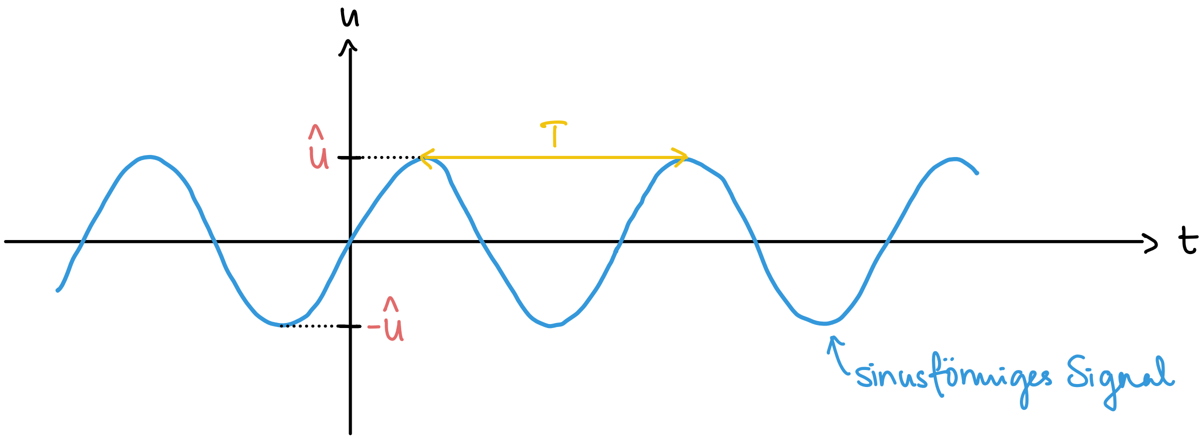
=> "umgekehrt" für Kapazitäten:

Serie: $\frac{1}{C_{tot}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

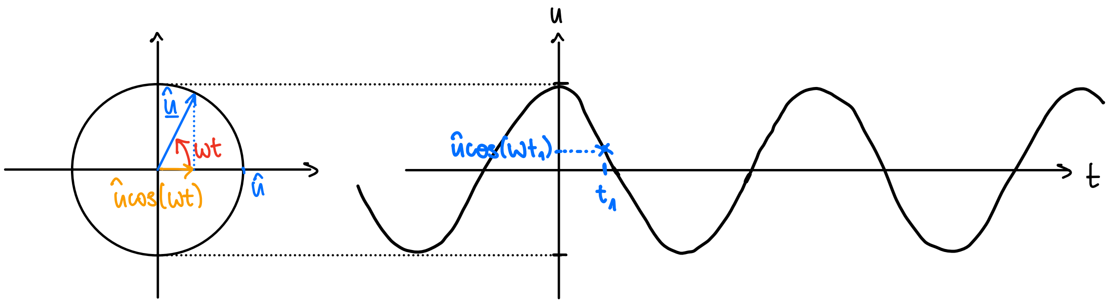
Parallel: $C_{tot} = \sum_i C_i$

2. Recap der Theorie aus der Vorlesung

2.1 Grundbegriffe Wechselgrössen:

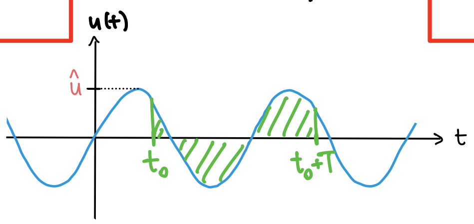


- $\hat{u}$: Spitzenwert / Scheitelwert (Maximalwert des Signals)
- T : Periodendauer. Periodische Signale sind dadurch gekennzeichnet, dass sich die Art der Änderung periodisch in einem festen Zeitabstand, die Periodendauer T, wiederholt.
- $f = \frac{1}{T}$: die Frequenz ("Wie schnell schwingt es")
- $\omega = 2\pi f$: Kreisfrequenz / Winkelgeschwindigkeit



- **Mittelwert:** über eine Periode integrieren

$$\boxed{\bar{u} = \frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t=t_0+T} u(t)\,dt}$$ bzw. $$\boxed{\bar{i} = \frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t=t_0+T} i(t)\,dt}$$



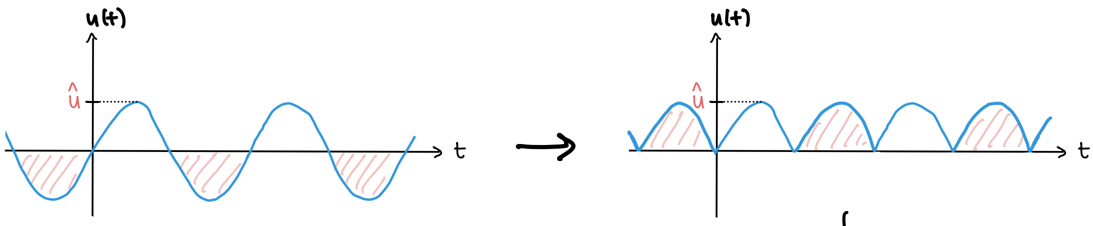
↳ Mittelwert = 0 ⇒ reines Wechselstrom bzw. -spannung
→ Wechselgrösse.

↳ Mittelwert ≠ 0 ⇒ Mischgrösse (Gleichgrösse + Wechselgrösse)

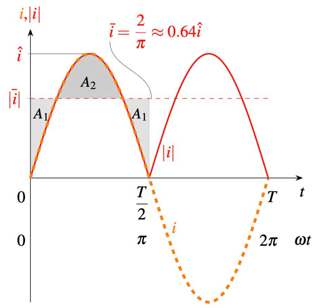
- Gleichrichtwert = zeitlicher Mittelwert des Betrags der Wechselgrösse.

$$\boxed{|\bar{u}| = \frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t=t_0+T} |u(t)|\,dt} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{|\bar{i}| = \frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t=t_0+T} |i(t)|\,dt}$$

integral über eine Periode



Mittelwert davon



- Effektivwert

$$\boxed{U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t=t_0+T} u(t)^2\,dt}} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t=t_0+T} i(t)^2\,dt}}$$

Sehr wichtige Grösse !

Beschreibt die mittleren Verluste, die eine zeitabhängige Grösse in einem Widerstand hervorruft.

Definition: Erzeugt ein periodisch zeitabhängiger Strom in einem Widerstand im Mittel die gleiche Wärmeleistung / Verluste wie ein Gleichstrom, so ist der Effektivwert des Stromes gleich dem Wert dieses Gleichstromes

d.h. Ist über die mittlere Leistung definiert !

d.h. Bei der Berechnung der mittleren Leistung verwendet man den Effektivwert !

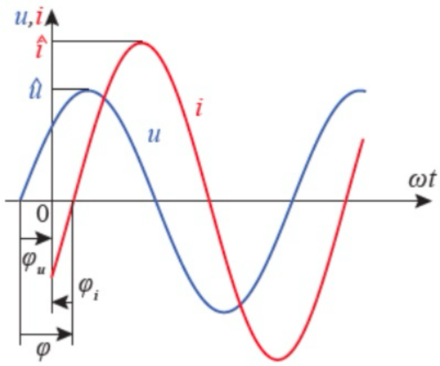
$$\boxed{\bar{P} = \frac{U^2}{R_L} = \frac{\hat{u}^2}{2R_L}} \quad \text{mit} \quad \hat{u} = \sqrt{2}\cdot U \quad , \text{ da} \ldots$$

... Für ein sinusförmiges Signal:

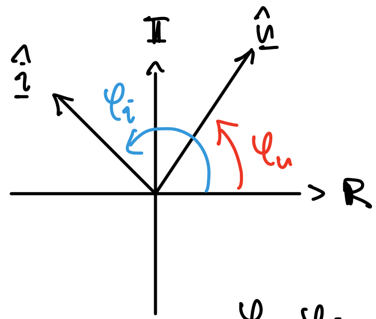
$$\boxed{I_{eff} \; (= I) = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{U_{eff} \; (= U) = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}}$$

↳ sehr wichtig für uns, da wir allermeistens sinusförmige Signale haben werden.

- **Phasenverschiebung:**



Im Zeigerdiagramm:



φ_u, φ_i .. Phase

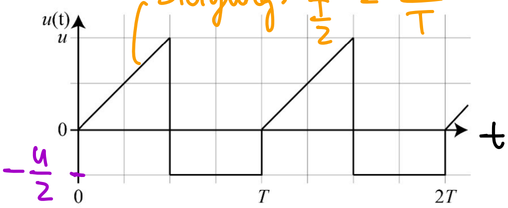
- **Überblick der Grössen:** (Analog für Strom i !)

$u(t)$	Zeitsignal	$u(t) = \mathrm{Re}\{\hat{\underline{u}} e^{j\omega t} e^{j\varphi_u}\} = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_u)$
$\hat{u}$	Spitzenwert	Max. von Signal
$\bar{u}$	Mittelwert	$\bar{u} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u(t)\,dt$
$\lvert\bar{u}\rvert$	Gleichrichtwert	$\lvert\bar{u}\rvert = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \lvert u(t)\rvert\,dt$
U	Effektivwert	$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t=t_0+T} u(t)^2\,dt}$ sinusförmig: $U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$
$\hat{\underline{u}}$	Komplexer Zeiger	$\hat{\underline{u}} = \hat{u} e^{j\varphi_u}$

Bestimmen Sie für die gezeigte Spannung

- Mittelwert ū
- Gleichrichtwert |ū|
- Effektivwert U
- Spitze-Spitze-Wert u_{ss}

Steigung: $\frac{u}{\frac{T}{2}} = \frac{2u}{T}$



1. Schritt: Spannungsform definieren:

$$u(t) = \begin{cases} \frac{2u}{T} t &, t \in (0, \frac{T}{2}) \\ -\frac{u}{2} &, t \in [\frac{T}{2}, T] \end{cases}$$

Mittelwert ū:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t)\,dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)\,dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{2u}{T} t\,dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} -\frac{u}{2}\,dt \right) =$$

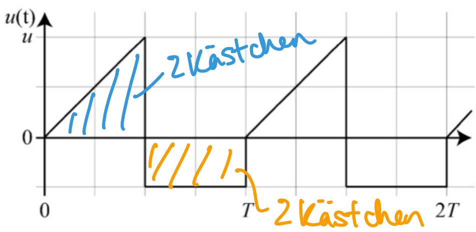
$$= \frac{1}{T} \left(\left[\frac{2u}{T} \frac{1}{2} t^2 \right]_0^{\frac{T}{2}} - \left[\frac{u}{2} t \right]_{\frac{T}{2}}^{T} \right) =$$

$$= \frac{1}{T} \left(\frac{2u}{T} \frac{1}{2} \left(\frac{T}{2}\right)^2 - \frac{u}{2} T + \frac{u}{2} \cdot \frac{T}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{T} \left(\frac{\cancel{2}u}{T} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{T^2}{4} - \frac{u}{2} T + \frac{u}{4} T \right) =$$

$$= \frac{1}{T} \left(\frac{u}{4} T - \frac{u}{2} T + \frac{u}{4} T \right) = 0$$

=> Hätte man auch grafisch lösen können:



$2 - 2 = 0$

$$u(t) = \begin{cases} \frac{2u}{T} t, & t \in \left(0, \frac{T}{2}\right) \\ -\frac{u}{2}, & t \in \left[\frac{T}{2}, T\right] \end{cases}$$

Gleichrichtwert:

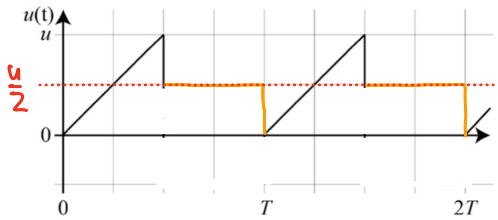
$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |u(t)|\, dt = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)|\, dt$$

$$= \frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{2u}{T} t\, dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} \frac{u}{2}\, dt \right) =$$

$$= \frac{1}{T} \left(\left[\frac{2u}{T} \frac{1}{2} t^2 \right]_0^{\frac{T}{2}} + \left[\frac{u}{2} t \right]_{\frac{T}{2}}^{T} \right) =$$

$$= \frac{1}{T} \left(\frac{u}{4} T + \frac{u}{2} T - \frac{u}{4} T \right) =$$

$$= \frac{1}{T} \cdot \frac{u}{2} T = \frac{u}{2}$$



Effektivwert U:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u^2(t)\, dt}$$

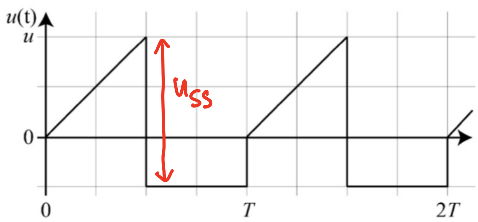
$$= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t)\, dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{4u^2}{T^2} t^2\, dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} \frac{u^2}{4}\, dt \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \left(\left[\frac{4u^2}{T^2} \cdot \frac{1}{3} t^3 \right]_0^{\frac{T}{2}} + \left[\frac{u^2}{4} t \right]_{\frac{T}{2}}^{T} \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \left(\frac{4u^2}{3T^2} \cdot \frac{T^3}{8} + \frac{u^2}{4} T - \frac{u^2}{8} T \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \left(\frac{u^2}{6} T + \frac{u^2}{4} T - \frac{u^2}{8} T \right)} = \sqrt{\frac{7}{24}}\, u$$

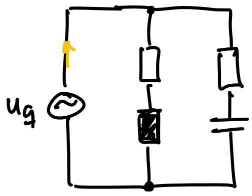
Spitze-Spitze Wert $u_{ss} = 1.5 u$



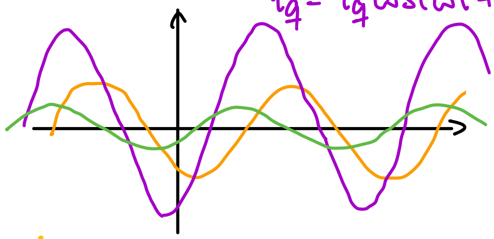
2.2 Grundlagen Zeigerdiagramm

Grundidee:

Zeitsignal



$i_q = \hat{i}_q \cos(\omega t + \varphi_i)$



↳ kompliziert, Trigonometrische Regeln mühsam!

erweitern in

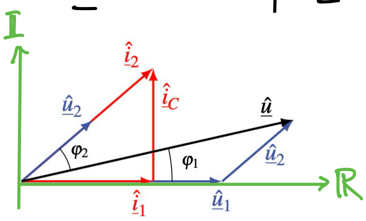
Zeigerdiagramm

→ betrachten NW im stationären Zustand.

Verbindung zu vorher: $i(t) = \mathrm{Re}\{\hat{i} e^{j\varphi} e^{j\omega t}\}$

↳ Zeit ist "fixiert" (Zeitabhängiger Teil beschreibt nur die Rotation des Zeigers ⇒ weglassen)

$\underline{\hat{u}} = \hat{u} e^{j\varphi_u}$; $\underline{\hat{i}} = \hat{i} e^{j\varphi_i}$

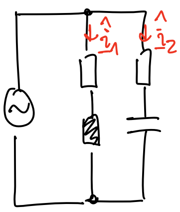


⇒ Vektoralgebra ✓

⇒ Sind im komplexen Raum!

komplexe Wechselstromrechnung

→ NW komplett mit Zeigern analysieren.



gesuchte Grössen mit komplexe Wechselstromrechnung (d.h. mit den Zeigern) berechnen (einfacher! :))

nächste Woche genauer :)

Rücktransformation

Am Schluss kann man rücktransformieren, um die dazugehörigen Zeitsignale zu erhalten: $u(t) = \mathrm{Re}\{\underline{\hat{u}}'\} = \mathrm{Re}\{\hat{u} e^{j\varphi} e^{j\omega t}\} = |\underline{\hat{u}}| \cos(\omega t + \arg(\underline{\hat{u}}))$

Diese Woche: Zeiger & Zeigerdiagramm verstehen.

Komplexe Zahlen

in NuS2: Unterstrich $(\underline{u}, \underline{i}, \dots)$ bedeutet komplexe Zahl (bzw. Zeiger)!

Imaginäre Zahl: j (in MATH i, in ITET j) $\boxed{j^2 = -1}$

Eine komplexe Zahl: $\underline{z} = x + jy$ (kartesisch bzw. Normalform)

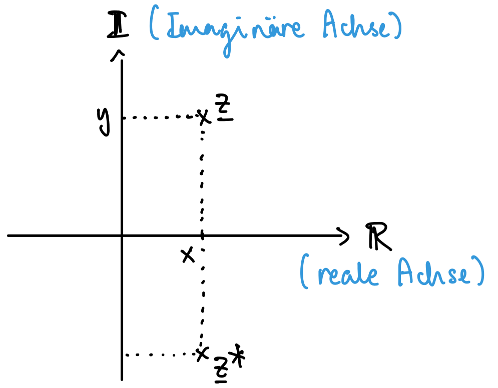
Dessen Konjugierte: $\underline{z}^* = x - jy$

Dessen Realteil: $\mathrm{Re}\{\underline{z}\} = x$

Dessen Imaginärteil: $\mathrm{Im}\{\underline{z}\} = y$

Dessen Betrag: $|\underline{z}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

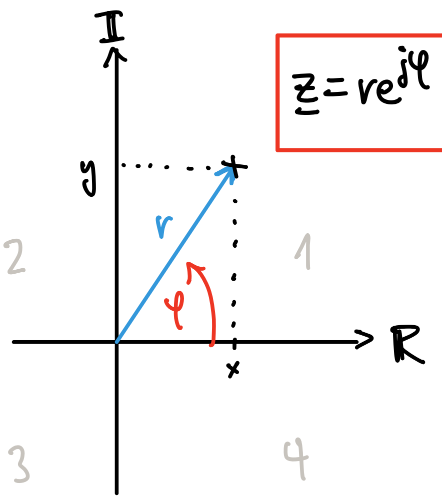
Komplexer Raum:



Eigenschaften:

- $\underline{z}_1 \pm \underline{z}_2 = \mathrm{Re}\{\underline{z}_1\} \pm \mathrm{Re}\{\underline{z}_2\} + j\left(\mathrm{Im}\{\underline{z}_1\} \pm \mathrm{Im}\{\underline{z}_2\}\right)$
- $|\underline{z}|^2 = \underline{z}^* \cdot \underline{z}$
- $\mathrm{Re}\{\underline{z}\} = \frac{1}{2}(\underline{z} + \underline{z}^*)$
- $\mathrm{Im}\{\underline{z}\} = \frac{1}{2j}(\underline{z} - \underline{z}^*)$
- $|\underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2| = |\underline{z}_1| \cdot |\underline{z}_2|$
- $|\underline{z}_1 + \underline{z}_2| \leq |\underline{z}_1| + |\underline{z}_2|$
- $(\underline{z}_1 + \underline{z}_2)^* = \underline{z}_1^* + \underline{z}_2^*$
- $(\underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2)^* = \underline{z}_1^* \cdot \underline{z}_2^*$

Die Polardarstellung



$$\boxed{\underline{z} = re^{j\varphi} = r(\cos(\varphi) + j\sin(\varphi))}$$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\varphi = \mathrm{Arg}(\underline{z}) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \Phi\pi$

$$\Phi := \begin{cases} 1 & \text{in 2. Quadranten} \\ -1 & \text{in 3. Quadranten} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Eigenschaften:

$\underline{z}^* = (e^{j\varphi})^* = e^{-j\varphi}$

$e^{2\pi j} = 1 = e^{-2\pi j}$, $e^{\pi j} = -1$

$|e^{\underline{z}}| = e^{\mathrm{Re}\{\underline{z}\}}$

$(e^{\underline{z}})^* = e^{\underline{z}^*}$

$\cos(\varphi) = \frac{1}{2}(e^{j\varphi} + e^{-j\varphi})$

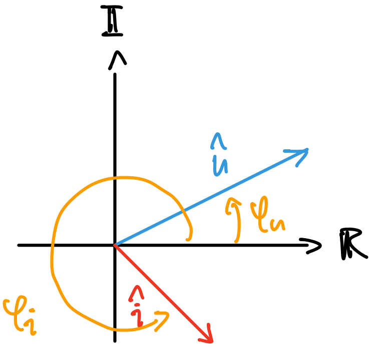
$\sin(\varphi) = \frac{1}{2j}(e^{j\varphi} - e^{-j\varphi})$

Umwandlung ins kartesische: $x = \mathrm{Re}\{\underline{z}\} = r \cdot \cos(\varphi)$

$y = \mathrm{Im}\{\underline{z}\} = r \cdot \sin(\varphi)$

Das verwenden wir in NuS2 für unsere Zeigerdiagramme & komplexe Wechselstromberechnung.

"Zeiger" sind nichts anderes als ein Vektor im komplexen Raum (bzw. eine komplexe Zahl)

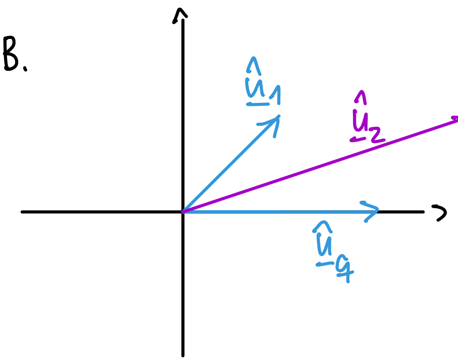


$\underline{\hat{u}} = \hat{u}e^{j\varphi_u}$

$\underline{\hat{i}} = \hat{i}e^{j\varphi_i}$

Zeigerdiagramme sind Diagramme von Strom- & Spannungszeiger eines NW in einem stationären Zustand (d.h. t fix! meistens t=0).

z.B.



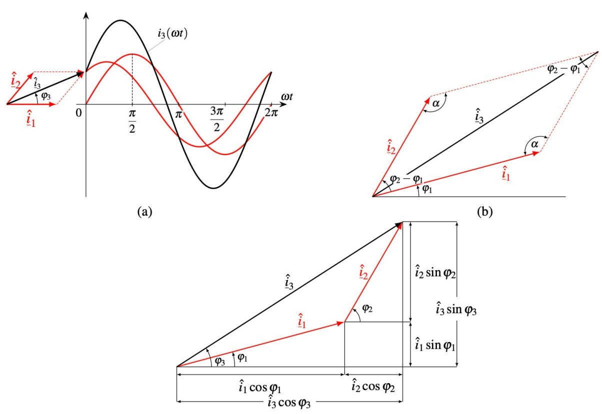
$\underline{\hat{u}}_q = 4Ve^{j0°}$, $\underline{\hat{u}}_1 = 2\sqrt{2}Ve^{j45°}$

$\underline{\hat{u}}_2 = \underline{\hat{u}}_q + \underline{\hat{u}}_1$

Man zeichnet dann alle Spannungen & Ströme (bzw. die in der Aufgabe gefragt sind) in das Zeigerdiagramm ein. Dabei darf man die Zeiger wie Vektoren graphisch addieren / subtrahieren / multiplizieren!

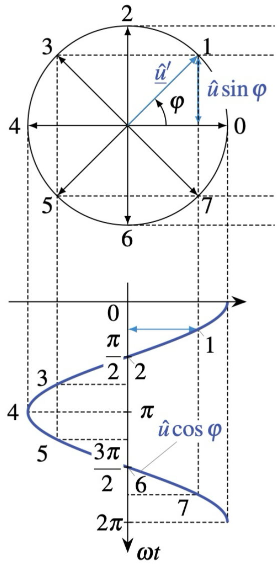
Mit dieser Methode können wir auch für komplexe NWe mit einer Wechselstrom / -spannungsquelle ziemlich einfach gesuchte Ströme / Spannungen berechnen! :)

⚠ aufpassen, dass ihr den Taschenrechner richtig einstellt! (sollte DEG sein bei Zeigerdiagramme zeichnen!)



(a) (b) (c)

=> Übungsaufgaben 2, 3 & 4 !



In a Nutshell:

Sinusförmiges Signal: $u(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi)$

↓

Zugehöriger rotierender Zeiger: $\underline{\hat{u}}' = \hat{u}e^{j\varphi}\underbrace{e^{j\omega t}}_{\text{zeitabhängiger Term}}$

↓

Zugehöriger (statischer) Zeiger: $\underline{\hat{u}} = \hat{u}e^{j\varphi}$

Mit dem kann man komplexe WS-Berechnungen machen:

Figure 1.19: a) Beispielnetzwerk für die Konstruktion eines Zeigerdiagramms. b) Resultierendes Zeigerdiagramm.

↓

Am Schluss kann man rücktransformieren, um die dazugehörigen Zeitsignale zu erhalten:

$$u(t) = \mathrm{Re}\{\underline{\hat{u}}'\} = \mathrm{Re}\{\hat{u}e^{j\varphi}e^{j\omega t}\} = \underbrace{|\underline{\hat{u}}|}_{\text{Amplitude von Zeiger}}\cos(\omega t + \underbrace{\arg(\underline{\hat{u}})}_{\text{phase von Zeiger}})$$

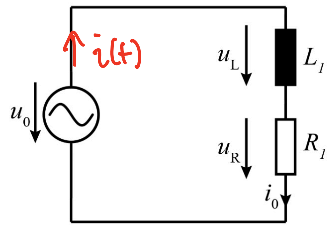
cos, da der Realteil des Zeigers unser reales Signal ist! Sin-Teil ist nur imaginär (wir haben es "konstruiert" um komplexe Wechselstromberechnung zu ermöglichen!)

Beispielaufgabe 2

Gegeben:

$i(t) = \hat{\imath}\cos(\omega t)$, $\hat{\imath} = 1A$, $\omega = 1000Hz$, $R = 2\Omega$, $L = 1mH$

1) • Berechnen Sie im Zeitbereich $u_R(t)$ und $u_L(t)$
2) • Zeichnen Sie $\underline{\hat{u}}_L$, $\underline{\hat{u}}_R$ und $\underline{\hat{\imath}}$
3) • Zeichnen Sie $\underline{\hat{u}}_0$
4) • Ermitteln Sie $u_o(t = 0s)$ und $i(t = 0s)$
5) • Ermitteln Sie $u_o(t = {}^T/_8)$ und $i(t = {}^T/_8)$

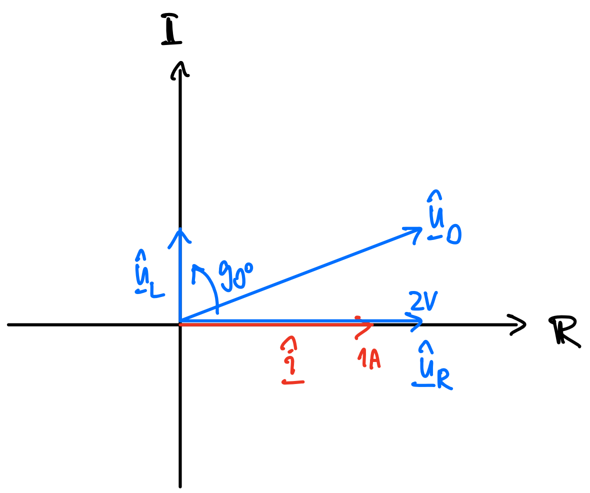


1) $u_R(t) = R \cdot i(t) = R \cdot \hat{\imath}\cos(\omega t) = \underline{\underline{2V\cos(\omega t)}}$

$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt}(\hat{\imath}\cos(\omega t)) = -\omega L\hat{\imath}\sin(\omega t) = \omega L\hat{\imath}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) =$

$= \underline{\underline{1V\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})}}$

2)

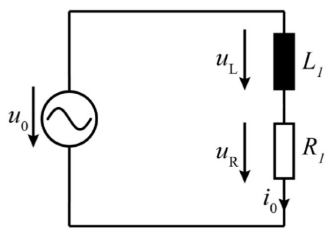


$\underline{\hat{\imath}} = \hat{\imath}e^{j\varphi_i} = \hat{\imath} = 1A$

$\underline{\hat{u}}_R = \hat{u}_R e^{j\varphi_{uR}} = \hat{u}_R = 2V$

$\underline{\hat{u}}_L = \hat{u}_L e^{j\varphi_{uL}} = \hat{u}_L e^{j90°} = 1Ve^{j90°}$

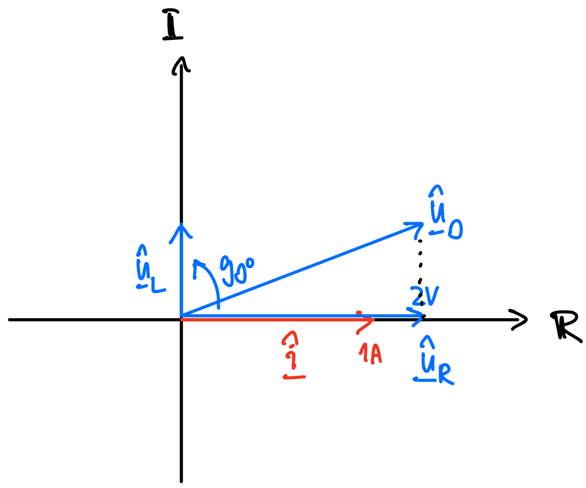
3)



Maschenregel: $\underline{\hat{u}}_0 = \underline{\hat{u}}_L + \underline{\hat{u}}_R$

=> Vektoraddition

4) $u_0(t=0s)$ & $i(t=0s)$ = Projektion von $\hat{u}_0$ und $\hat{i}$ auf die reale Achse!

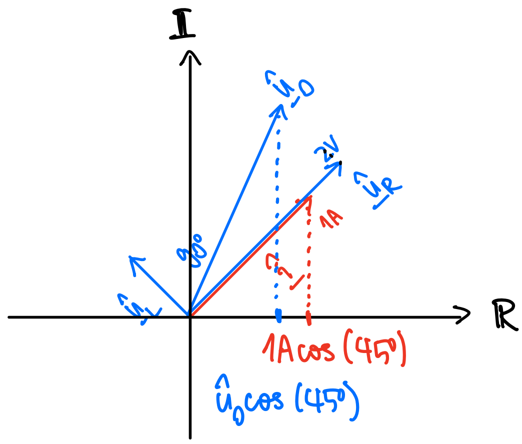


$u_0(t=0s) = \underline{\underline{2V}}$

$i(t=0s) = \underline{\underline{1A}}$

5) $u_0(t=\frac{T}{8})$ & $i(t=\frac{T}{8})$ = Projektion von $\hat{u}_0$ und $\hat{i}$ auf die reale Achse, <u>nachdem</u> wir die Zeiger um $t=\frac{T}{8}=\frac{\pi}{4}$ gedreht haben!

weil $T \hat{=} 2\pi$ (1 periode = 1 Umdrehung)



$u_0(t=\frac{T}{8}) = \sqrt{5}\,V\cos(45°) = \frac{\sqrt{10}}{2}\,V$ //

$i(t=\frac{T}{8}) = 1A\cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}\,A$ //

Nächste Woche: komplexe Wechselstromrechnung