

The diagram illustrates a vehicle model on a wavy road surface. A vertical  $z$ -axis is shown with the origin at the equilibrium height of the vehicle. The vehicle body is represented by a rectangle labeled "Fahrzeug" with mass  $M$ . It is connected to a wheel, represented by a circle labeled "Rad", via a spring with stiffness  $k$ . The vertical displacement of the vehicle body from its equilibrium position is denoted by  $h$ . The wheel is in contact with a wavy road surface. The horizontal distance between the equilibrium position of the wheel and the current contact point is  $L/4$ . The total horizontal distance between two consecutive peaks of the road surface is  $L$ . The horizontal velocity of the wheel is denoted by  $v$ . The vertical displacement of the road surface at the contact point is denoted by  $H$ .

Amplitude  $F_0$  und Frequenz  $\Omega$ , auf das Fundament dieser Sägemaschine. Damit die Kraft nicht direkt auf den Boden übertragen wird und diesen zum Schwingen bringt, wird das Fundament mitsamt der Maschine (Gesamtmasse  $m$ ) elastisch auf Stahlfedern aufgestellt. Die Aufstellung kann effektiv durch eine einzige Feder mit Federkonstante  $k$  beschrieben werden. Ein Modell der Aufstellung ist in Abbildung 2 gezeigt.

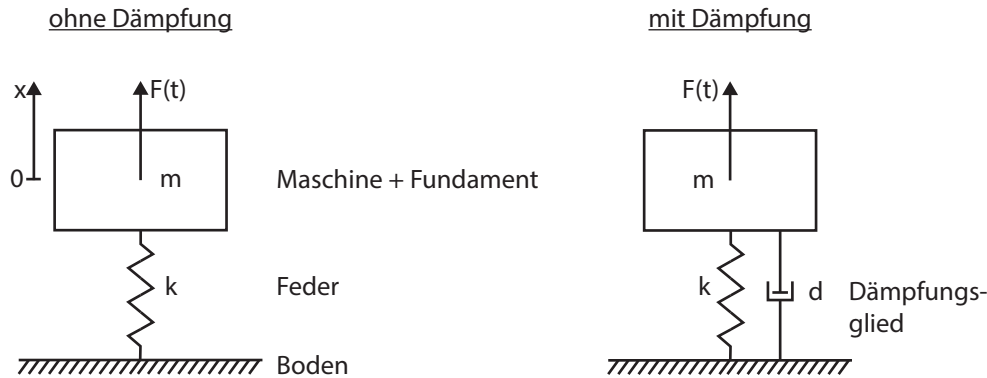


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Maschinenaufstellung. Links: Situation ohne Dämpfung (Aufgaben a-d). Rechts: Situation mit eingebautem Dämpfungsglied (Aufgabe e).

- Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung für die Auslenkung  $x$  der Gesamtmasse  $m$  aus der Ruhelage. Lösen Sie diese für den stationären Fall mit dem Ansatz  $x(t) = x_0 \cos(\Omega t)$ . Drücken Sie die erhaltene Amplitude  $x_0$  als Funktion von  $\eta = \Omega/\omega_0$  aus, wobei  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  die Eigenfrequenz des schwingfähigen Systems bezeichnet. [2]
- Begründen Sie warum die von der Maschine auf den Boden übertragene periodische Kraft durch  $F_B(t) = kx(t)$  gegeben ist. Berechnen Sie die Amplitude  $F_{B,0}$  dieser Kraft in Abhängigkeit von  $\eta$ . [2]
- Bestimmen Sie  $|F_{B,0}|$  für die drei Fälle  $\eta \rightarrow 0$ ,  $\eta \rightarrow 1$  und  $\eta \rightarrow \infty$ . Skizzieren Sie basierend auf diesen Grenzwerten den Betrag der Amplitude der Kraft  $|F_{B,0}|$  als Funktion von  $\eta$ . [2]
- Wie sollte  $\omega_0$  gewählt werden, damit möglichst wenig Kraft auf den Boden übertragen wird? Berechnen Sie speziell die Bedingung an  $\omega_0$ , unter welcher weniger als 5% der betriebsbedingten Kraft  $F_0$  auf den Boden übertragen werden? [2]
- Nun wird noch ein viskoses Dämpfungsglied in die Maschinenaufstellung eingebaut, siehe Abb. 2 rechts. Die damit verbundene Dämpfungskraft  $F_R = -d\dot{x}$ , mit Dämpfungskonstante  $d$ , führt nach dem 3. Newton'schen Axiom ebenfalls zu einer Gegenkraft auf den Boden. Die Auslenkung der gedämpften, getriebenen Schwingung lautet

$$x_D(t) = x_{D,0} \cos(\Omega t + \varphi), \quad (1)$$

mit

$$x_{D,0} = \frac{F_0/k}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4\xi^2\eta^2}}, \quad (2)$$

$$\xi = \frac{d}{2m\omega_0}, \quad (3)$$

und der Phase  $\varphi$ , deren Ausdruck hier nicht relevant ist. Geben Sie für diesen Fall die auf den Boden übertragene Gesamtkraft  $F_B(t)$  an und berechnen Sie wiederum den Betrag der Amplitude dieser Kraft, d.h.  $|F_{B,0}|$ .

Wie beeinflusst die Dämpfung diese Kraftamplitude  $|F_{B,0}|$  für die zwei Fälle  $\eta \simeq 1$  (nahe Resonanz) und  $\eta \gg 1$ ? Was leiten Sie daraus für die geeignete Wahl von  $\xi$  ab? [3.5]