NETZWERKE UND SCHALTUNGEN 2

ÜBUNG 03

08.03.2024 - LINA DE WINDT

Alle Unterlagen auf n.ethz.ch/~ldewindt

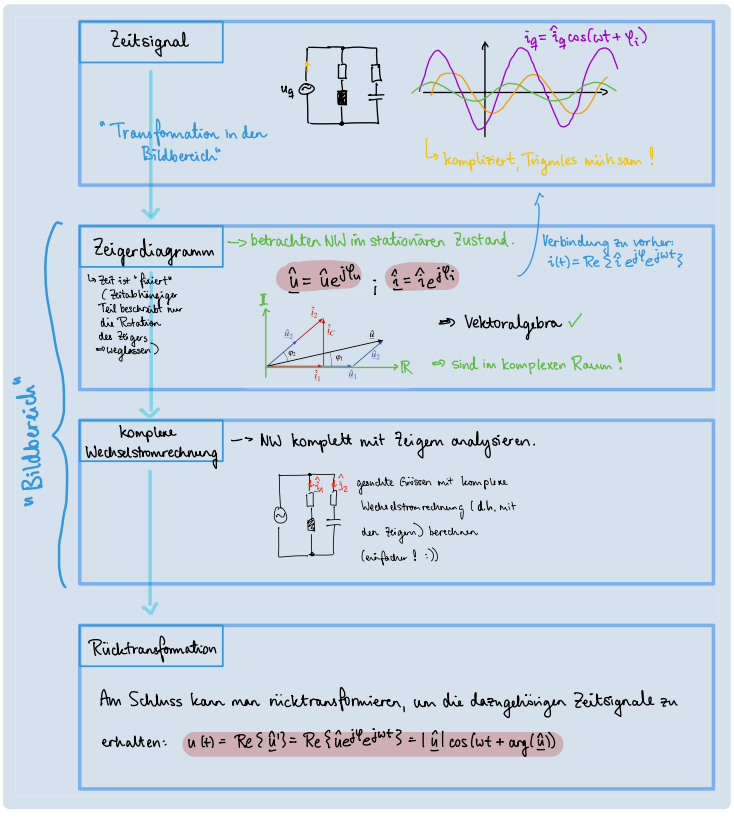
Themen von heute:

1. Recap der Theorie von dieser Woche
   - 1.1 Filter - Grundlagen
   - 1.2 Filter - Wichtige Grössen & Definitionen
   - 1.3 Filtertypen
   - 1.4 Einführung Bodeplots

   } Zusammenfassung: S.6~7

   - 1.5 Resonanzschaltungen (aka. Schwingkreis) → Zusammenfassung: S.8
2. Beispielaufgaben
3. Vorbesprechung der Serie 3

Von letzter Woche:



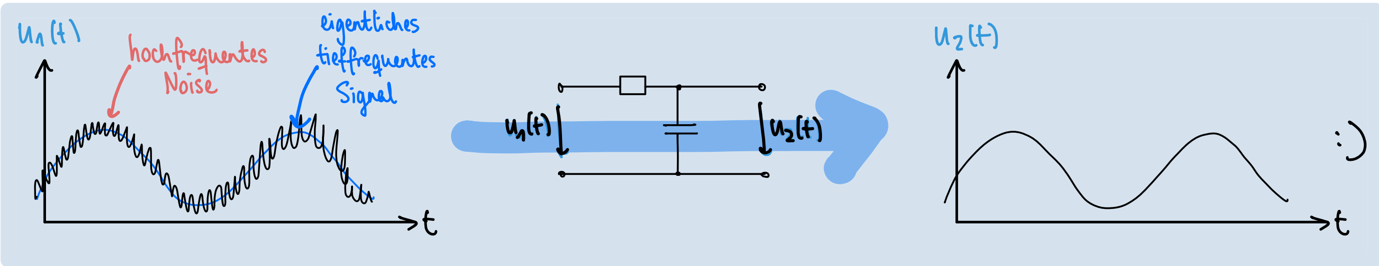
Impedanzen: $\hat{u} = \underline{Z} \cdot \hat{i}$

- R $\rightsquigarrow$ $\underline{Z}_R = R$
- C $\rightsquigarrow$ $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$
- L $\rightsquigarrow$ $\underline{Z}_L = j\omega L$

1.1 Filter – Grundlagen

Filter sind frequenzabhängige Spannungsteiler. Sie werden in NWen verwendet, um ein Signal u(t) abhängig von der Frequenz f in der Amplitude & Phasenlage zu verändern. Durch die Anwendung von Filtern können unerwünschte Signalteile (z.B. hochfrequentes Noise) abgeschwächt oder unterdrückt werden!

z.B.:



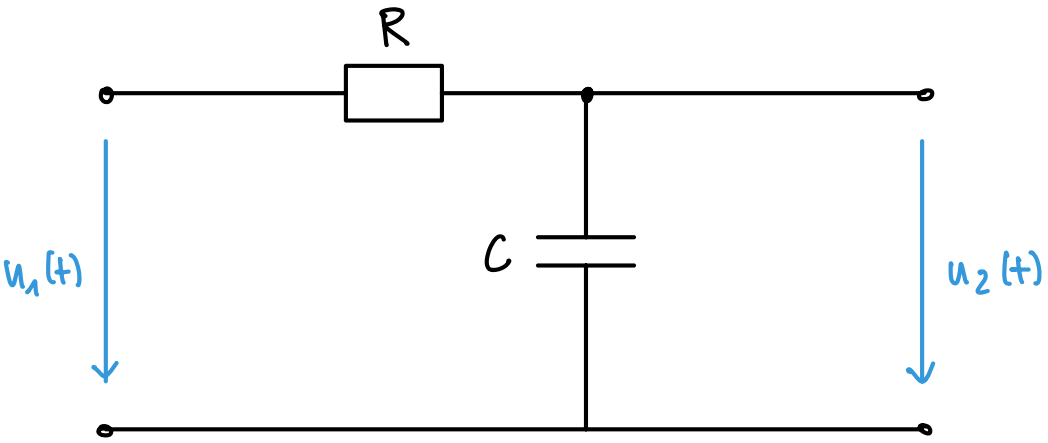
–> das ist natürlich idealisiert, in der Realität ist es nie so clean.

In diesem Beispiel wird das Signal links, der mit Noise gestört wurde, am input eines sogenannten Tiefpasses angelegt und das saubere, von Noise ungestörte Signal wird ausgegeben. Ein Tiefpass ist ein Signalfilter, welcher hochfrequente Signale "blockiert" und tieffrequente Signale grösstenteils ungestört durch lässt. Das hochfrequente Noise wurde hier also herausgefiltert!! :)

Wir werden uns zunächst mit passiven Filtern beschäftigen. Diese bestehen aus Widerstände (–□–) Spulen (–▬– OR –ᵐ–) und/oder Kondensatoren (–||–)

1.2 Filter - Wichtige Grössen & Definitionen

Lernen wir die wichtigsten Begriffe zur Charakterisierung eines Filters anhand des folgenden Beispiel-Filters (RC-Tiefpass):



$u_1(t)$: Eingangsspannung
$u_2(t)$: Ausgangsspannung

Das Übertragungsverhalten (d.h. output (hier $u_2(t)$) zu einem bestimmten input (hier $u_1(t)$) ist in der NW-Analyse von grossem Interesse! Wir möchten zu jeder Zeit wissen, was der output sein wird, wenn wir ein bestimmtes Signal am Eingang eines bestimmten Filters anlegen. Bei Filtern ist dieses Übertragungsverhalten abhängig von der Frequenz f und wird i.d.R. als das Verhältnis der Ausgangsspannung zur Eingangsspannung dargestellt:

Übertragungsfunktion: $$\underline{F} = \frac{\hat{\underline{u}}_2}{\hat{\underline{u}}_1}$$

Verstärkung (auch: Amplitudengang): $$V_u = \frac{|\hat{\underline{u}}_2|}{|\hat{\underline{u}}_1|}$$

Verstärkung in Dezibel (dB): $$V_{u,dB} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{|\hat{\underline{u}}_2|}{|\hat{\underline{u}}_1|}\right) dB$$

↳ sehr wichtige Einheit im Kontext von Signale & Verstärkung!

Phasenverschiebung: $$\varphi = \varphi_{u_a} - \varphi_{u_e} = \arctan\left(\frac{Im(\underline{F})}{Re(\underline{F})}\right)$$

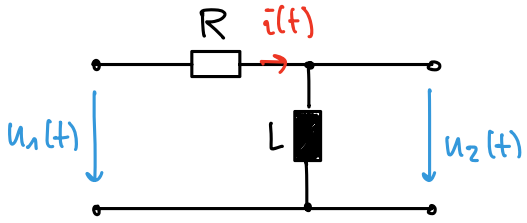
Es ist sehr wichtig, sich die Frequenzverhalten von R, C, L zu merken, da passive Filter aus diesen Komponenten bestehen:

Impedanzen	$\omega \to 0$	$\omega \to \infty$
$\underline{Z}_R = R$	R	R
$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$	∞ (LL)	0 (KS)
$\underline{Z}_L = j\omega L$	0 (KS)	∞ (LL)

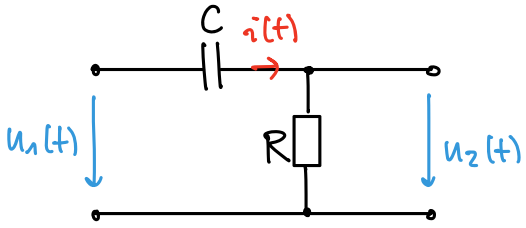
1.3 Filtertypen

Es gibt verschiedene Filter, die je nach Bedürfnisse des Ingenieurs gebraucht werden:

Hochpass: Filter, die Signale mit einer hohen Frequenz übertragen und Signale mit einer tiefen Frequenz sperren. Bspe:

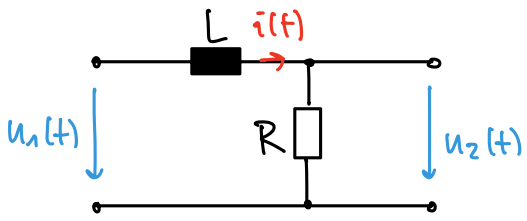


RL-Hochpass 1.Ordnung*

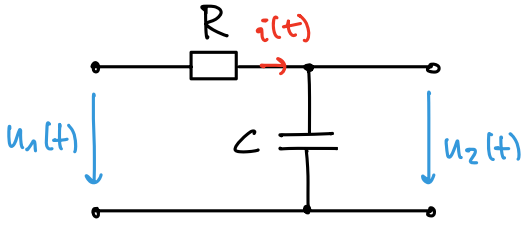


RC-Hochpass 1.Ordnung

Tiefpass: Filter, die Signale mit einer tiefen Frequenz übertragen und Signale mit einer hohen Frequenz sperren. Bspe:



RL-Tiefpass 1.Ordnung



RC-Tiefpass 1.Ordnung

Bandpass: Filter, die Signale mit Frequenzen in einem gewissen Bereich übertragen und Signale mit Frequenzen ausserhalb dieses Bereichs sperren.

(Bandpass = Tiefpass + Hochpass) → mehr dazu in den nächsten Wochen...

*Die Ordnung eines Filters definiert die Steilheit im Übergangsbereich zwischen Durchlass- & Sperrbereich (d.h. wie "klar" & wie "schnell" ist die Grenze zw. durchgelassenen und gesperrten Signalen) → ersichtlich in den Bodeplots.

Je höher die Ordnung eines Filters, desto steiler ist der Übergangsbereich. Sie entspricht der höchsten Ordnung von w in der Übertragungsfunktion. z.B.:

Filter 1: $F_1 = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{wL}{\sqrt{R^2 + (wL)^2}}$ ⇒ 1. Ordnung

Filter 2: $F_2 = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{1}{1 - w^2LC}$ ⇒ 2. Ordnung

1.4 Einführung Bodeplots

→ mehr nächste Woche (how to draw etc.)

Die Übertragungsfunktion $\underline{F}(j\omega) = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} e^{j\varphi_F}$ besteht aus einem

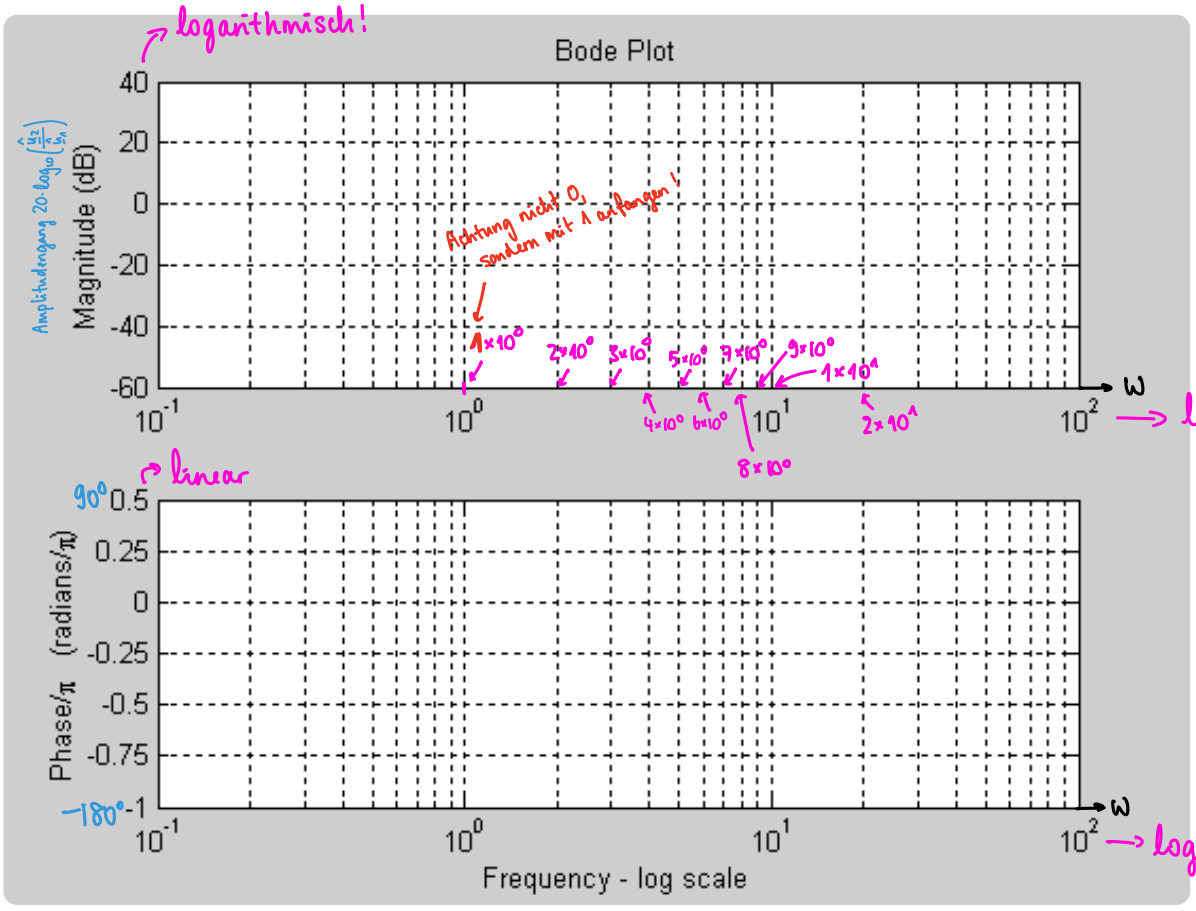
komplexe Zahl — Polarform

Amplitudengang $\frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1}$ und einem **Phasengang** $\varphi_F = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(\underline{F})}{\mathrm{Re}(\underline{F})}\right)$.

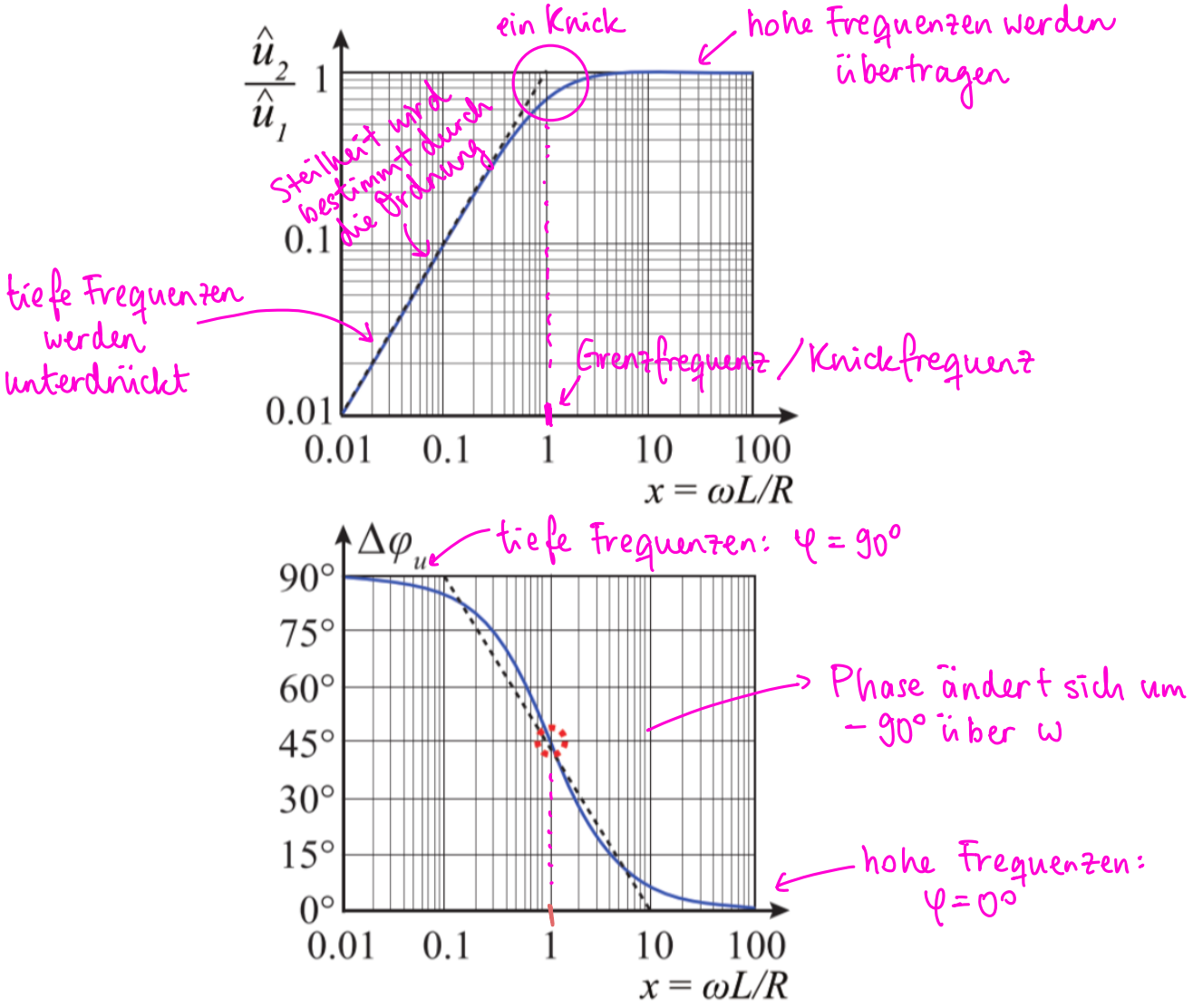
Diese 2 Funktionen sind Frequenzabhängig und werden im Ingenieurwesen auf einen sogenannten Bodeplot geplottet. Der Bodeplot charakterisiert einen Filter komplett! (d.h. wenn ihr z.B. Filter einkäuft schaut ihr euch auch die Bodeplots an um den richtigen Filter zu wählen)

Es ist ein bisschen verwirrend am Anfang, aber ein Bodeplot ist eigentlich ein Set von 2 Plots. Im 1. Plot wird der Amplitudengang und im 2. Plot der Phasengang geplottet. Die x-Achse (bzw. die ω-Achse) ist logarithmisch in beiden Plots (und manchmal nach einer bestimmten Grösse, z.B. τ normiert), und die y-Achse ist beim Amplitudengang logarithmisch, aber beim Phasengang linear:

Bodeplot-Achsen:

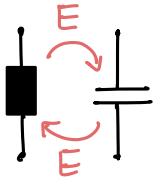


Wir werden Bodeplots nächste Woche genauer besprechen und auch lernen wie man sie zeichnet. Für den Moment ist es wichtig zu verstehen was es darstellt, wie man sie ungefähr liest & zeichnet und lernt sie zu schätzen: sie sind sehr nützlich da man auf ein Blick sehen kann wie ein Filter sich verhält:



➜ Serie 3 A3.3 mit diesem Wissen versuchen, ansonsten mit MuLö arbeiten.

1.5 Resonanzschaltungen (aka. Schwingkreise)



Eine Resonanzschaltung ist ein resonanzfähiges NW, die elektrische Schwingungen ausführen kann. Ein Schwingkreis besteht immer aus einer Induktivität & einem Kondensator (& meistens einem R).

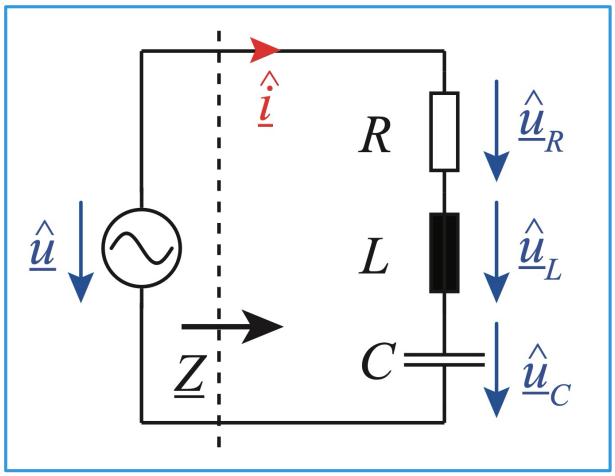
Die Schwingungen (= Energie-übertragungen) finden zw. dem L & C statt.

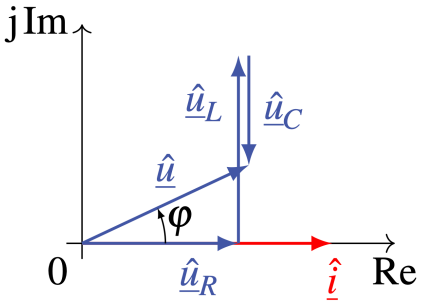
Wenn das Input-Signal dieselbe Frequenz hat wie die Resonanzfrequenz des Schwingkreises (charakteristische Grösse, $f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$) kommt es zu Spannungsüberhöhungen im NW.

Schwingkreise werden z.B. gebraucht, um "kontrollierte Durchschläge" in einem NW zu erzeugen (um z.B. eine Leuchtstoffröhre anzuzünden)

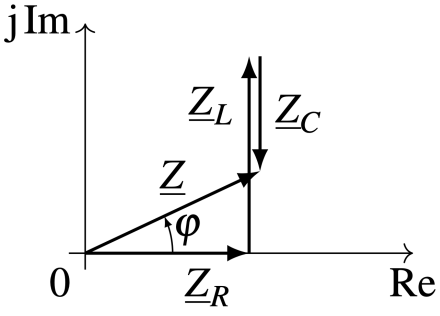
1.5.1 RLC-Serienschwingkreis

(nächste Woche: Parallelschwingkreis)





alle Signale im ZD



Alle Impedanzen im ZD

Impedanz: $\underline{Z} = \underline{Z}_R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$

Bei Resonanz nimmt die Impedanz den minimalen Wert an.

Das Minimum der Impedanz tritt auf, wenn $j\omega_0 L + \frac{1}{j\omega_0 C} = 0$

$$\Leftrightarrow j\omega_0 L = j\frac{1}{\omega_0 C} \quad \Leftrightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} = \text{Resonanzfrequenz}$$

⚠ Bei der Resonanzfrequenz sind $\hat{u}_L$ und $\hat{u}_C$ nicht 0 und können sogar grösser sein als die Eingangsspannung $\hat{u}$! ⇒ Spannungsüberhöhung.

2. Beispielaufgaben

1 Beispielaufgabe - Brückenschaltung

Das in Abb.1 dargestellte Netzwerk wird an eine harmonische Spannungsquelle $\underline{\hat{u}_0} = \hat{u}_o e^{j0}$ mit der Kreisfrequenz ω angeschlossen.

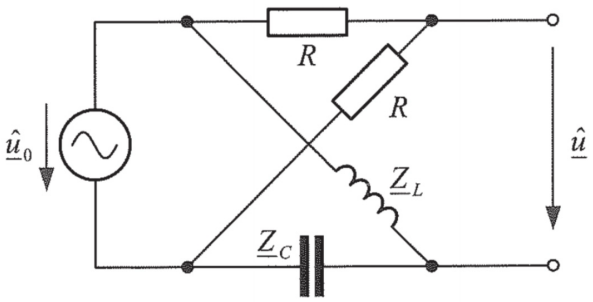
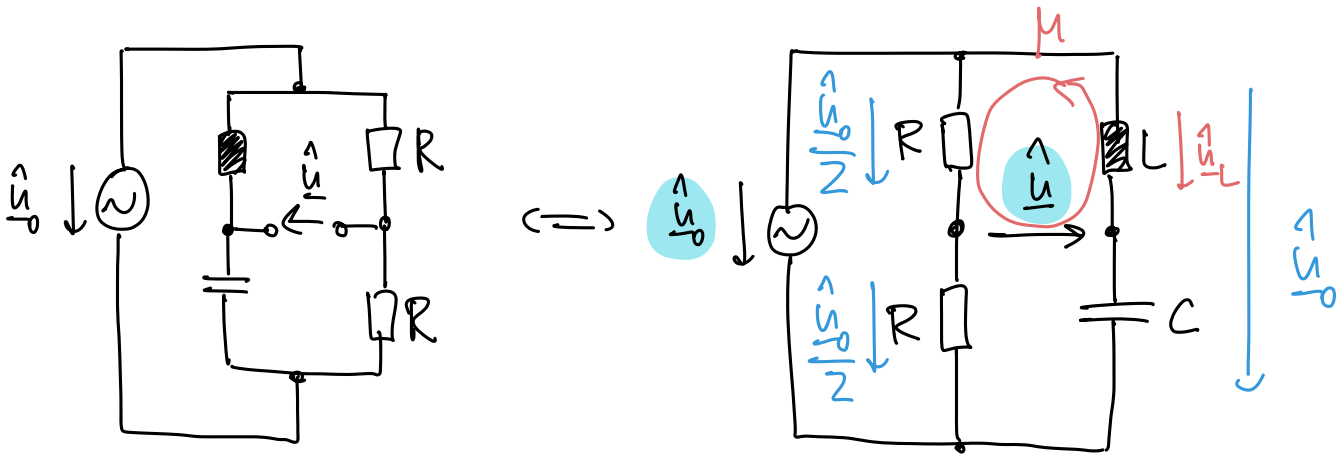


Abbildung 1: Brückenschaltung

1. Berechnen Sie die Spannung $\underline{\hat{u}}$ in Abhängigkeit von der Quellenspannung $\underline{\hat{u}_0}$ und den Netzwerkelementen R, L und C.
2. Welche Werte nimmt die Spannung $\underline{\hat{u}}$ bei $\omega = 0$ und bei $\omega \to \infty$ an?

1. Schritt 1 : NW umzeichnen:



Maschengleichung für Masche M: $\frac{\underline{\hat{u}_0}}{2} + \underline{\hat{u}} - \underline{\hat{u}_L} = 0$

$$\underline{\hat{u}_L} = \underline{\hat{u}_0} \cdot \frac{\underline{Z_L}}{\underline{Z_L} + \underline{Z_C}} = \underline{\hat{u}_0} \cdot \frac{j\omega L}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} = \underline{\hat{u}_0} \cdot \frac{-\omega^2 LC}{1-\omega^2 LC}$$

$$\Rightarrow \underline{\hat{u}} = \underline{\hat{u}_L} - \frac{\underline{\hat{u}_0}}{2} = -\underline{\hat{u}_0} \cdot \frac{\omega^2 LC}{1-\omega^2 LC} - \frac{\underline{\hat{u}_0}}{2} = -\underline{\hat{u}_0} \cdot \left(\frac{\omega^2 LC}{1-\omega^2 LC} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$= -\frac{\hat{u}_0}{2}\cdot\left(\frac{2\omega^2LC+1-\omega^2LC}{1-\omega^2LC}\right) = -\frac{\hat{u}_0}{2}\cdot\left(\frac{1+\omega^2LC}{1-\omega^2LC}\right)$$

2) $\underline{\hat{u}} = -\frac{\hat{u}_0}{2}\cdot\left(\frac{1+\omega^2LC}{1-\omega^2LC}\right)$

@ $\omega=0$: $\underline{\hat{u}} = -\frac{\hat{u}_0}{2}\left(\frac{1+0^2\cdot LC}{1-0^2\cdot LC}\right) = -\frac{\hat{u}_0}{2}$

@ $\omega\to\infty$: $\lim_{\omega\to\infty}\underline{\hat{u}} = \lim_{\omega\to\infty} -\frac{\hat{u}_0}{2}\left(\frac{1+\omega^2LC}{1-\omega^2LC}\right) = \lim_{\omega\to\infty} -\frac{\hat{u}_0}{2}\left(\frac{\omega^2LC}{-\omega^2LC}\right) = \frac{\hat{u}_0}{2}$

($1+\omega^2LC \to \infty$, $1-\omega^2LC \to \infty$)

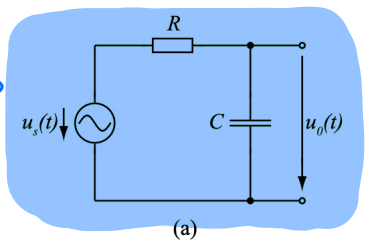
2

→ aus Serie 3

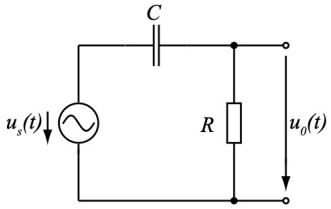
Aufgabe 3 Schaltungen mit einem reaktiven Element

Abbildungen 3 (a) bis (d) zeigen vier Schaltungen mit je einem reaktiven Element (Kapazität oder Induktivität) und einem Widerstand. Gespeist werden die Netzwerke von einer Wechselspannungsquelle $u_s(t) = \hat{u}_s \cdot \cos(\omega t)$. Löse folgende Teilaufgaben für alle vier Netzwerke:

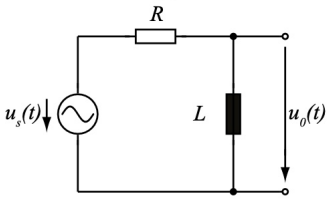
Lösen die Aufgabe für diese Schaltung →



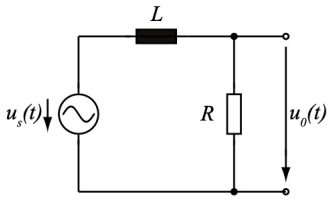
(a)



(b)



(c)



(d)

Alle Filter 1. Ordnung

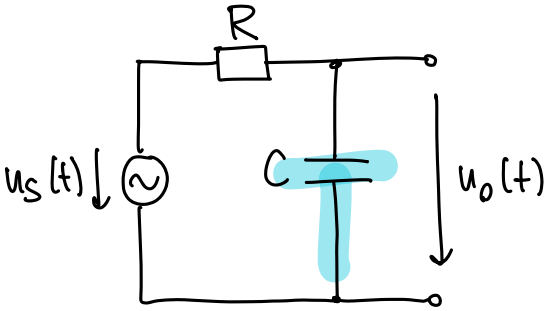
Abbildung 3: Schaltungen mit einer Kapazität bzw. einer Induktivität

3.1) Geben Sie die Spannung $u_0(t)$ für sehr tiefe und sehr hohe Frequenzen an. Diese kann direkt und ohne Rechnung angegeben werden, indem die Eigenschaften von Kapazitäten und Induktivitäten bei sehr tiefen und sehr hohen Frequenzen berücksichtig werden.

3.2) Berechnen Sie den Amplituden- und den Phasengang, d.h. berechnen Sie das Verhältnis $|\frac{\hat{u}_0}{\hat{u}_s}|$ und die Differenz $\varphi_o - \varphi_s$ als Funktion der Kreisfrequenz ω.

3.3) Skizziere den Amplituden- und den Phasengang (→ Bode Diagramm). Können sich gewisse Netzwerke identisch verhalten?

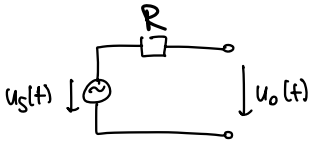
3.1)



⇒ RC-Tiefpass

↳ sehr tiefe Frequenzen ($\omega \to 0$):

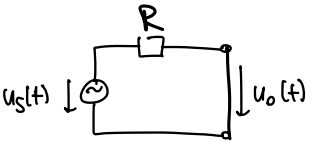
$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \to \infty$ ⇒ C wird LL :



$u_0(t) = u_s(t)$

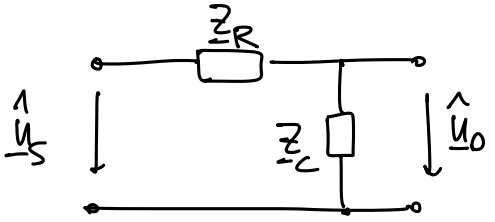
↳ sehr hohe Frequenzen ($\omega \to \infty$):

$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \to 0$ ⇒ C wird KS :



$u_0(t) = 0$

3.2)



$$\underline{\hat{u}}_0 = \underline{\hat{u}}_s \cdot \frac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_c} \quad \text{(Spannungsteiler)}$$

$$\Rightarrow \underline{F} = \frac{\underline{\hat{u}}_0}{\underline{\hat{u}}_s} = \frac{\underline{\hat{u}}_s \cdot \frac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_c}}{\underline{\hat{u}}_s} = \frac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_c} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} =$$

$$\Leftrightarrow \underline{F} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Amplitudengang $|\underline{F}|$:

$$\Rightarrow |\underline{F}| = \sqrt{\mathrm{Re}(\underline{F})^2 + \mathrm{Im}(\underline{F})^2}$$

$\Rightarrow$ müssen $\mathrm{Re}(\underline{F})$ & $\mathrm{Im}(\underline{F})$ bestimmen!

$$\underline{F} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + (\omega RC)^2} = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} - j\,\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$$

$$|\underline{F}| = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1 + (\omega RC)^2}{(1 + (\omega RC)^2)^2}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}}}}$$

Phasengang φ:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(\underline{F})}{\mathrm{Re}(\underline{F})}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{-\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}}{\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}}\right) = \underline{\underline{\arctan(-\omega RC)}}$$

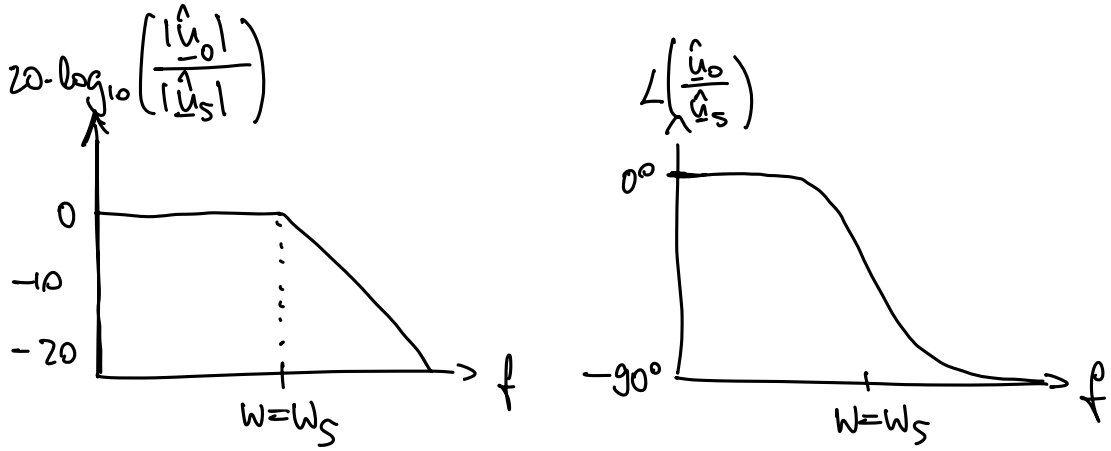
Allgemeiner Tipp: $\left|\frac{A}{B+jC}\right| = \left|\frac{A\cdot(B-jC)}{B^2+C^2}\right| = \left|\frac{AB-jAC}{B^2+C^2}\right| =$

$$= \sqrt{\left(\frac{AB}{B^2+C^2}\right)^2 + \left(\frac{AC}{B^2+C^2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{(AB)^2+(AC)^2}{(B^2+C^2)^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{A^2\cdot(B^2+C^2)}{(B^2+C^2)^2}} = \sqrt{\frac{A^2}{B^2+C^2}} \quad :)$$

3.3)



-> nächste Woche genauer :)