NETZWERKE UND SCHALTUNGEN 2

ÜBUNG 06

12.04.2024 - LINA DE WINDT

Alle Unterlagen auf n.ethz.ch/~ldewindt

Themen von heute:

1. Recap der Theorie von dieser Woche
   - 1.1 Superposition
   - 1.2 Ersatzquellen
   - 1.3 Transformatoren
   - 1.4 Stern-Dreieck Umwandlung (bei 3φ-Systemen)
2. Beispielaufgaben
3. Vorbesprechung der Serie 6

Superposition

Bei linearen Netzwerken können die Teileinflüsse einzelner Quellen aufsummiert werden, um das Gesamtergebnis zu erhalten:

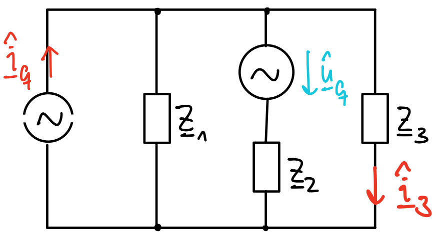
Um den Teileinfluss einer Quelle zu bestimmen, werden ① zuerst alle anderen Quellen zu Null gesetzt. Dabei werden Spannungsquellen zu Kurzschlüssen (= 0V Spannungsabfall) & Stromquellen zu Leerläufen (= 0A Stromfluss).

② Dann wird der Einfluss dieser einen Quelle berechnet.

③ Schritt ① & ② wird für alle Quellen im Netzwerk wiederholt.

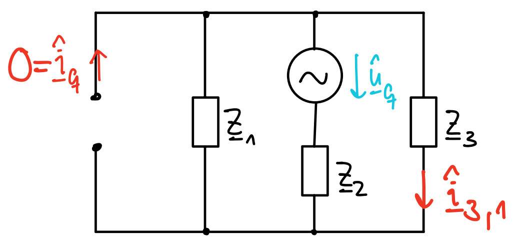
④ Am Schluss werden alle Teileinflüsse aufsummiert um das Gesamtergebnis zu erhalten.

Beispiel:



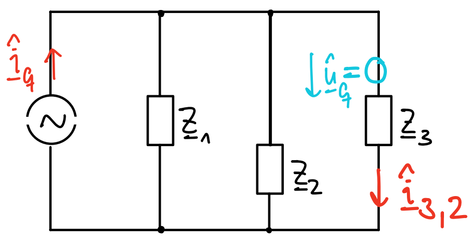
Gesucht: $\hat{\underline{i}}_3$

1.) Einfluss von $\hat{\underline{u}}_q$: → $\hat{\underline{i}}_q$ zu Null setzen!



$$\hat{\underline{i}}_{3,1} = \frac{1}{\underline{Z}_2 + (\underline{Z}_1 \| \underline{Z}_3)} \cdot \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \hat{\underline{u}}_q$$

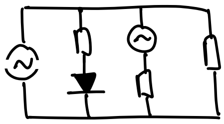
2.) Einfluss von $\hat{\underline{i}}_q$ → $\hat{\underline{u}}_q$ zu Null setzen!



$$\hat{\underline{i}}_{3,2} = \frac{(\underline{Z}_1 \| \underline{Z}_2)}{(\underline{Z}_1 \| \underline{Z}_2) + \underline{Z}_3} \hat{\underline{i}}_q$$

⇒ **Insgesamt:** Lösung: $\hat{\underline{i}}_3 = \hat{\underline{i}}_{3,1} + \hat{\underline{i}}_{3,2} = \frac{1}{\underline{Z}_2 + (\underline{Z}_1 \| \underline{Z}_3)} \cdot \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \hat{\underline{u}}_q + \frac{(\underline{Z}_1 \| \underline{Z}_2)}{(\underline{Z}_1 \| \underline{Z}_2) + \underline{Z}_3} \hat{\underline{u}}_q$

⚠ ACHTUNG: Superposition ist nicht gültig für nichtlineare Netzwerke !!

(z.B. Schaltungen mit Dioden:  nicht linear!)

Beispielaufgabe:

Aufgabe 1 Superposition

Gegeben sei das Widerstandsnetzwerk in Abbildung 1. Bestimmen Sie den Strom $\hat{\underline{i}}_C$ in Abhängigkeit von $\hat{\underline{u}}_0$ und $\hat{\underline{i}}_0$ mit Hilfe des Überlagerungssatzes. Verwenden Sie bei der Berechnung komplexe Impedanzen und gehen Sie von sinusförmigen Wechselgrössen mit der Kreisfrequenz ω aus.

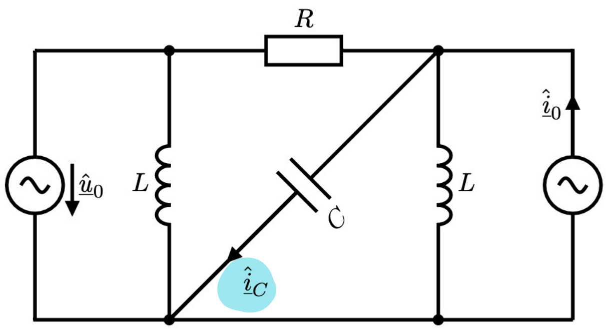
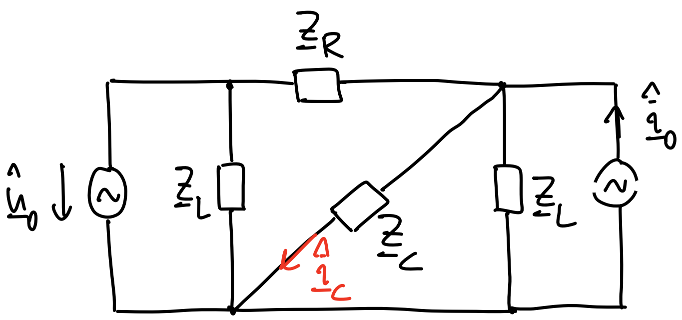
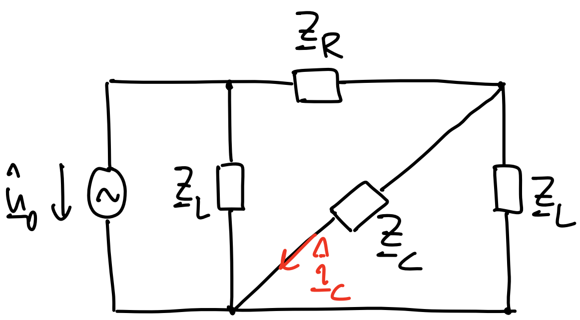


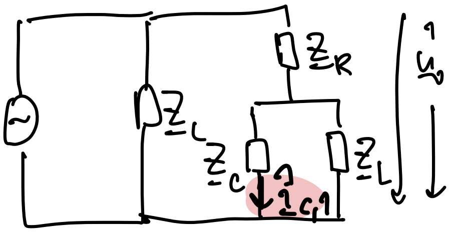
Abbildung 1: Gesucht ist der Strom $\hat{\underline{i}}_C$ mit Hilfe des Überlagerungssatzes



1) Spannungsquelle $\hat{\underline{u}}_0$:



$\hat{=}$

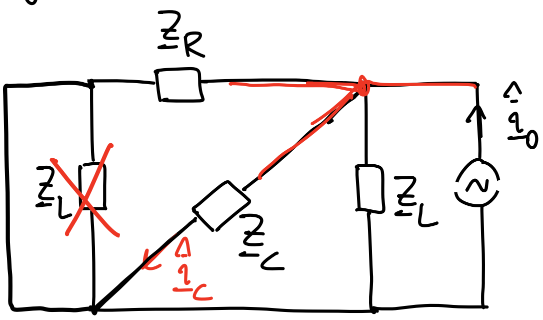


$$\hat{u}_1 = \hat{u}_0 \cdot \frac{Z_C \| Z_L}{Z_R + (Z_C \| Z_L)}$$

$$\boxed{\hat{i}_{C,1}} = \frac{1}{Z_C} \cdot \frac{Z_C \| Z_L}{Z_R + (Z_C \| Z_L)} \cdot \hat{u}_0 = \frac{1}{Z_C} \cdot \frac{\frac{Z_C Z_L}{Z_C + Z_L}}{Z_R + \frac{Z_C Z_L}{Z_C + Z_L}} \cdot \hat{u}_0 \, \frac{Z_C + Z_L}{Z_C + Z_L}$$

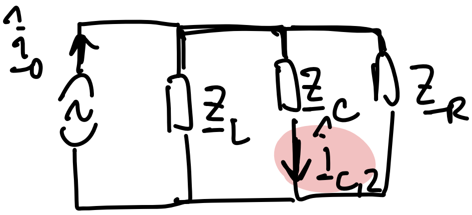
$$= \frac{1}{Z_C} \cdot \frac{Z_C Z_L}{Z_R (Z_C + Z_L) + Z_C Z_L} \, \hat{u}_0 = \frac{Z_L}{Z_R \cdot (Z_C + Z_L) + Z_C Z_L} \cdot \hat{u}_0$$

2) Stromquelle $\hat{i}_0$:



$$\hat{i}_{C,2} = \frac{Z_L \cdot Z_R}{Z_R Z_L + Z_C (Z_R + Z_L)} \cdot \hat{i}_0$$

$\hat{=}$



$$\boxed{\hat{i}_{C,2}} = \frac{Z_L \| Z_R}{Z_C + (Z_L \| Z_R)} \, \hat{i}_0 =$$

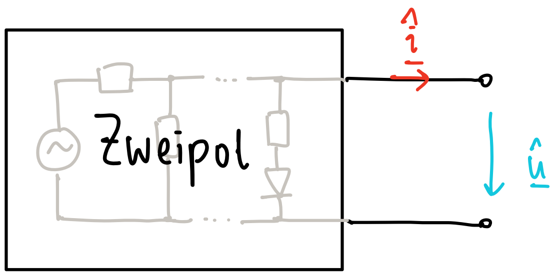
$$= \frac{\frac{Z_L Z_R}{Z_L + Z_R}}{Z_C + \frac{Z_L Z_R}{Z_L + Z_R}} \, \hat{i}_0 = \frac{Z_L Z_R}{Z_C \cdot (Z_L + Z_R) + Z_L Z_R} \, \hat{i}_0$$

$$\Rightarrow \underline{\hat{i}}_C = \underline{\hat{i}}_{C,1} + \underline{\hat{i}}_{C,2} = \frac{\underline{Z}_L \cdot \underline{Z}_R}{\underline{Z}_R \underline{Z}_L + \underline{Z}_C(\underline{Z}_R + \underline{Z}_L)} \cdot \underline{\hat{i}}_0 + \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_R \cdot (\underline{Z}_C + \underline{Z}_L) + \underline{Z}_C \underline{Z}_L} \cdot \underline{\hat{u}}_0$$

$$= \underline{\underline{\frac{w^2 LCR}{w^2 LCR - (R + jwL)} \cdot \underline{\hat{i}}_0 + \frac{w^2 LC}{R(w^2 LC - 1) - jwL} \cdot \underline{\hat{u}}_0}}$$

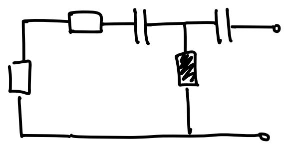
Ersatzschaltungen

Zweipol & Klemmverhalten:

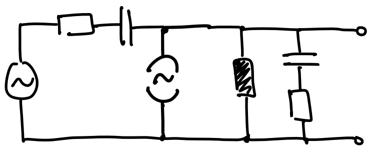


Ein Zweipol ist ein abgeschlossenes Netzwerk ohne elektrische oder magnetische Kopplung nach aussen.

Passive Zweipole sind Zweipole, die nur aus passiven Bauelementen (R, L, C & Transformatoren) bestehen.



Aktive Zweipole sind Zweipole, die neben passiven Bauelementen auch Quellen & Transistoren enthalten.

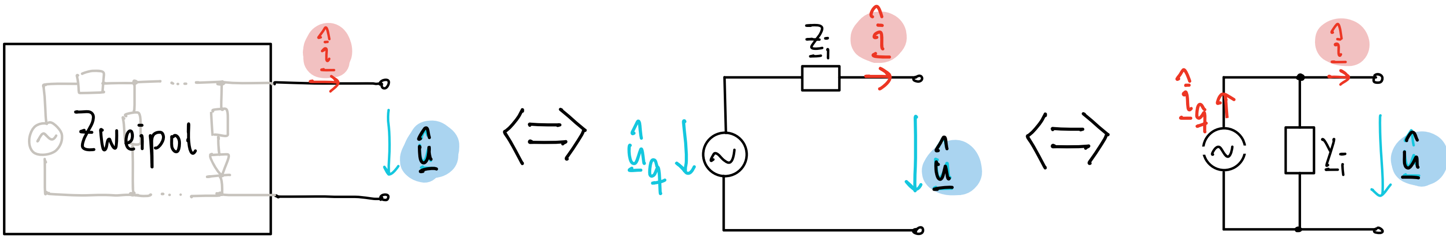


lineare Zweipole sind Zweipole, deren Verhalten unabhängig von der Spannungs- & Stromamplitude ist. Sie weisen ein lineares Klemmverhalten auf.

D.h. $u = \alpha \cdot i + \beta$

Ersatzschaltungen → Thèvenin & Norton

Das Klemmverhalten eines Zweipols kann vollständig durch einen Ersatzzweipol beschrieben werden. Meistens verwendet man die Ersatzspannungsquelle (Thèvenin-ES) oder die Ersatzstromquelle (Norton-ES)



Thèvenin   Norton

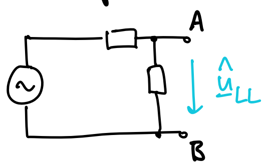
Klemmgleichung: $\hat{\underline{u}} = \hat{\underline{u}}_q - \underline{Z}_i\, \hat{\underline{i}}$ $\hat{\underline{i}} = \hat{\underline{i}}_q - \underline{Y}_i\, \hat{\underline{u}}$

Zu bestimmen: $\hat{\underline{u}}_q$ & $\underline{Z}_i$ $\hat{\underline{i}}_q$ & $\underline{Y}_i$

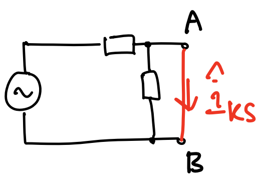
Klemmverhalten (d.h. $\hat{\underline{u}}$, $\hat{\underline{i}}$) muss in allen Schaltungen gleich sein !!

Für die Berechnung der Ersatzschaltung verwenden wir folgende Kenngrössen:

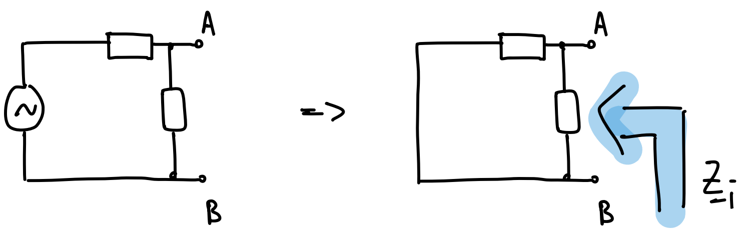
- Leerlaufspannung $\hat{\underline{u}}_{LL}$: Strom zwischen den Klemmen auf Null setzen & dann die daraus folgende Spannung berechnen:



- Kurzschlussstrom $\hat{\underline{i}}_{KS}$: Klemmen kurzschliessen & den daraus folgenden Strom berechnen:

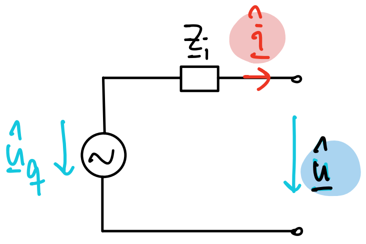


- Innenimpedanz/-admittanz $\underline{Z}_i$ resp. $\underline{Y}_i$: Alle Quellen auf Null setzen & dann die Impedanz / Admittanz zwischen den Klemmen berechnen:



$\Rightarrow$ Es kann sein, dass man für die Berechnung dieser Kenngrössen das Superpositionsprinzip verwenden muss !

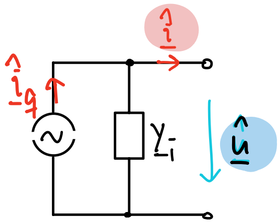
Wenn man Thèvenin- & Nortonersatzschaltung ineinander umrechnet, kann man folgende Beziehung zw. den Grössen verwenden:



$$\underline{\hat{i}}_q = \frac{\underline{\hat{u}}_q}{\underline{Z}_i}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\underline{\hat{u}} = \frac{\underline{\hat{i}}_q}{\underline{Y}_i}$$



$\underline{Z}_i = \frac{1}{\underline{Y}_i}$

$\underline{Y}_i = \frac{1}{\underline{Z}_i}$

Beispielaufgabe

Aufgabe 2 Ersatzquellen

Bestimmen Sie für das Widerstandsnetzwerk in Abbildung 2 die für die Ersatzquellen (Thévenin und Norton) erforderlichen Kenngrössen Leerlaufspannung $\underline{\hat{u}}_{LL}$, Kurzschlussstrom $\underline{\hat{i}}_{KS}$ und Innenimpedanz $\underline{Z}$ bezüglich den Klemmen A und B. Gehen Sie bei $\underline{\hat{u}}_0$ von einer sinusförmigen Wechselspannung mit Kreisfrequenz ω aus.

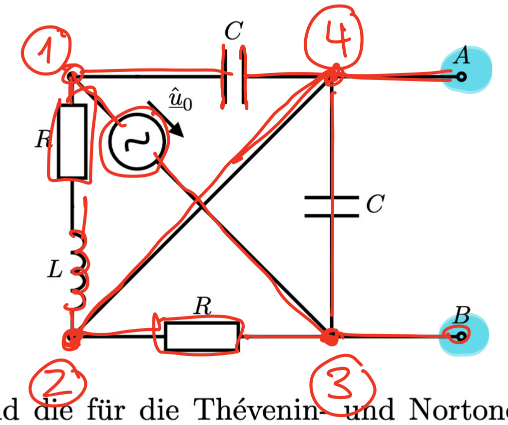
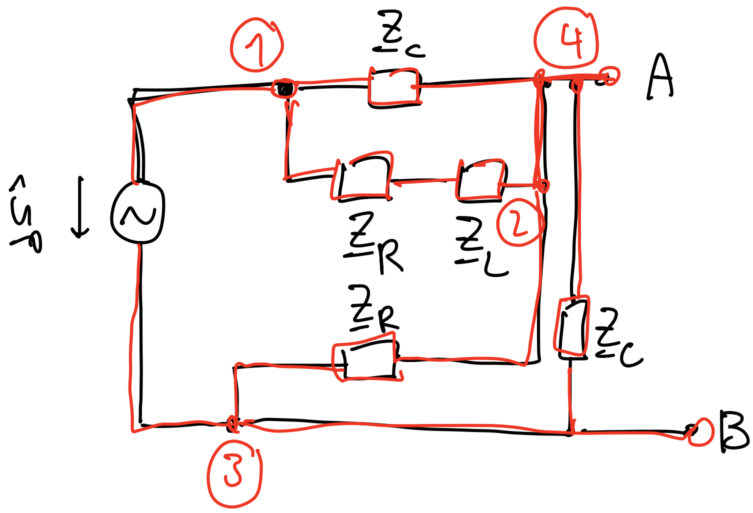
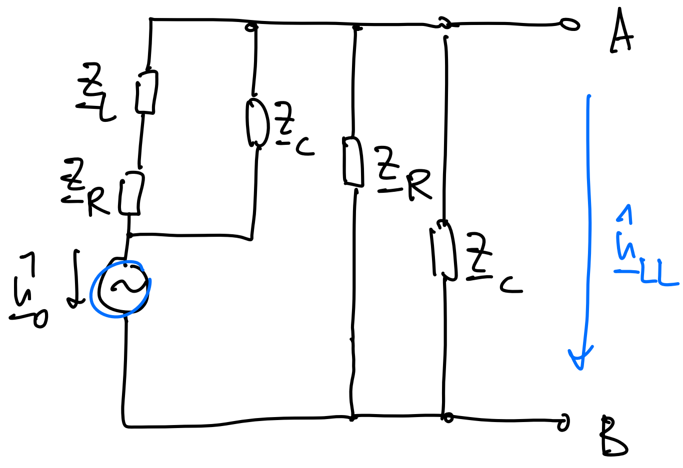


Abbildung 2: Gesucht sind die für die Thévenin- und Nortonersatzschaltung erforderlichen Kenngrössen Leerlaufspannung $\underline{\hat{u}}_{LL}$, Kurzschlussstrom $\underline{\hat{i}}_{KS}$ und Innenimpedanz $\underline{Z}$ bezüglich den Klemmen A und B.

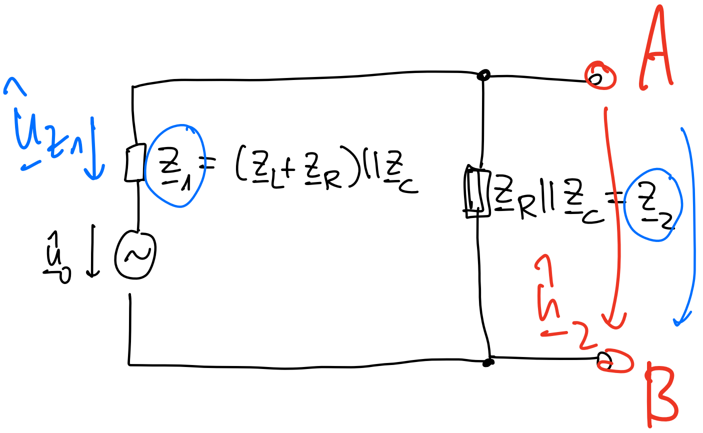
Umzeichnen:



$\Rightarrow$



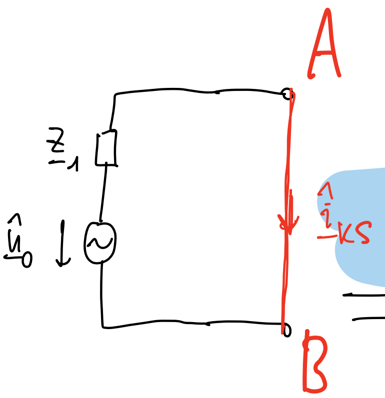
LL:



$$\underline{Z}_1 = (\underline{Z}_L + \underline{Z}_R) \,||\, \underline{Z}_C \qquad \underline{Z}_R \,||\, \underline{Z}_C = \underline{Z}_2$$

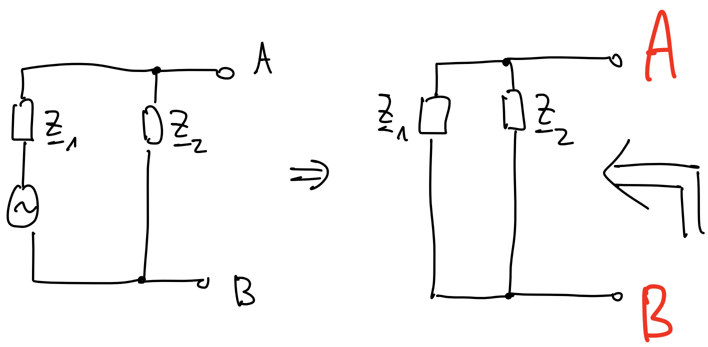
$$\hat{\underline{u}}_{LL} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \hat{\underline{u}}_0$$

KS:



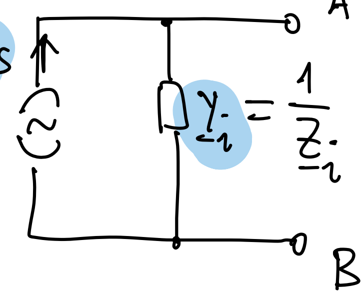
$$\hat{\underline{i}}_{KS} = \frac{\hat{\underline{u}}_0}{\underline{Z}_1}$$

Z_i :



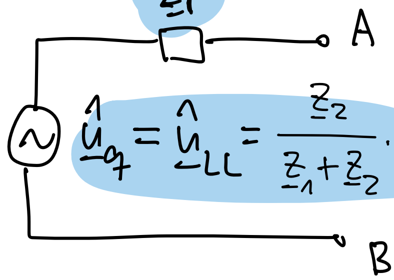
$$\underline{Z}_i = \underline{Z}_1 \,||\, \underline{Z}_2$$

$\Rightarrow$



$$\hat{\underline{i}}_q = \hat{\underline{i}}_{KS} \qquad \underline{Y}_i = \frac{1}{\underline{Z}_i}$$

Norton



$$\underline{Z}_i$$

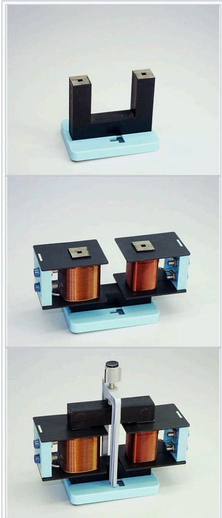
$$\hat{\underline{u}}_q = \hat{\underline{u}}_{LL} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \hat{\underline{u}}_0$$

Thèvenin

Transformatoren

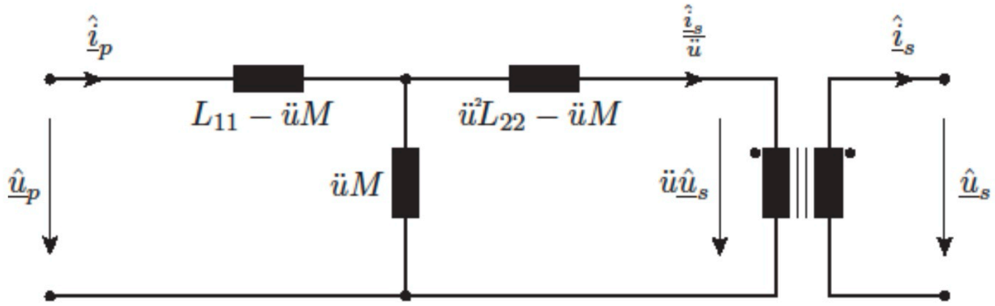
Ein **Transformator** (von lateinisch *transformare* ‚umformen, umwandeln'; auch **Umspanner**, kurz **Trafo**) ist ein Bauelement der Elektrotechnik. Er besteht meist aus zwei oder mehr Spulen (Wicklungen), die in der Regel aus isoliertem Kupferdraht gewickelt sind und sich auf einem gemeinsamen Eisenkern befinden. Ein Transformator wandelt eine Eingangswechselspannung, die an einer der Spulen angelegt ist, in eine Ausgangswechselspannung um, die an der anderen Spule abgegriffen werden kann. Dabei entspricht das Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsspannung dem Verhältnis der Windungsanzahlen der beiden Spulen. So wird zum Beispiel bei einem Windungsverhältnis von 20 zu 1 eine Eingangsspannung von 240 Volt in eine Ausgangsspannung von 12 Volt *transformiert*. Je nach Auslegung des Transformators kann die Ausgangsspannung somit kleiner, größer oder gleich der Eingangsspannung sein.

Transformatoren dienen vielfach zur Spannungswandlung in Energieversorgungsanlagen und in technischen Geräten, dabei insbesondere in Netzteilen zur Bereitstellung von Kleinspannungen in vielen Arten von elektrischen und elektronischen Geräten. Weiterhin werden sie bei der Signalübertragung und der Schutztrennung benötigt.



Aus Komponenten zusammensetzbarer Transformator zu Anschauungszwecken. Oben der U-förmige Teil des Eisenkerns, im mittleren Bild mit aufgesteckten Spulen; im unteren Bild mit einem weiteren ferromagnetischen (Eisen-)Joch über dem „U"-Kern, mit dem der *magnetische Kreis* durchgehend geschlossen wird.

Allgemeines Ersatzschaltbild (verlustloser Übertrager)

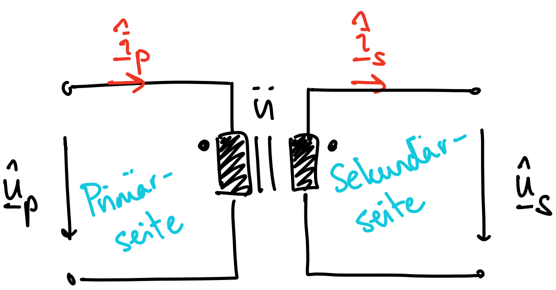


$$\begin{cases} \underline{\hat{u}}_p = L_{11}\dfrac{d\underline{\hat{i}}_p}{dt} - M\dfrac{d\underline{\hat{i}}_s}{dt} \\ \underline{\hat{u}}_s = -L_{22}\dfrac{d\underline{\hat{i}}_s}{dt} + M\dfrac{d\underline{\hat{i}}_p}{dt} \end{cases}$$

Im Frequenzbereich:

$$\begin{cases} \underline{U}_p(j\omega) = j\omega L_{11}\underline{I}_p(j\omega) - j\omega M\underline{I}_s(j\omega) \\ \underline{U}_s(j\omega) = -j\omega L_{22}\underline{I}_s(j\omega) + j\omega M\underline{I}_p(j\omega) \end{cases}$$

Ideales Ersatzschaltbild:



$$\begin{cases} \underline{\hat{u}}_p = \ddot{u}\,\underline{\hat{u}}_s \\ \underline{\hat{i}}_s = \ddot{u}\,\underline{\hat{i}}_p \end{cases}$$

Im Frequenzbereich:

$$\begin{cases} \underline{U}_p(j\omega) = \ddot{u}\,\underline{U}_s(j\omega) \\ \underline{I}_s(j\omega) = \ddot{u}\,\underline{I}_p(j\omega) \end{cases}$$

Beispielaufgabe

Aufgabe 3 Impedanztransformation

Gegeben ist das Netzwerke in Abbildung 3 mit einem idealen Übertrager.

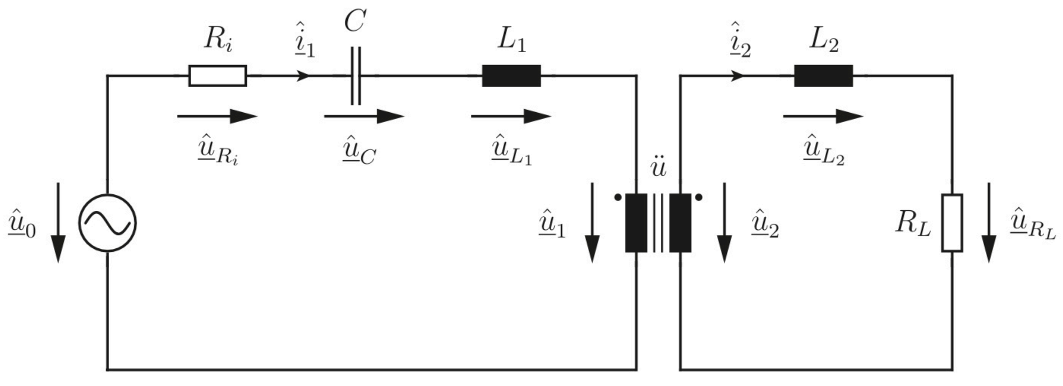


Abbildung 3: Betrachtetes Netzwerk

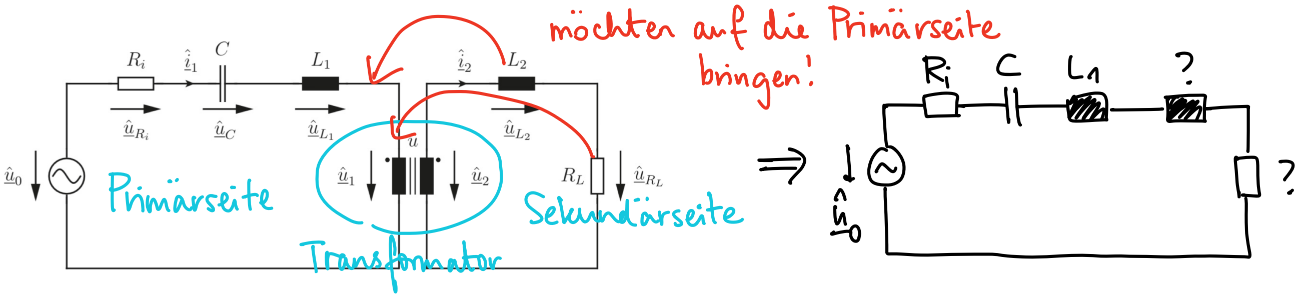
3.1) Geben Sie ein Ersatznetzwerk für die dargestellte Schaltung an, das keinen Übertrager mehr enthält, indem Sie alle Grössen von der Sekundärseite auf die Primärseite transformieren.

3.2) Berechnen Sie die Zeiger $\hat{\underline{i}}_1$ und $\hat{\underline{u}}_{R_L}$ in Abhängigkeit der gegebenen Grössen.

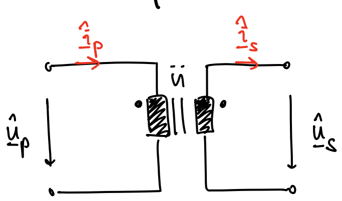
3.3) Bei welcher Frequenz f_0 wird die Wirkleistungsaufnahme des Netzwerks maximal? Welche Bedingung muss für den Wert von R_L bei dieser Frequenz erfüllt sein, damit die Quelle ihrerseits die maximale Leistung abgeben kann? Wie wird dieser Betriebsfall genannt?

3.4) Zeichnen Sie ein qualitatives Zeigerdiagramm für die Ströme und Spannungen bei einer Frequenz $f > f_0$ und einem Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = 2$.

3.1)



Idealer Transformator:



$$\begin{cases} \hat{\underline{u}}_p = \ddot{u}\,\hat{\underline{u}}_s \\ \hat{\underline{i}}_s = \ddot{u}\,\hat{\underline{i}}_p \end{cases}$$

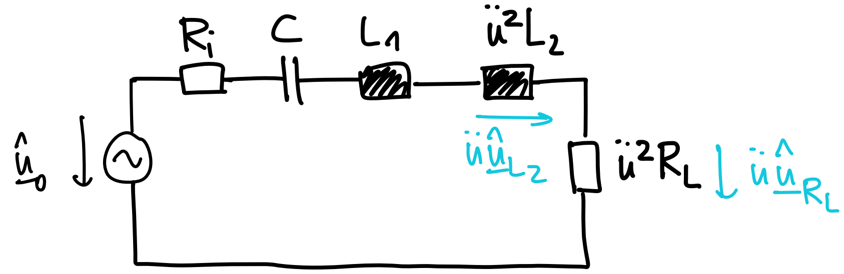
$$\begin{cases} \hat{\underline{u}}_{R_{L,1}} = \ddot{u}\cdot\hat{\underline{u}}_{R_L} \\ \hat{\underline{i}}_2 = \ddot{u}\,\hat{\underline{i}}_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\hat{\underline{u}}_{R_{L,1}}}{\hat{\underline{i}}_1} = \underline{Z}_{R_{L,1}} = \frac{\ddot{u}\cdot\hat{\underline{u}}_{R_L}}{\frac{\hat{\underline{i}}_2}{\ddot{u}}} = \ddot{u}^2\cdot\frac{\hat{\underline{u}}_{R_L}}{\hat{\underline{i}}_2} = \ddot{u}^2\,\underline{Z}_{R_L}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\underline{Z}_{R_{L,1}} = \ddot{u}^2\cdot\underline{Z}_{R_L}}}$$

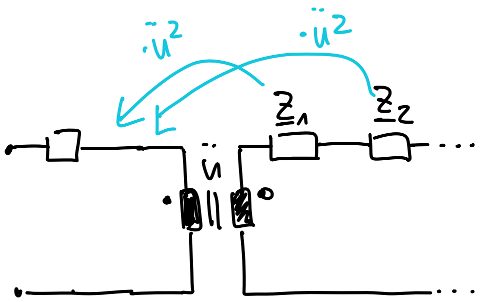
Dasselbe für L_2:

$$\begin{cases} \underline{\hat{u}}_{L_{2,1}} = \ddot{u} \cdot \underline{\hat{u}}_{L_2} \\ \underline{\hat{i}}_2 = \ddot{u}\, \underline{\hat{i}}_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\underline{\hat{u}}_{L_{2,1}}}{\underline{\hat{i}}_1} = \underline{Z}_{L,1} = \frac{\ddot{u} \cdot \underline{\hat{u}}_L}{\frac{\underline{\hat{i}}_2}{\ddot{u}}} = \ddot{u}^2 \cdot \underline{Z}_L$$

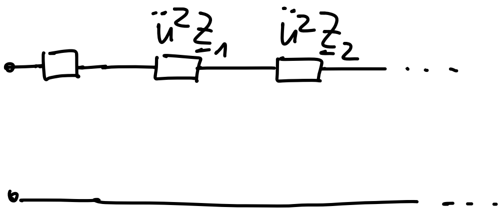
$\Rightarrow$



Allgemein:



$\Leftrightarrow$



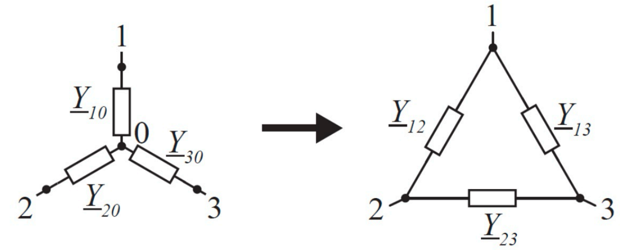
Stern-Dreieck-Umwandlung (für 3φ-Systeme)

Die Stern- & die Dreieckschaltung weisen mit den folgenden Zusammenhängen zwischen den Knoten 1, 2 und 3 jeweils die gleichen Gesamtwiderstände auf:

$$\underline{Y}_{12} = \frac{\underline{Y}_{10}\,\underline{Y}_{20}}{\sum \underline{Y}}$$

$$\underline{Y}_{13} = \frac{\underline{Y}_{10}\,\underline{Y}_{30}}{\sum \underline{Y}}$$

$$\underline{Y}_{23} = \frac{\underline{Y}_{20}\,\underline{Y}_{30}}{\sum \underline{Y}}$$

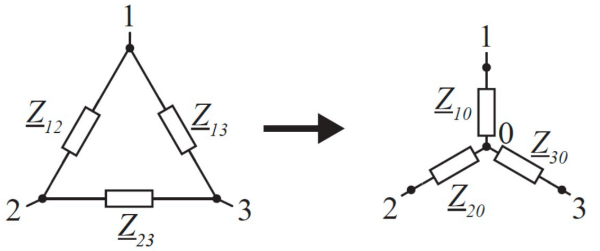


a)

$$\underline{Z}_{10} = \frac{\underline{Z}_{12}\,\underline{Z}_{13}}{\sum \underline{Z}}$$

$$\underline{Z}_{20} = \frac{\underline{Z}_{12}\,\underline{Z}_{23}}{\sum \underline{Z}}$$

$$\underline{Z}_{30} = \frac{\underline{Z}_{13}\,\underline{Z}_{23}}{\sum \underline{Z}}$$



b)

Äquivalenz einer Stern- und Dreieckschaltung ist nur gegeben, wenn die Schaltung nur aus Kapazitäten ODER nur aus Induktivitäten ODER nur aus Widerständen besteht. Ansonsten gilt die Gleichheit nur für eine bestimmte Frequenz!

Beispielaufgabe:

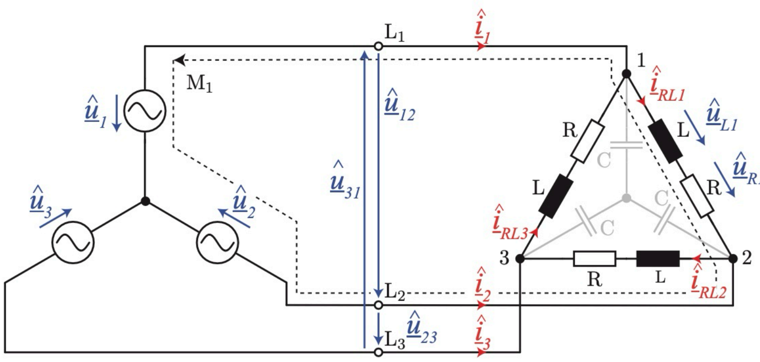


Abbildung 1: Dreiphasenspannungsquelle und Ersatzschaltbild eines elektrischen Motors mit einem Blindstromkompensationsnetzwerk.

In Abbildung 1 wird ein Motor an einem symmetrischen Dreiphasennetz ($U = 230\,\text{V}$) mit einer Netzfrequenz von $f = 50\,\text{Hz}$ betrieben. Der Motor stellt mit $R = R_1 = R_2 = R_3 = 22\,\Omega$ und $L = L_1 = L_2 = L_3 = 12\,\text{mH}$ eine symmetrische Last am Netz dar. Für die Generatorspannungen gilt:

$$\hat{\underline{u}}_1 = \hat{u} \cdot e^{j0°}, \quad \hat{\underline{u}}_2 = \hat{u} \cdot e^{-j120°}, \quad \hat{\underline{u}}_3 = \hat{u} \cdot e^{j120°}$$

Für die Teilaufgaben a.) - e.) und Teilaufgabe g.) soll das in Abbildung 1 grau hinterlegte Blindstromkompensationsnetzwerk vernachlässigt werden.

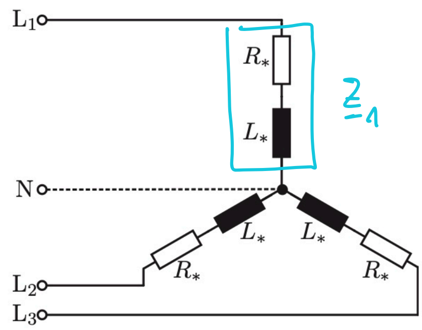


Abbildung 2: Elektrischer Motor als Sternschaltung (ohne Blindleistungskompensationsnetzwerk)

g.) Die RL Serienschaltungen sollen nun, wie in Abbildung 2 gezeigt, in einer Sternschaltung angeordnet werden. Geben Sie die entsprechenden Werte für den Widerstand R_* und die Induktivität L_* der Sternschaltung an, so dass sich die von der Last aufgenommene Leistung, welche in Teilaufgabe e.) berechnet wurde, nicht verändert.

Hinweis: $\hookrightarrow \underline{S} = 21.0\,\mathrm{kW} + j3.60\,\mathrm{kVAr}$

Das Kompensationsnetzwerk mit den Kapazitäten soll in dieser Teilaufgabe vernachlässigt werden.

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_{RL}^2}{3 \cdot \underline{Z}_{RL}} = (7.33 + j1.26)\,\Omega$$

Symmetrische Last: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$

$$\Rightarrow R_* = \mathrm{Re}\{\underline{Z}_1\} = 7.33\,\Omega$$

$$L_* = \frac{\mathrm{Im}\{\underline{Z}_1\}}{w} = 0.004\,\mathrm{H}$$