

---

Abgabe: 14. März 2021

## Serie 02

### Aufgabe 1: LC-Schwingkreis

Wir betrachten einen Stromkreis bestehend aus einer Spule, einem Kondensator und einem Schalter (siehe Abbildung 1). Auf der oberen Platte des Kondensators befindet sich die Ladung  $Q_0$ . Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird der Schalter geschlossen. Der Kondensator entlädt sich, und die Ladung beginnt durch die Spule zu fließen.

- a) Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der Ladung  $Q(t)$ .

*Hinweis: Wenden Sie die Kirchhoff'sche Maschenregel auf die Kondensatorspannung  $U_C = Q/C$  und die induzierte Spulenspannung  $U_L = L \frac{dI}{dt}$  an.*

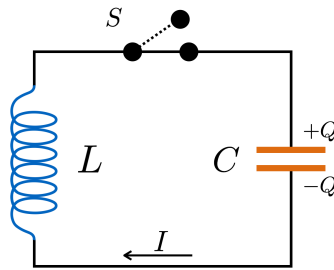
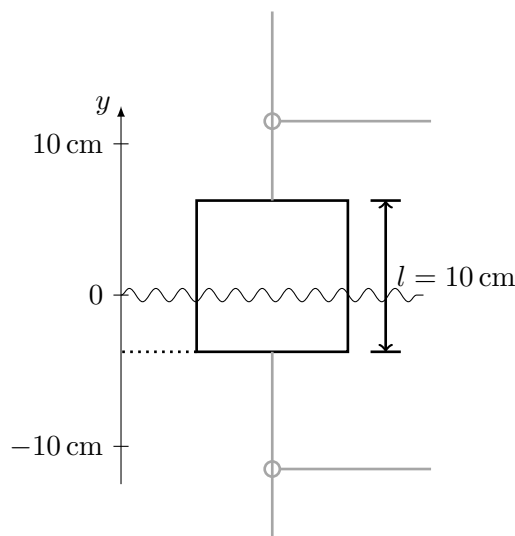


Abbildung 1: LC Schwingkreis

### Aufgabe 2: Schwingung eines Holzwürfels im Wasser [ $\sum 16$ ]

Wir betrachten den folgenden Versuchsaufbau aus einem Holzwürfel der Kantenlänge  $l = 10\text{ cm}$  und Dichte  $\rho_H = 650\text{ kg m}^{-3}$  in einem Wasserbecken. Durch eine Führungsstange, deren Masse und Volumen vernachlässigt werden kann, wird sichergestellt, dass sich das Holz nur in vertikaler Richtung bewegen kann (in grau dargestellt). Das Wasserbecken sei ausreichend gross, so dass Änderungen des Wasserstandes vernachlässigt werden können. Die Position der Unterseite des Würfels relativ zur Wasseroberfläche werde mit  $y(t)$  bezeichnet.



Wir betrachten den Fall, dass der Würfel stets teilweise ins Wasser eintaucht, also nie komplett auftaucht und nie komplett untertaucht.

Zunächst soll Reibung vernachlässigt werden.

- a) Drücken Sie die beiden Kräfte, die auf den Holzwürfel wirken, durch gegebene Größen und/oder bekannte Konstanten aus. [2]

**Hinweis:** Die Auftriebskraft entspricht der Gewichtskraft des verdrängten Wassers und ist eine Funktion von  $y$ .

- b) Stellen Sie für die Position der Unterseite des Holzwürfels  $y(t)$  eine Differentialgleichung in der Form  $\ddot{y} = -\alpha y - \beta$  auf. Berechnen Sie  $\alpha$  und  $\beta$  für die gegebenen Zahlenwerte. [2]
- c) Geben Sie einen Ausdruck für die Kreisfrequenz  $\omega_0$  des Oszillators an und berechnen Sie die zugehörige Periodendauer  $T_0$ . [1.5]
- d) Berechnen Sie die  $y$ -Koordinate der Ruhelage  $y_{gg}$ . [1.5]
- e) Der Holzwürfel wird aus einer Anfangsposition  $y(0) = y_0$  mit der Anfangsgeschwindigkeit  $\dot{y}(0) = 0$  losgelassen. In welchem Intervall muss  $y_0$  liegen, damit die Annahme erfüllt ist, dass der Würfel stets teilweise ins Wasser eintaucht, also nie komplett auftaucht und nie komplett untertaucht? Begründen Sie Ihre Antwort. [2]
- f) Es soll nun eine neue Koordinate  $\tilde{y}$  eingeführt werden, so dass wir eine homogene Differentialgleichung erhalten. Geben Sie an, wie  $\tilde{y}$  hierzu definiert werden muss. [0.5]

Um von nun an die Reibung zu berücksichtigen, modifizieren wir die Differentialgleichung zu  $\ddot{\tilde{y}} = -\alpha\tilde{y} - \gamma\dot{\tilde{y}}$ .

- g) Für welche Werte von  $\gamma$  liegt ein schwach gedämpfter Oszillator vor? [2]
- h) Geben Sie  $\tilde{y}(t)$  für den Fall von schwacher Dämpfung an. Verwenden Sie den Anfangszustand  $\tilde{y}(0) = \tilde{y}_0$  und  $\dot{\tilde{y}}(0) = 0$  und drücken Sie Ihr Ergebnis durch  $\tilde{y}_0$ ,  $\alpha$  und  $\gamma$  aus. [4.5]