NETZWERKE UND SCHALTUNGEN 2

ÜBUNG 08

26.04.2024 - LINA DE WINDT

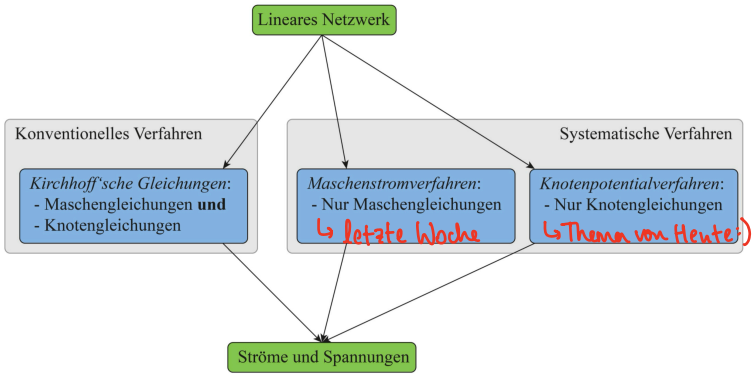
Alle Unterlagen auf n.ethz.ch/~ldewindt

Themen von heute:

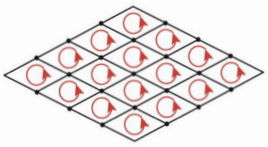
1. Recap der Theorie von dieser Woche
   - 1.1 Netzwerkanalyse:
     - 1.1.1 Knotenpotentialverfahren → Zusammenfassung S. 3
2. Beispielaufgaben
3. Vorbesprechung der Serie 8

Wichtiges aus letzter Woche:

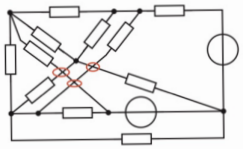
Netzwerkanalyse:



Ebene VS. nicht-ebene Netzwerke



Kreuzungsfreies (ebenes) Netzwerk

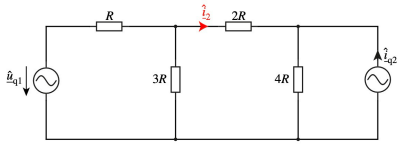


Nicht-kreuzungsfreies Netzwerk

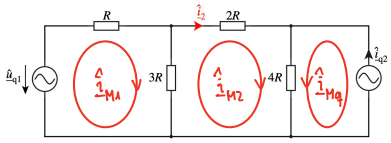
K = Anzahl Knoten eines NW
Z = Anzahl Zweige eines NW

Maschenstromverfahren

↳ Grundidee: Anzahl Gleichungen bei der Netzwerkanalyse reduzieren durch das Einführen von virtuellen Maschenströmen !



→ konventionelles Verfahren: K-1+Z-(K-1) Gleichungen



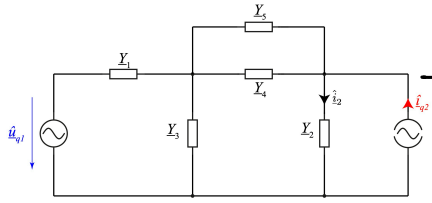
→ Maschenstromverfahren: nur noch Z-(K-1) Gleichungen!

Beim Maschenstromverfahren werden ..... definiert & .....

aufgestellt.

Knotenpotentialverfahren

Das Knotenpotentialverfahren ist im Prinzip sehr ähnlich zum Maschenstromverfahren. Hierbei ist die Grundidee, dass man die Anzahl Gleichungen um das Netzwerk zu analysieren durch das Einführen von ..... reduziert:



→ konventionelles Verfahren: ..... Gleichungen

Abbildung 1: Gegebenes Netzwerk

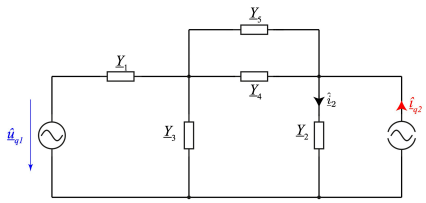
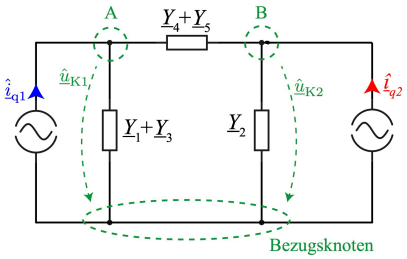


Abbildung 1: Gegebenes Netzwerk

→ Knotenpotentialverfahren: nur noch ..... Gleichungen.

(Die Knotenspannungen erfüllen die Maschengleichungen bereits! :))



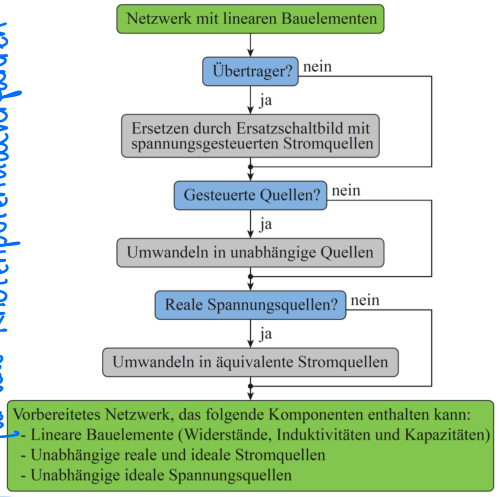
Beim Knotenpotentialverfahren werden also ..... definiert

und ..... aufgestellt.

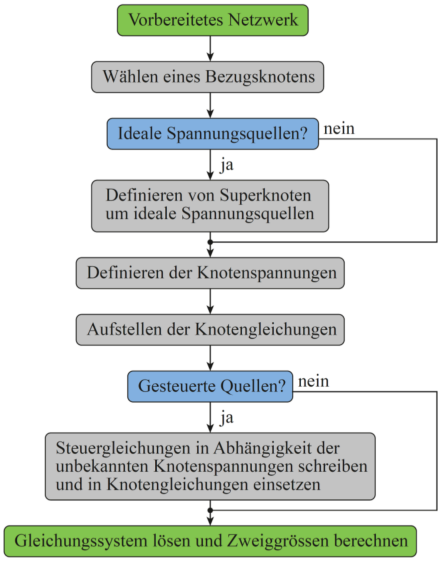
Kochrezept Knotenpotentialverfahren

Visualisierung:

"Netzwerk "vorbereiten" für das Knotenpotentialverfahren



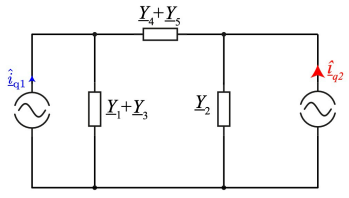
Knotenpotentialverfahren anwenden



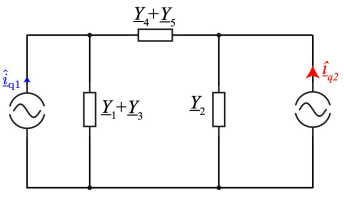
Doch wie wählt man das Bezugspotential und die Knotenspannungen?

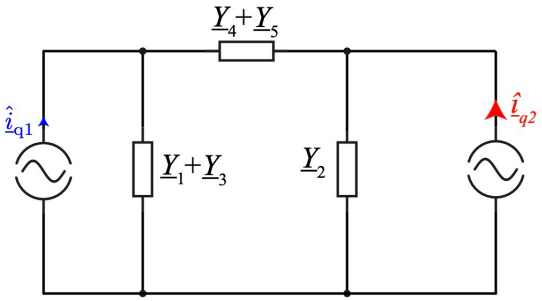
1. Schritt: ..... wählen mit Potential .....

(Beliebig! Am besten ein zentraler Knoten mit vielen direkten Verbindungen zu anderen Knoten als Bezugspotential wählen.)



2. Schritt: Alle anderen Knoten ein unbekanntes Potential & eine ..... (bezüglich Bezugsknoten) zuweisen.





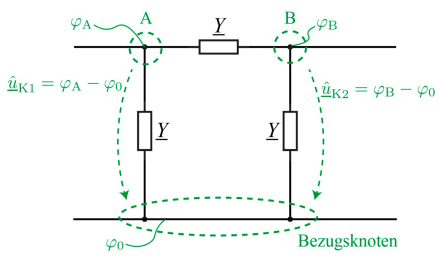
Wenn man so weit ist kann man die Knotengleichungen (in Abhängigkeit von den eingeführten Knotenspannungen) aufstellen:

K1:

K2:

Bemerkung:

- **Knotenspannungen = Potenzialdifferenzen zwischen Knotenpotenzial und Bezugsknotenpozial** $\rightarrow u=\varphi_i-\varphi_j$
- **Sinnvollerweise wird Bezugsknotenpotenzial** $\varphi_0 = 0$ **gewählt**

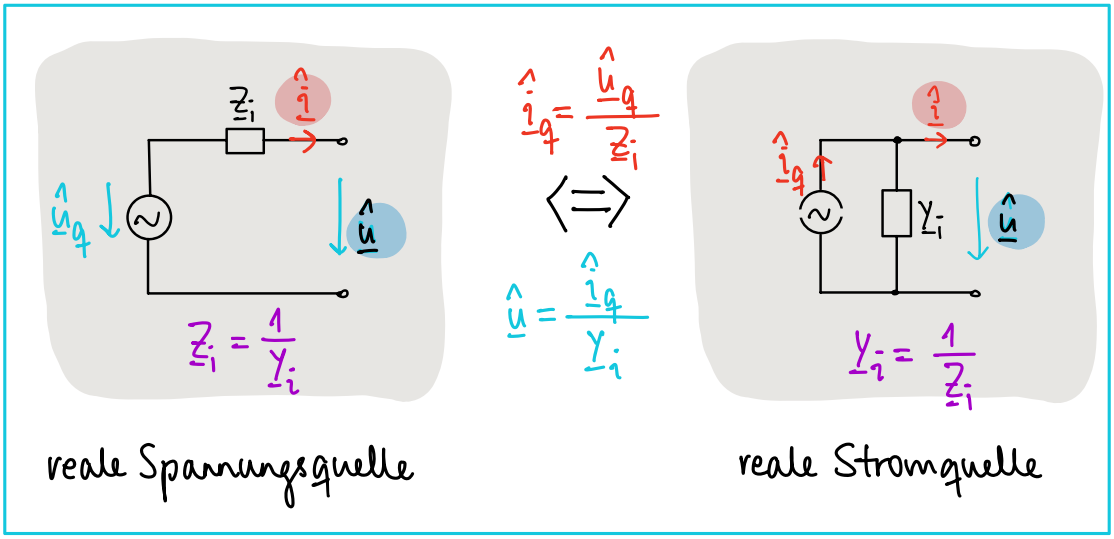


⊛ Seeeeeeeehr wichtig:

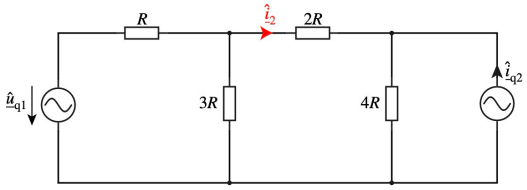
Analog zum Maschenstromverfahren; Wenn ..... , ... oder ..... im MW enthalten sind, muss man diese zuerst umwandeln, bevor man anfängt das Knotenpotentialverfahren anzuwenden:

Reale Spannungsquellen:

In eine äquivalente Ersatzstromquelle umwandeln:



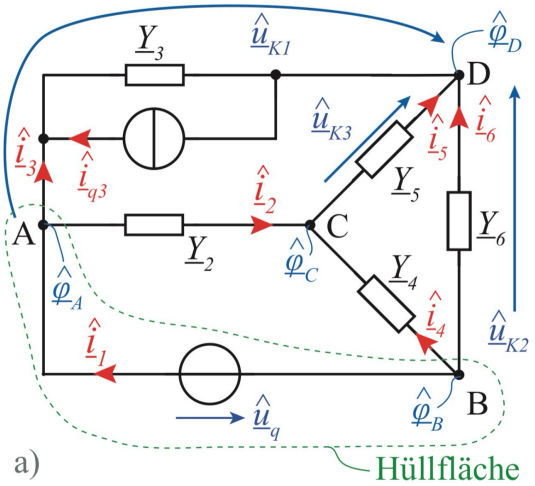
Bsp.:



Ideale Spannungsquellen:

- Spannungsquellenknoten
  - Für Knoten, die direkt über eine Spannungsquelle $\underline{\hat{u}}_q$ miteinander verbunden sind.
  - Hüllfläche um die beiden Knoten 1 und 2 legen
  - Die Knotenspannungen $\underline{\hat{u}}_{K1}$, $\underline{\hat{u}}_{K2}$ der beiden Knoten sind fest über $\underline{\hat{u}}_{K1} = \underline{\hat{u}}_{K2} + \underline{\hat{u}}_q$ miteinander verbunden. Damit ist nur noch eine Knotenspannung eine Unbekannte.
  - Knotengleichung für die gesamte Hüllfläche aufstellen.

Visualisierung:



Eine Knotengleichung für die Hüllfläche: $\hat{\underline{i}}_2 + \hat{\underline{i}}_3 + \hat{\underline{i}}_4 + \hat{\underline{i}}_6 = 0$

(anstatt zwei)

Zusammenhang Knotenspannungen: $\hat{\underline{u}}_{K1} = \hat{\underline{u}}_q + \hat{\underline{u}}_{K2}$

Beispielaufgabe

Aufgabe 1 Knotenpotenzialverfahren

Gegeben sei das folgende Netzwerk. Gegeben sind $\hat{\underline{u}}_{q1}$, $\hat{\underline{i}}_{q2}$, sowie die Admittanzen Y_n mit $n \in [1, 2, 3, 4, 5]$. Gesucht sind die Zweigspannungen und Zweigströme, die mittels Knotenpotenzialverfahren zu ermitteln sind.

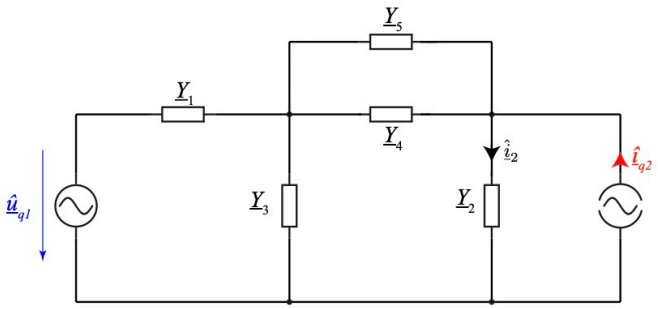


Abbildung 1: Gegebenes Netzwerk

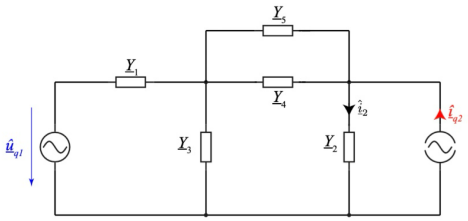
a) Bereiten Sie das Netzwerk vor, um es mit dem Knotenpotenzialverfahren berechnen zu können.

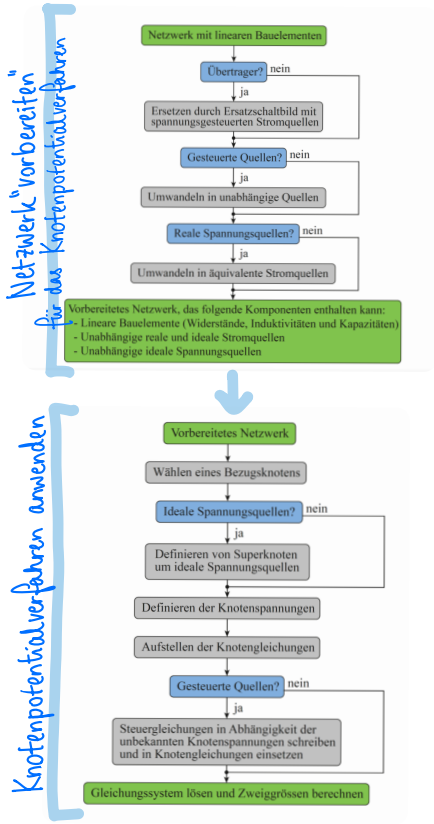
b) Identifizieren Sie die Knoten des Netzwerks und bestimmen Sie einen geeigneten Referenzknoten. Weisen Sie den entsprechenden Knoten Knotenspannungen zu.

c) Berechnen Sie die Knotenspannungen.

d) Berechnen Sie den Strom $\hat{\underline{i}}_2$ durch die Admittanz $\underline{Y}_2$.

a)


$\underline{Y}_5$
$\underline{Y}_1$
$\underline{Y}_4$
$\hat{i}_2$
$\hat{i}_{q2}$
$\hat{u}_{q1}$
$\underline{Y}_3$
$\underline{Y}_2$


Netzwerk "vorbereiten" für das Knotenpotentialverfahren
Netzwerk mit linearen Bauelementen
Übertrager?
nein
ja
Ersetzen durch Ersatzschaltbild mit spannungsgesteuerten Stromquellen
Gesteuerte Quellen?
nein
ja
Umwandeln in unabhängige Quellen
Reale Spannungsquellen?
nein
ja
Umwandeln in äquivalente Stromquellen
Vorbereitetes Netzwerk, das folgende Komponenten enthalten kann:
- Lineare Bauelemente (Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten)
- Unabhängige reale und ideale Stromquellen
- Unabhängige ideale Spannungsquellen

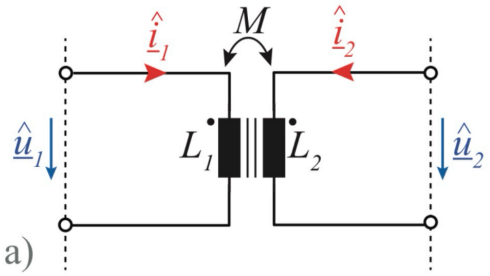
Knotenpotentialverfahren anwenden
Vorbereitetes Netzwerk
Wählen eines Bezugsknotens
Ideale Spannungsquellen?
nein
ja
Definieren von Superknoten um ideale Spannungsquellen
Definieren der Knotenspannungen
Aufstellen der Knotengleichungen
Gesteuerte Quellen?
nein
ja
Steuergleichungen in Abhängigkeit der unbekannten Knotenspannungen schreiben und in Knotengleichungen einsetzen
Gleichungssystem lösen und Zweiggrössen berechnen

gesteuerte Quellen:

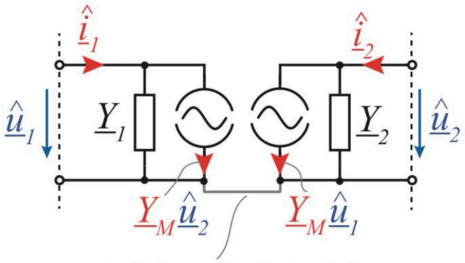
- Analog zum Maschenstromverfahren
- Gesteuerte Quellen beim Aufstellen des Gleichungssystems wie unabhängige Quellen behandeln.
- Anschliessend Steuergleichungen in Abhängigkeit der Knotenspannungen einsetzen.

Transformatoren:

- Transformator durch untenstehendes Ersatzschaltbild mit spannungsgesteuerten Stromquellen ersetzen.
- Potentialtrennung durch einen Kurzschluss auflösen, um die Anzahl Gleichungen zu reduzieren.



a)



Aufhebung der Potenzialtrennung für die Knotenpotenzialanalyse

c)

$$\underline{Y}_1 = \frac{L_2}{j\omega(L_1L_2 - M^2)}$$

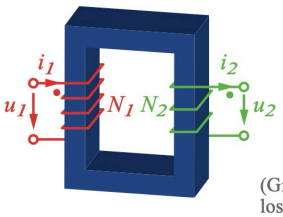
$$\underline{Y}_2 = \frac{L_1}{j\omega(L_1L_2 - M^2)} \qquad \underline{Y}_M = \frac{-M}{j\omega(L_1L_2 - M^2)}$$

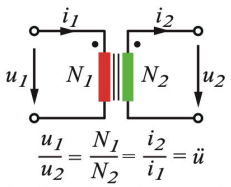
$$\hat{\underline{i}}_1 = \underline{Y}_1\hat{\underline{u}}_1 + \underline{Y}_M\hat{\underline{u}}_2$$

$$\hat{\underline{i}}_2 = \underline{Y}_M\hat{\underline{u}}_1 + \underline{Y}_2\hat{\underline{u}}_2$$

$$\hat{\underline{u}}_1 = j\omega L_1 \cdot \hat{\underline{i}}_1 - j\omega M \cdot \hat{\underline{i}}_2 \quad \text{und} \quad \hat{\underline{u}}_2 = j\omega M \cdot \hat{\underline{i}}_1 - j\omega L_2 \cdot \hat{\underline{i}}_2$$

(Transformatorgleichungen (Z.F.S.1))





(Gilt für fest gekoppelten & verlustlosen (d.h. idealen) Transformator)

Beispielaufgabe

Aufgabe 2 Knotenpotenzialverfahren mit Transformator

Eine Impedanz $\underline{Z}$ ist über einen Transformator an eine reale Spannungsquelle $\hat{\underline{u}}_{q1}$ mit Innenimpedanz $\underline{Z}_i$ angeschlossen. Der Transformator weist eine primärseitige Induktivität L_1, eine sekundärseitige Induktivität L_2 und eine Kopplungsinduktivität M auf.

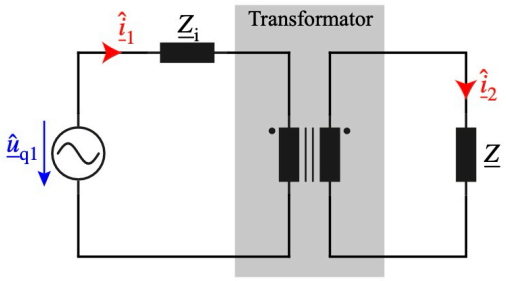


Abbildung 2: Mit dem Knotenpotenzialverfahren zu analysierendes Netzwerk mit realer Spannungsquelle, Transformator und Lastimpedanz.

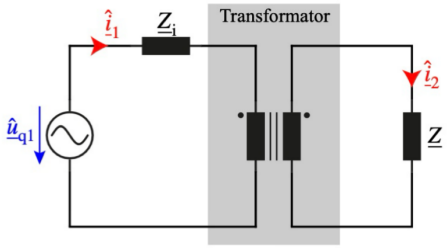
a) Bereiten Sie das Netzwerk auf das Knotenpotenzialverfahren vor.

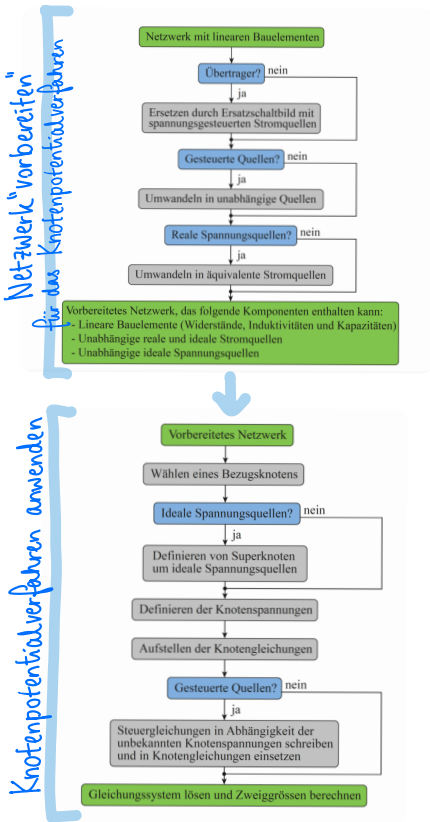
   - Leiten Sie das Ersatzschaltbild des Transformators her. Ersetzen Sie dazu zunächst den Trafo durch stromgesteuerte Spannungsquellen. Ersetzen Sie danach diese Spannungsquellen durch äquivalente spannungsgesteuerte Stromquellen.
   - Ersetzen Sie die weiteren Spannungsquellen.

b) Definieren Sie einen geeigneten Referenzknoten und stellen Sie die Knotengleichungen auf.

c) Berechnen Sie den Strom $\hat{\underline{i}}_2$ durch die Last.

a)





Zusammengefasst: Maschenstromverfahren VS. Knotenpotentialverfahren

Maschenstromverfahren	Knotenpotenzialverfahren
Reale Stromquelle – Umwandeln in äquivalente Spannungsquelle	Reale Spannungsquelle – Umwandeln in äquivalente Stromquelle
Übertrager: Ersetzen durch stromgesteuerte Spannungsquelle	Übertrager: Ersetzen durch spannungsgesteuerte Stromquelle
Berechnung von Maschenströmen	Berechnung von Knotenspannungen