# NETZWERKE UND SCHALTUNGEN 2

# ÜBUNG 05

22.03.2024- LINA DE WINDT

Alle Unterlagen auf n.ethz.ch/~ldewindt

## Themen von heute:

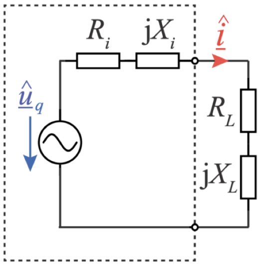
1. Recap der Theorie von dieser Woche
   - 1.1 Energie & Leistung in einem Wechselstromkreis
   - 1.2 Leistungsanpassung

   } Zusammenfassung S.4
   - 1.3 Dreiphasensystem → Zusammenfassung S.4 & S.5
2. Beispielaufgaben
3. Vorbesprechung der Serie 5

# 1.1 Energie & Leistung in einem Wechselstromkreis

## Scheinleistung:

Die Scheinleistung $\underline{S}$ ist das Produkt aus der Betriebsspannung und dem Betriebstrom:




$$\boxed{\underline{S} = \frac{1}{2}\hat{\underline{u}}\hat{\underline{i}}^* = P + jQ = U \cdot I e^{j\Delta\varphi} = S e^{j\Delta\varphi} = \sqrt{P^2 + Q^2}\, e^{j\Delta\varphi}}$$

Effektivwerte

wobei $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ die Phasendifferenz zwischen Betriebsstrom und -spannung ist.

Die Einheit der Scheinleistung ist das Voltamper: $\boxed{[S] = VA}$

Die Scheinleistung setzt sich zusammen aus der Wirkleistung P und der Blindleistung Q.

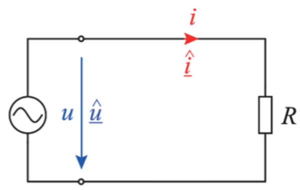
## Wirkleistung:

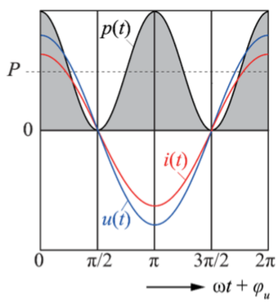
Die Wirkleistung ist die elektrische Leistung, die am Ende tatsächlich beim Verbraucher ankommt und in mechanische, thermische oder chemische Energie umgewandelt und verbraucht wird. Sie ist der Realteil der Scheinleistung:

$$\boxed{P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\} = S \cdot \cos(\Delta\varphi) = U \cdot I \cdot \cos(\Delta\varphi)}$$

Effektivwerte

Ihre Einheit ist Watt : $\boxed{[P] = W}$



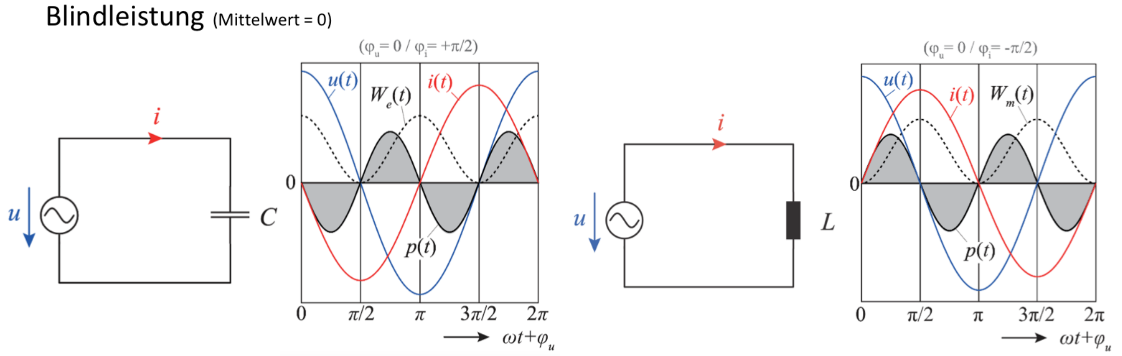

Wirkleistung (Mittelwert > 0) → da für $\underline{Z} \in \mathbb{R}$

$u(t)$ & $i(t)$ immer in Phase sind → $p(t) = u(t) \cdot i(t) \geq 0$

# Blindleistung

Die Blindleistung kann in einem NW auftreten, wenn elektrische Energie über Wechselstrom transportiert wird. Und zwar wird, anstatt die gesamte elektrische Energie z.B. als Wärme oder Bewegungsenergie abzugeben, in manchen NWen kurzzeitig Energie gespeichert und wieder ins Netz zurückgespeist. So "pendelt" im NW elektrische Energie zwischen Erzeuger und Verbraucher, welche nie verbraucht wird!

Blindleistung (Mittelwert = 0)

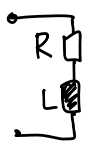



Diese Energie verursacht einen zusätzlichen Blindstrom; die damit verbundene Leistung heisst Blindleistung.

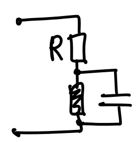
Die Blindleistung wird hauptsächlich von Kapazitäten & Induktivitäten im NW verursacht (da diese Elemente kurzzeitig Energie speichern können).

Sie ist meistens unerwünscht und daher versucht man sie in der Regel zu reduzieren (bzw. "kompensieren") mithilfe von zusätzlichen Bauelementen (= "Kompensationsnetzwerk". Induktives NW wird mit zusätzlichen C's, und kapazitives NW mit zusätzlichen L's kompensiert.

z.B.:




$\underline{S} = P + jQ_L$ :C $\xrightarrow[+C]{}$




so wählen, dass $Q_{tot} = Q_L - Q_C = 0$

$\underline{S} = P + jQ_L - jQ_C = P$ keine Blindleistung :)

⇒ konkretere Aufgabe dazu siehe Serie 5 Aufgabe 2 :) )

Die Blindleistung ist der Imaginärteil der Scheinleistung:

$$\boxed{Q = \mathrm{Im}\{\underline{S}\} = S \cdot \sin(\Delta\varphi) = U \cdot I \cdot \sin(\Delta\varphi)}$$

Effektivwerte

$\underline{Q>0}$: induktives Verhalten

$\underline{Q<0}$: kapazitives Verhalten

Ihre Einheit ist Voltamper reaktiv: $\boxed{[Q] = \mathrm{Var}}$

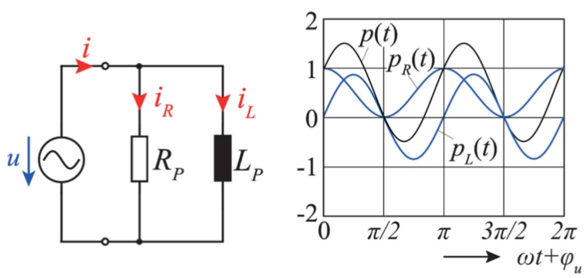
## Leistungsfaktor

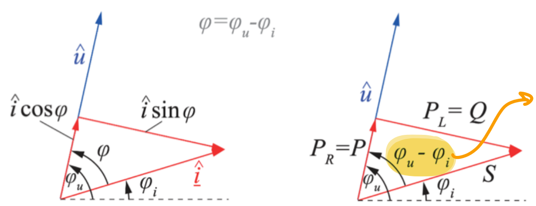
Der Leistungsfaktor $\lambda$ ist das Verhältnis vom Betrag der Wirkleistung $P$ zur Scheinleistung $S$:

$$\boxed{\lambda = \frac{P}{S} = \cos(\Delta\varphi)} \qquad \in [0,1]$$

In der Regel möchte man Netzwerke so designen, dass sie einen möglichst hohen Leistungsfaktor haben ($\hat{=}$ möglichst hoher Anteil an Wirkleistung und möglichst kleiner Anteil an Blindleistung).

Den Leistungsfaktor kann man auch graphisch im Zeigerdiagramm bestimmen:




$= \Delta\varphi \Rightarrow \lambda = \cos(\Delta\varphi)$

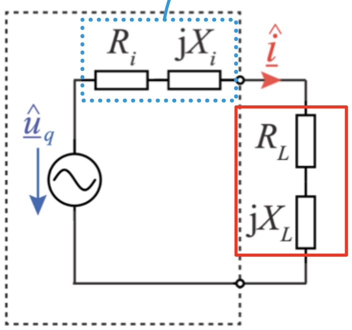
## 1.2 Leistungsanpassung

Leistungsanpassung bezeichnet das Vorgehen, Verbraucher und Quelle so auszulegen, dass die maximal mögliche Leistung im Verbraucher umgesetzt wird. Da meistens die Innenimpedanz einer Quelle unveränderlich ist, lässt sich der vom Verbraucher aufgenommene Strom nur durch seine eigene Impedanz verändern.

Im folgenden betrachten wir 2 Fälle der Leistungsanpassung:

### Leistungsanpassung mit Impedanz (Serienschaltung)

Innenimpedanz der Quelle




Lastimpedanz. Das was wir anpassen möchten, um $P_L$ zu maximieren!

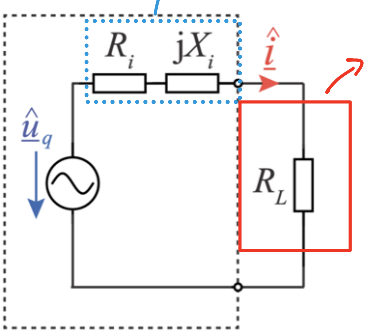
Für maximale Wirkleistung: $\boxed{\underline{Z}_L = \underline{Z}_i^*}$

$$\Rightarrow \boxed{X_L = -X_i} \quad \& \quad \boxed{R_L = R_i}$$

Die maximale Wirkleistung ist dann: $\boxed{P_{max} = \frac{\hat{u}_q^2}{2} \cdot \frac{1}{4R_L}}$

### Leistungsanpassung mit Wirkwiderstand

Innenimpedanz der Quelle




Lastimpedanz. Das was wir anpassen möchten, um $P_L$ zu maximieren!

Für maximale Wirkleistung: $\boxed{R_L = \sqrt{R_i^2 + X_i^2} = |\underline{Z}_i|}$

(Herleitung: $P_L = f(R_L)$ aufstellen & $\frac{dP_L(R_L)}{dR_L} = 0$ nach $R_L$ auflösen)

Die maximale Wirkleistung ist dann: $\boxed{P_{max} = \frac{\hat{u}_q^2}{4} \cdot \frac{1}{R_i + \sqrt{R_i^2 + X_i^2}}}$

Beispielaufgabe

↳ Serie 5 Aufgabe 1 Teilaufgabe 1

## Aufgabe 1 Leistungsanpassung

Die Schaltung in Abbildung 1 enthält den Wirkwiderstand $R = 40\,\Omega$, die Induktivität $L = 50\,\mathrm{mH}$ und die Kapazität $C = 10\,\mu\mathrm{F}$. Der Generator hat eine Spannung von $\hat{u}_q = 50\,\mathrm{V}$ mit der Kreisfrequenz $\omega = 1000\,\mathrm{rad/s}$ .

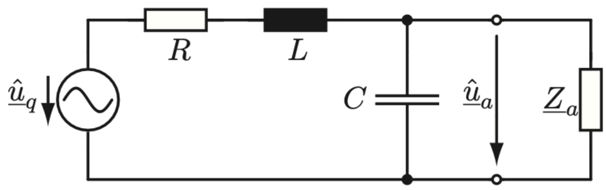
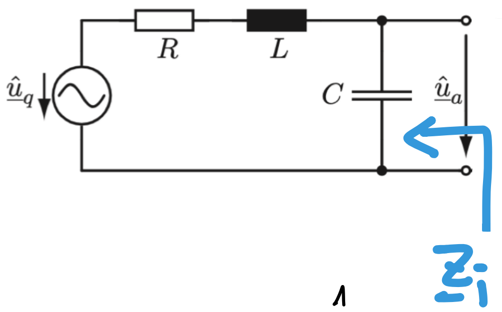



Abbildung 1: Netzwerk zu Aufgabe 1

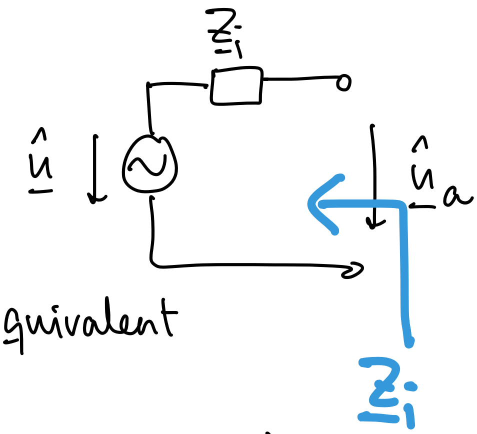
1.1) Bestimmen Sie die komplexe Verbraucherimpedanz $\underline{Z}_a \in \mathbb{C}$ für eine maximale Leistungsaufnahme $P_{a,\max}$ und die zugehörige komplexe Klemmenspannung $\underline{\hat{u}}_a$. Wie gross ist $P_{a,\max}$?

1.1) $P_{a,max}$: $\quad \underline{Z}_L \overset{!}{=} \underline{Z}_i^*$

1. Schritt: Innenimpedanz $Z_i$ bestimmen:




$\hat{=}$




Thèvenin Äquivalent

$$\underline{\hat{u}} = \underline{\hat{u}}_a = \underline{\hat{u}}_q \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R + j\omega L} = (60.98 - j48.9)\,\mathrm{V}$$

$$\underline{Z}_i = \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot (R + j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C} + R + j\omega L} = (97.6 + j21.95)\,\Omega$$

$$\Longrightarrow \quad \underline{Z}_a = \underline{Z}_i^* = \underline{\underline{(97.6 - j21.95)\,\Omega}}$$

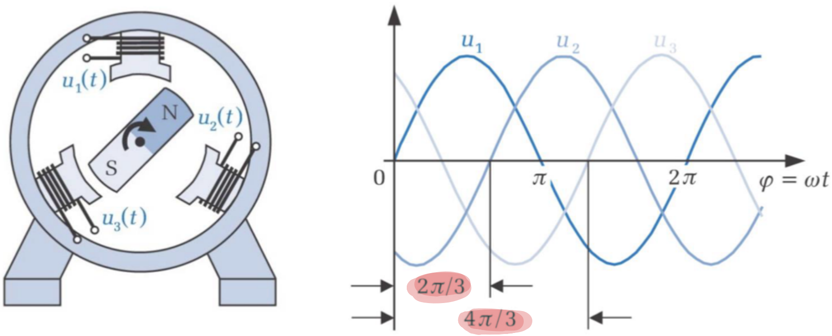
$$\underline{\hat{u}}_a = \underline{\hat{u}} \cdot \frac{\underline{Z}_a}{\underline{Z}_a + \underline{Z}_i} = \underline{\underline{(25 - j31.3)\,V}}.$$

# 1.3 Dreiphasensysteme

## Motivation

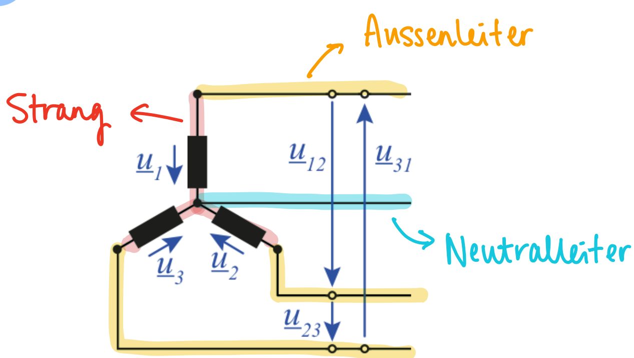
Dreiphasensysteme sind sehr wichtig, da sie sehr stark in unserem Alltag verankert sind. So werden sie z.B. in den Stromnetzen oder auch in elektrisch angetriebenen Fahrzeugen angewendet.


## Erzeugung

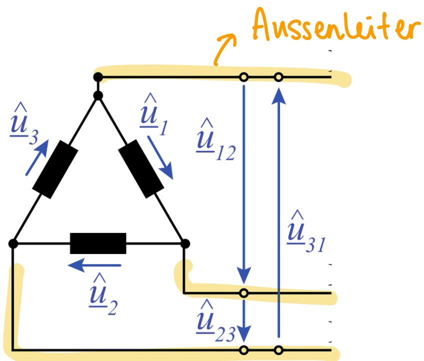



Fliessen drei 120° phasenverschobene Ströme durch drei 120° räumlich versetzte Spulen, ergibt die Überlagerung der Teilfelder ein räumlich umlaufendes Drehfeld.

## Begriffe




Sternschaltung



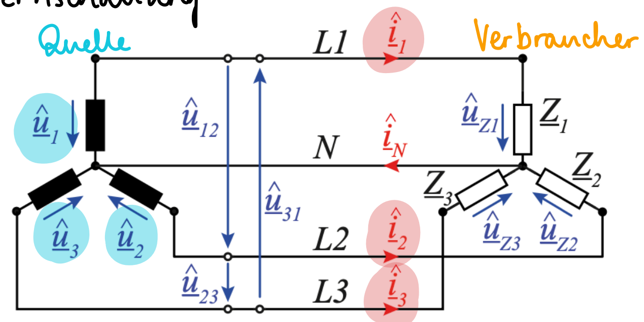

Dreieckschaltung

$U_L$, $I_L$: Aussenleitergrössen (Effektivwerte)

$U$, $I$: Stranggrössen (Effektivwerte)

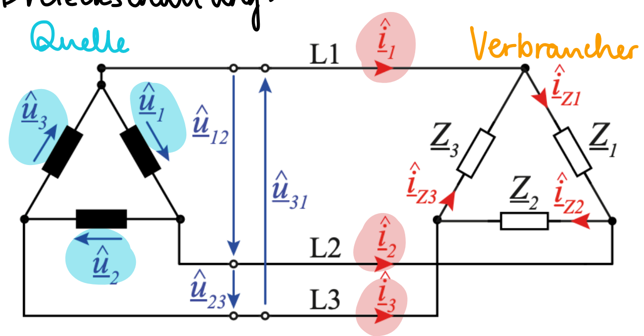
# Wichtige Grössen & Beziehungen

**Sternschaltung:**




$$\boxed{\begin{aligned} U_L &= \sqrt{3}\,U \\ I_L &= I \end{aligned}}$$

**Dreieckschaltung:**




$$\boxed{\begin{aligned} U_L &= U \\ I_L &= \sqrt{3}\,I \end{aligned}}$$

## Für beide:

$$\hat{\underline{i}}_1 = \hat{i}e^{j0° + j\varphi}$$

±120°

$$\hat{\underline{i}}_2 = \hat{i}e^{-j120° + j\varphi}$$

±120°

$$\hat{\underline{i}}_3 = \hat{i}e^{-j240° + j\varphi}$$

±120°

$$\hat{\underline{u}}_1 = \hat{u}e^{j0° + j\varphi}$$

±120°

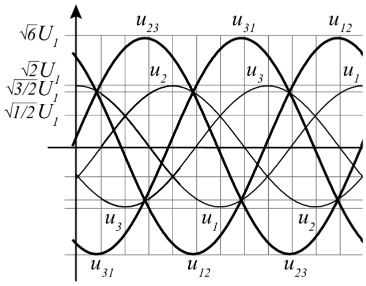
$$\hat{\underline{u}}_2 = \hat{u}e^{-j120° + j\varphi}$$

±120°

$$\hat{\underline{u}}_3 = \hat{u}e^{-j240° + j\varphi}$$

±120°

Immer 120° zueinander phasenverschoben!




## Leistung in Dreiphasensysteme

Leistung über 1 Strang / Leiter: $\boxed{P_i = U_i I_i \cos\varphi = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{2}\hat{\underline{u}}_i \hat{\underline{i}}_i^*\right\}}$

Gesamtleistung: $\boxed{P = P_1 + P_2 + P_3}$ ( $\Sigma$ aller Leistungen)

Gesamtleistung bei symmetrischer Last: $\boxed{P = 3\,U I \cos\varphi = \mathrm{Re}\left\{\frac{3}{2}\hat{\underline{u}}_1 \hat{\underline{i}}_1^*\right\}}$

oder 2 oder 3
egal da sowieso symmetrisch.
einfach über ein Strang / Leiter.

⚠ Zusammenfassung S.4 & S.5 gut studieren → das meiste steht drauf :)

# Übung 5 Beispielaufgabe

## Aufgabe 1 Leistungsberechnung im Dreiphasensystem

In einem Dreiphasensystem besteht die komplexe Impedanz $\underline{Z}$ pro Phase aus je einer Reihenschaltung eines Widerstandes und einer Induktivität. Für die Generatorspannungen gelte:

$\rightarrow \underline{Z}_i = R_i + j\omega L_i$

$$\hat{\underline{u}}_1 = \hat{u}e^{j0}, \hat{\underline{u}}_2 = \hat{u}e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \hat{\underline{u}}_3 = \hat{u}e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

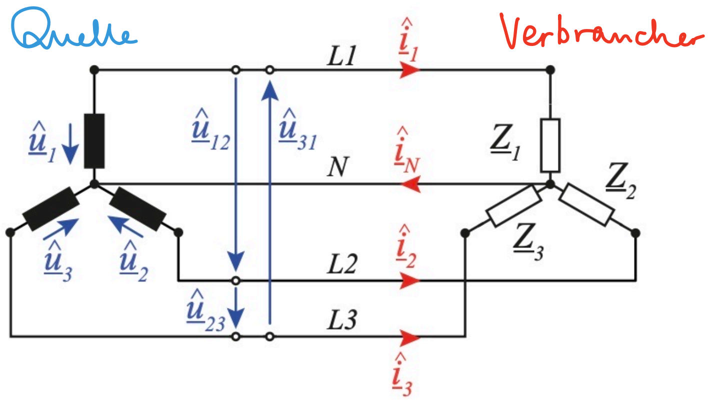



Abbildung 1: Sternschaltung mit Sternteiler

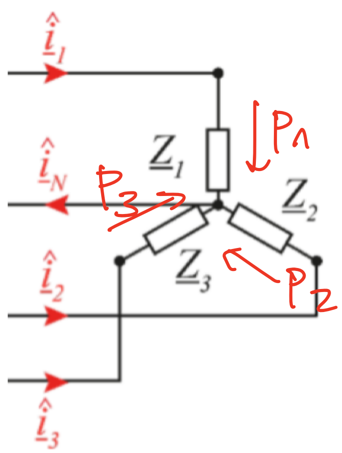
1.1) Berechnen Sie die Leistung am Verbraucher.

Für die folgenden Teilaufgaben wird eine symmetrische Belastung angenommen: $R_1 = R_2 = R_3 = R$ und $L_1 = L_2 = L_3 = L$.

1.2) Berechnen Sie die Leistung am Verbraucher für die symmetrische Belastung.

1.3) Geben Sie den Strom im Neutralleiter an.

**1.1)** $P = P_1 + P_2 + P_3 = \mathrm{Re}\left\{ \frac{1}{2}\hat{\underline{u}}_1\hat{\underline{i}}_1^* + \frac{1}{2}\hat{\underline{u}}_2\hat{\underline{i}}_2^* + \frac{1}{2}\hat{\underline{u}}_3\hat{\underline{i}}_3^* \right\}$ wobei




$$\hat{\underline{i}}_1 = \frac{\hat{\underline{u}}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{\hat{\underline{u}}_1}{R_1 + j\omega L_1}$$

$$\hat{\underline{i}}_2 = \frac{\hat{\underline{u}}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{\hat{\underline{u}}_2}{R_2 + j\omega L_2}$$

$$\hat{\underline{i}}_3 = \frac{\hat{\underline{u}}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{\hat{\underline{u}}_3}{R_3 + j\omega L_3}$$

1.2) $P = Re\left\{\frac{3}{2}\,\underline{\hat{u}}\,\underline{\hat{i}}^*\right\} = \frac{3}{2} Re\left\{\underline{\hat{u}}\left(\frac{\underline{\hat{u}}}{\underline{Z}_i}\right)^*\right\} = \frac{3}{2}|\underline{\hat{u}}|\, Re\left\{\frac{1}{\underline{Z}_i^*}\right\} =$

$\underline{\hat{u}}\cdot\underline{\hat{u}}^* = |\underline{\hat{u}}|^2 = \hat{u}^2 \in \mathbb{R}$

$$= \frac{3}{2}|\underline{\hat{u}}|\, Re\left\{\frac{1}{(R+j\omega L)^*}\right\} =$$

$$= \frac{3}{2}\hat{u}^2 \cdot Re\left\{\frac{1}{R-j\omega L}\right\} =$$

$$\boxed{\left|\frac{A}{B+jC}\right|} = \left|\frac{A\cdot(B-jC)}{B^2+C^2}\right| = \left|\frac{AB-jAC}{B^2+C^2}\right| =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{AB}{B^2+C^2}\right)^2 + \left(\frac{AC}{B^2+C^2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{(AB)^2+(AC)^2}{(B^2+C^2)^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{A^2\cdot(B^2+C^2)}{(B^2+C^2)^2}} = \boxed{\sqrt{\frac{A^2}{B^2+C^2}}}$$

:)

$$= \frac{3}{2}\hat{u}^2\, Re\left\{\frac{R+j\omega L}{R^2+(\omega L)^2}\right\} =$$

$$= \frac{3}{2}\hat{u}^2\, Re\left\{\frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\, e^{j\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)}\right\} =$$

$$= \frac{3}{2}\hat{u}^2\,\frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\cos\left(\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$

1.3) In einem symmetrischen Dreiphasennetzwerk ist der Strom im Neutralleiter stets Null!

Beweis: $\underline{\hat{i}}_N \underset{\text{Knotengleichung}}{=} \underline{\hat{i}}_1 + \underline{\hat{i}}_2 + \underline{\hat{i}}_3 = \frac{\underline{\hat{u}}_1 + \underline{\hat{u}}_2 + \underline{\hat{u}}_3}{\underline{Z}} =$

$$= \frac{\hat{u}e^{j0°} + \hat{u}e^{j120°} + \hat{u}e^{j240°}}{\underline{Z}} = 0$$