

Disclaimer: Diese Bearbeitung der Prüfung ist ein Lösungsvorschlag.
Es besteht keine Garantie auf Korrektheit !

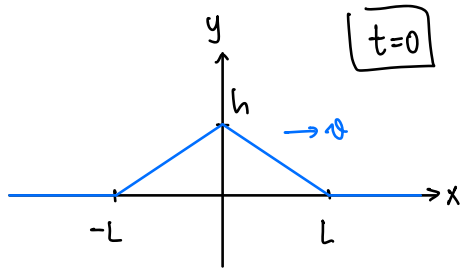
Bitte schreibe mir eine E-Mail falls du einen Fehler bemerkst:

ldewindt@ethz.ch

Lina De Windt

Aufgabe 1

a)



Ausbreitung einer Welle wird beschrieben durch: $\xi(x,t) = f(x \pm vt)$

wobei $f(x)$ die Wellenfunktion zum Zeitpunkt $t=0$ ist

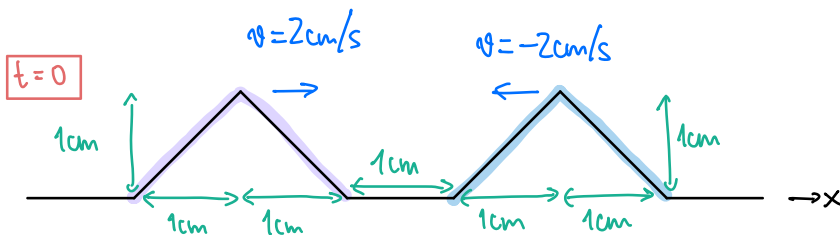
$\Rightarrow$ hier ist $y(x,0) = \text{tri}(x)$ die Wellenfunktion zum Zeitpkt. $t=0$

Ferner ist $v = \sqrt{\frac{F_s}{\mu}}$, wobei F_s = Spannkraft der Saite
 μ = lineare Dichte der Saite

$\Rightarrow \xi(x,t) = y(x - vt)$ Welle bewegt sich in die positive x-Richtung!

$$= \text{tri}(x - vt) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -L \\ h \cdot (L + (x - vt)) / L & \text{für } -L < x < 0 \\ h \cdot (L - (x - vt)) / L & \text{für } 0 < x < L \\ 0 & \text{für } x > L \end{cases}$$

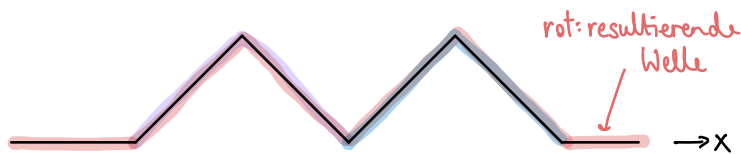
b)



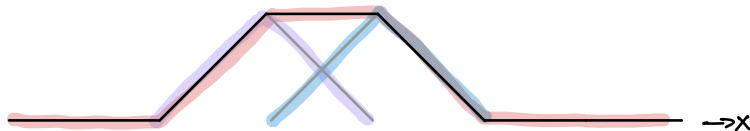
Trick: Zeichne zuerst die Wellen einzeln ein und addiere sie anschließend.

Wichtige Formel $\Delta x = \Delta t \cdot v$

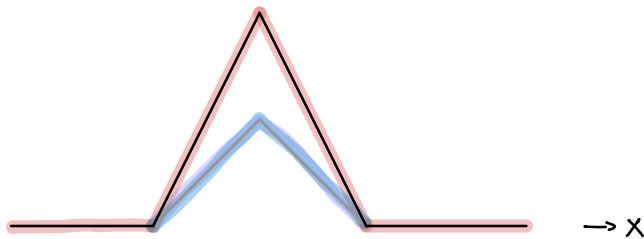
$$t = 0.25s \rightarrow \Delta x = 0.25s \cdot (\pm 2 \text{ cm/s}) = \pm 0.5 \text{ cm}$$



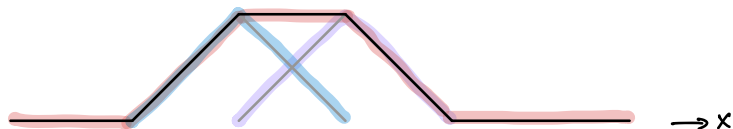
$$t = 0.5s \rightarrow \Delta x = 0.5s \cdot (\pm 2 \text{ cm/s}) = \pm 1 \text{ cm}$$



$$t = 0.75s \rightarrow \Delta x = 0.75s \cdot (\pm 2 \text{ cm/s}) = \pm 1.5 \text{ cm}$$



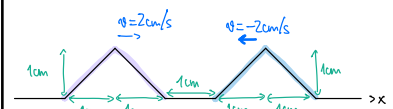
$$t = 1s \rightarrow \Delta x = 1s \cdot (\pm 2 \text{ cm/s}) = \pm 2 \text{ cm}$$



$$t = 1.25s \rightarrow \Delta x = 1.25s \cdot (\pm 2 \text{ cm/s}) = 2.5 \text{ cm}$$



⊗ ursprüngliche Welle



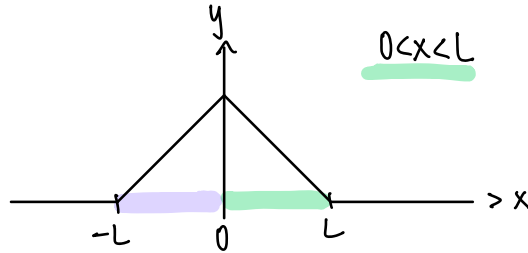
c) T: Seilspannung, ρ : Massendichte

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{T}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 + \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \right) dx \quad \text{berechnen:}$$

$$\Delta y = y(x-vt) = \text{tri}(x-vt) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -L \\ h \cdot (L + (x-vt))/L & \text{für } -L < x < 0 \\ h \cdot (L - (x-vt))/L & \text{für } 0 < x < L \\ 0 & \text{für } x > L \end{cases}$$

$$= \int_{-L}^L \left(\frac{T}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 + \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \right) dx = \int_{-L}^0 \left(\frac{T}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 + \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \right) dx + \int_0^L \left(\frac{T}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 + \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \right) dx$$

$\uparrow$ y ist 0 $\forall x \notin [-L, L]$ Integral aufteilen damit Ableitungen definiert sind



$$\frac{hL + h \cdot (x - vt)}{L}$$

$$= hL + (hx) - hvt$$

$-L < 0 < x$:

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 = \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(h \cdot (L + (x - vt)) / L \right) \right)^2 = \left(\frac{h}{L} \right)^2 = \frac{h^2}{L^2}$$

$$\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 = \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(h \cdot (L + (x - vt)) / L \right) \right)^2 = \left(\frac{-hv}{L} \right)^2 = \frac{h^2 v^2}{L^2}$$

$0 < x < L$:

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 = \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(h \cdot (L - (x - vt)) / L \right) \right)^2 = \left(\frac{-h}{L} \right)^2 = \frac{h^2}{L^2}$$

$$\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 = \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(h \cdot (L - (x - vt)) / L \right) \right)^2 = \left(\frac{hv}{L} \right)^2 = \frac{h^2 v^2}{L^2}$$

alles im Integral einsetzen:

$$E = \int_{-L}^0 \left(\frac{T}{2} \cdot \frac{h^2}{L^2} + \frac{\rho}{2} \cdot \frac{h^2 v^2}{L^2} \right) dx + \int_0^L \left(\frac{T}{2} \cdot \frac{h^2}{L^2} + \frac{\rho}{2} \cdot \frac{h^2 v^2}{L^2} \right) dx$$

$$= \int_{-L}^L \left(\frac{T}{2} \cdot \frac{h^2}{L^2} + \frac{\rho}{2} \cdot \frac{h^2 v^2}{L^2} \right) dx = \left[\frac{T}{2} \frac{h^2}{L^2} x + \frac{\rho}{2} \frac{h^2 v^2}{L^2} x \right]_{-L}^L =$$

$$= \frac{T}{2} \cdot \frac{h^2}{L^2} \cdot L + \frac{\rho}{2} \frac{h^2 v^2}{L^2} \cdot L + \frac{T}{2} \cdot \frac{h^2}{L^2} \cdot L + \frac{\rho}{2} \frac{h^2 v^2}{L^2} \cdot L =$$

$$= \frac{T \cdot h^2}{L} + \frac{\rho \cdot h^2 v^2}{L} = \underline{\underline{\frac{1}{L} \cdot (Th^2 + \rho h^2 v^2)}}$$

Aufgabe 2:

a) $f = 294 \text{ Hz}$

Spannung $\downarrow$ um 2% (d.h. $\frac{S_{\text{neu}}}{S} = 98\% = 0,98$)

Da $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$ ^{Spannung}, verändert sich v , wenn wir f verändern!

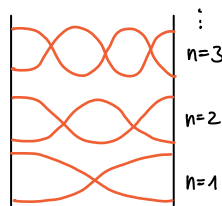
folglich verändert sich die Frequenz auch: $f = \frac{v}{\lambda}$ $\leftarrow$ bleibt gleich!

$\Rightarrow \frac{f_{\text{neu}}}{f} = \frac{\frac{v_{\text{neu}}}{\lambda}}{\frac{v}{\lambda}} = \frac{v_{\text{neu}}}{v} = \frac{\sqrt{\frac{S_{\text{neu}}}{\rho}}}{\sqrt{\frac{S}{\rho}}} = \frac{\sqrt{S_{\text{neu}}}}{\sqrt{S}} = \sqrt{\frac{S_{\text{neu}}}{S}} = \sqrt{0,98} \approx 0,99 \Rightarrow f' = 0,99 \cdot f$
 Hinweis in Aufgabenstellung

$\Rightarrow$ Schwebungsfrequenz: $f_s = |f - f'| = |f - 0,99 f| = 0,01 \cdot f = 0,01 \cdot 294 \text{ Hz} = \underline{\underline{2,94 \text{ Hz}}}$

b)

Zwei lose Enden:
(z.B. Rohr)



$$\xi_n = A_n \cos(k_n x) \cos(\omega_n t)$$

$$\rightarrow k_n = \frac{n\pi}{L}$$

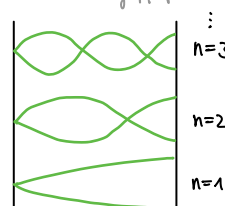
$$\rightarrow \lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n}$$

$$\rightarrow \omega_n = k_n v = \frac{n\pi v}{L}$$

$$\rightarrow f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{nv}{2L}$$

OR

1 festes und 1 loses Ende:
(z.B. Orgelpfeife)



$$\xi_n = A_n \sin(k_n x) \cos(\omega_n t)$$

$$\rightarrow k_n = \frac{(2n+1)\pi}{2L}$$

$$\rightarrow \lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{4L}{2n+1}$$

$$\rightarrow \omega_n = k_n v = \frac{(2n+1)\pi v}{2L}$$

$$\rightarrow f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{(2n+1)v}{4L}$$

⚠ Begriffserklärung: Bei stehenden Wellen, "Resonanzen" heißt, dass bei diesen Frequenzen eine stehende Welle entsteht.

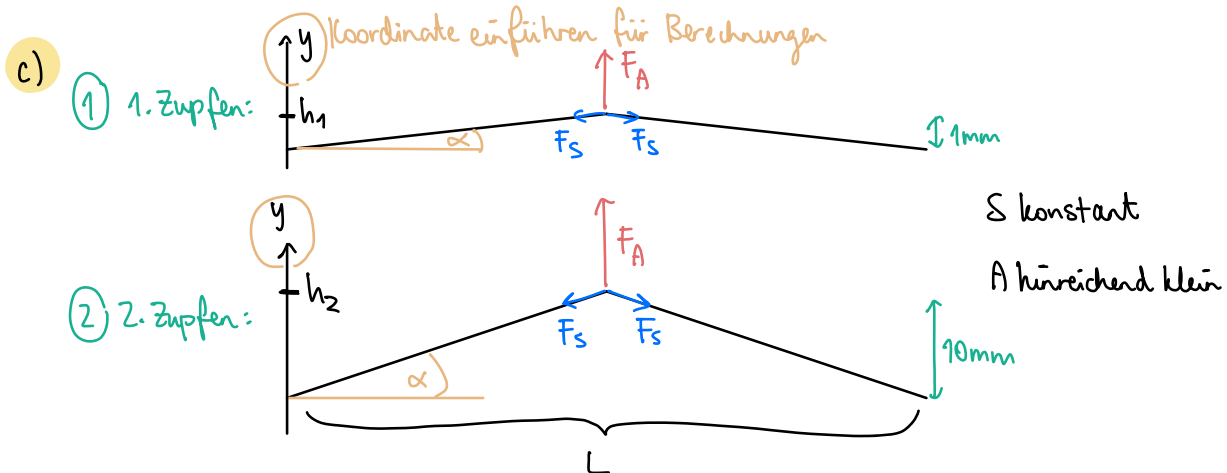
Ratio zwischen den Frequenzen bestimmen:

Beide Seiten offen: $\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{\frac{(n+1)v}{2L}}{\frac{nv}{2L}} = \frac{n+1}{n} \in \{2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\}$

Eine Seite offen, eine Seite zu: $\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{\frac{2(n+1)+1}{4L}}{\frac{2n+1}{4L}} = \frac{2n+3}{2n+1} \in \left\{ \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{9}{7}, \dots \right\}$

Die Resonanzfrequenzen der Orgelpfeife untersuchen:

$$\frac{1834}{1310} = \frac{7}{5}, \quad \frac{2358}{1834} = \frac{9}{7} \Rightarrow \underline{\underline{\text{Einseitig geschlossen}}}$$



Abgegebene Schallenergie $\hat{=}$ Energie, die notwendig war um die Saite in die Dreiecksform zu bringen.

Kraft F_A , die benötigt wird um die Saite auszulenken: $F_A = 2F_S \sin \alpha$

Da Auslenkung hinreichend klein $\rightarrow \alpha$ hinreichend klein

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{y}{L/2} \approx \alpha \Rightarrow \alpha = 2 \frac{y}{L}$$

$\tan \alpha \approx \alpha$ für α hinreichend klein

$$\Rightarrow F_A = 2F_S \sin \alpha \approx 2F_S \alpha = 2F_S \cdot 2 \frac{y}{L} = 4F_S \frac{y}{L}$$

$\sin \alpha \approx \alpha$ für α hinreichend klein

$$\Rightarrow E = \int_0^h F_A dy \quad \leftarrow \text{Energie, die benötigt wurde um die Saite bis Höhe } h \text{ auszulenken (bzw. } \hat{=} \text{ Arbeit)}$$

$$= \int_0^h 4F_S \frac{y}{L} dy = \frac{4F_S}{L} \cdot \frac{1}{2} [y^2]_0^h = \frac{2F_S h^2}{L}$$

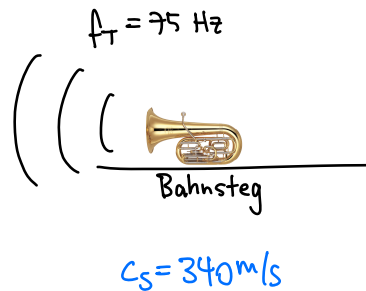
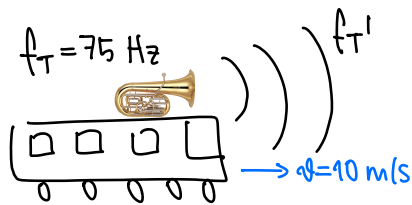
$$\Rightarrow \text{Verhältnis in dB: } \underline{\underline{10 \text{ dB} \cdot \log_{10} \left(\frac{E_1}{E_2} \right)}} = 10 \text{ dB} \cdot \log_{10} \left(\frac{\frac{2F_S h_1^2}{L}}{\frac{2F_S h_2^2}{L}} \right) = 10 \text{ dB} \cdot \log_{10} \left(\frac{h_1^2}{h_2^2} \right) =$$

⚠

$$= 10 \text{ dB} \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{100} \right) = \underline{\underline{-20 \text{ dB}}}$$

oder $10 \text{ dB} \cdot \log_{10} \left(\frac{E_2}{E_1} \right) = +20 \text{ dB}$, ich glaube das ist egal.

d)



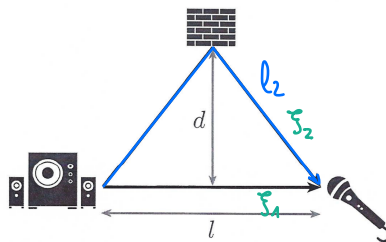
Zug nähert sich dem Bahnsteig $\rightarrow$ Dopplereffekt!

$$\Rightarrow f_{T'} = f_T \cdot \frac{c_s}{c_s - v_Q} = 75 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}} = 77.27 \text{ Hz}$$

auf z.T.: Q nähert sich E

$$\Rightarrow \text{Schwebungsfrequenz: } f_s = |f_T - f_{T'}| = |75 \text{ Hz} - 77.27 \text{ Hz}| = \underline{\underline{2.27 \text{ Hz}}}$$

e)



Welle, die Tonanlage aussendet: $\cos(kx - \omega t)$

Wellen, die beim Mikrofon ankommen: $\xi_1 = \cos(kl - \omega t)$ und $\xi_2 = \cos(kl_2 - \omega t)$

$$\text{Gangunterschied: } \Delta l = |l_2 - l| = l_2 - l \quad \Rightarrow l_2 = \Delta l + l$$

$\uparrow$
 $l_2 > l_1$

$$\begin{aligned} \xi_{\text{tot}} (\text{beim Mikrofon}) &= \xi_1 + \xi_2 = \cos(kl - \omega t) + \cos(kl_2 - \omega t) = \\ &= \cos(kl - \omega t) + \cos(k(\Delta l + l) - \omega t) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \\
 &= \cos(kl - \pi t) + \cos(kl + k \cdot \Delta l - \pi t) = \\
 &= 2 \cos \left(\frac{kl - \pi t + kl + k \cdot \Delta l - \pi t}{2} \right) \cos \left(\frac{kl - \pi t - kl - k \cdot \Delta l + \pi t}{2} \right) = \\
 &= 2 \cos \left(\frac{2kl + k \cdot \Delta l - 2\pi t}{2} \right) \underbrace{\cos \left(\frac{k \cdot \Delta l}{2} \right)}_{\stackrel{!}{=} 1} \\
 &\Rightarrow \frac{k \cdot \Delta l}{2} = n\pi, \quad n \in \mathbb{N} \quad (\text{nicht } \mathbb{Z} \text{ da } k, \Delta l > 0)
 \end{aligned}$$

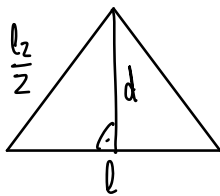
ODER direkt aus Z.F.:

Bedingung für konstruktive Interferenz: $\frac{1}{2}(\delta + k \Delta x) = n\pi \Rightarrow \frac{1}{2}k \Delta l = n\pi$
↑
= 0 hier

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{2n\pi}{k}, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\Leftrightarrow l_2 - l = \frac{2n\pi}{k}$$

l_2 in abhängigkeit von d und l schreiben:



$$\frac{l_2}{2} = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + d^2} \quad \Rightarrow \quad l_2 = 2\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + d^2}$$

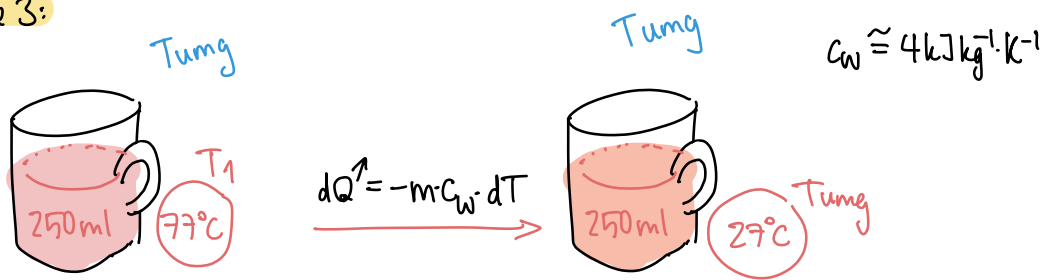
$$\Rightarrow 2\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + d^2} - l \stackrel{!}{=} \frac{2n\pi}{k}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + d^2} = \frac{n\pi}{k} + \frac{l}{2} \quad / (-)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{l}{2}\right)^2 + d^2 = \left(\frac{n\pi}{k} + \frac{l}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{d = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{k} + \frac{l}{2}\right)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}}}, \quad n \in \mathbb{N}$$

Aufgabe 3:

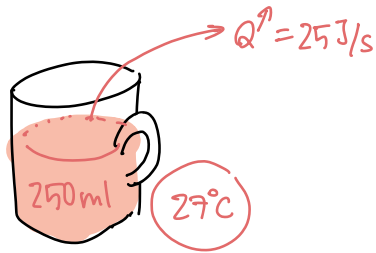


$$250 \text{ ml (Wasser)} \stackrel{!}{=} 250 \text{ g}, \quad 77^\circ \text{C} = 350.15 \text{ K}, \quad 27^\circ \text{C} = 300.15 \text{ K}$$

a)

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{Tung}} = \int \frac{dQ^\downarrow(T_{\text{sys}})}{T_{\text{sys}}} - \frac{1}{T_{\text{Tung}}} \int dQ^\downarrow(T_{\text{Tung}}) = \\ &= - \int \frac{dQ^\uparrow(T_{\text{sys}})}{T_{\text{sys}}} - \frac{1}{T_{\text{Tung}}} \int dQ^\downarrow(T_{\text{Tung}}) \quad / \int dQ^\downarrow(T_{\text{Tung}}) = m c_w \Delta T \\ &= \int_{T_1}^{T_{\text{Tung}}} \frac{m c_w}{T} dT - \frac{1}{T_{\text{Tung}}} m c_w \Delta T \\ &= m c_w \ln\left(\frac{T_{\text{Tung}}}{T_1}\right) - \frac{1}{T_{\text{Tung}}} m c_w \cdot (T_{\text{Tung}} - T_1) \quad / \text{Werte einsetzen} \\ &= 250 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 4 \text{ kJ kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \ln\left(\frac{300.15 \text{ K}}{350.15 \text{ K}}\right) \quad \text{Achtung Einheiten!} \\ &\quad \underbrace{\approx \ln\left(\frac{6}{7}\right) \approx -0.154}_{\uparrow \text{Hinweis}} \dots \\ &\dots - \frac{1}{300.15 \text{ K}} \cdot 250 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (300.15 \text{ K} - 350.15 \text{ K}) = \\ &= -154.08 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 166.58 \frac{\text{J}}{\text{K}} = \underline{\underline{12.5 \frac{\text{J}}{\text{K}}}} \quad > 0 \text{ also es macht Sinn :) } \end{aligned}$$

b)



Wärme, die entnommen werden muss bis der Tee 0°C ($= 273.15\text{ K}$) erreicht:

$$Q = mc_w \Delta T$$

Wärme, die entnommen werden muss um Phasenübergang zu erzeugen:

$$Q = m \cdot \lambda_s$$

$$Q_{\text{entnommen, gesamt}} = mc_m \Delta T + m \lambda_s = m \cdot (c_w (T_E - T_A) + \lambda_s) =$$

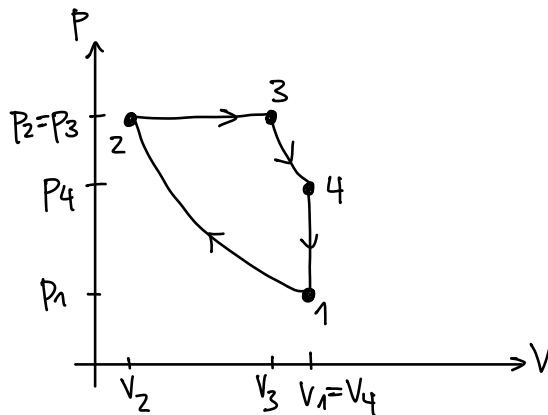
$$\begin{aligned} &= 250 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot (4 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \times (273.15 - 246.15) + 340 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1}) = \\ &= 112 \text{ kJ} \end{aligned}$$

$$\text{Da } \dot{Q} = 25 \text{ J/s} \rightarrow \text{Um } 112 \text{ kJ zu entnehmen braucht es } \frac{112 \text{ kJ}}{25 \text{ J/s}} = \underline{\underline{4480 \text{ s}}}$$

Realitätscheck: realistisch, da $4480 \text{ s} = 74 \text{ min} = 1 \text{ h } 14 \text{ min}$)

Aufgabe 4:

a)



b) Vom heißen Reservoir aufgenommene Wärme $\hat{=}$ Wärme, welche die Maschine an die Umgebung abgibt.

$\Rightarrow$ Prozess 1 $\rightarrow$ 2 und 3 $\rightarrow$ 4 sind adiabatisch, folglich ist hier $Q=0$.

$\Rightarrow$ Prozess 2 $\rightarrow$ 3 (isobar):

$$Q^{\uparrow} = -\tilde{n} c_p \Delta T = -\tilde{n} c_p (T_3 - T_2) = -\tilde{n} c_p \left(\frac{P_3 V_3}{\tilde{n} R} - \frac{P_2 V_2}{\tilde{n} R} \right) = -c_p \left(\frac{P_3 V_3}{R} - \frac{P_2 V_2}{R} \right)$$

$\uparrow$
 $pV = \tilde{n}RT$

$$\text{da } V_3 > V_2 \Rightarrow P_3 V_3 > P_2 V_3 \Rightarrow Q^{\uparrow} = -c_p \left(\underbrace{\frac{P_3 V_3}{R} - \frac{P_2 V_2}{R}}_{>0} \right) < 0$$

$\Rightarrow$ dh. hier wird keine Wärme abgegeben $\Rightarrow$ in diesem Prozess wird keine Wärme vom warmen Reservoir aufgenommen sondern es wird Wärme im Gas zugeführt.

$\Rightarrow$ Prozess 4 $\rightarrow$ 1 (isochor):

$$Q^{\uparrow} = -\tilde{n} c_v \Delta T = -\tilde{n} c_v (T_1 - T_4) = -\frac{c_v}{R} (P_1 V_1 - P_4 V_4)$$

$\uparrow$
 $pV = \tilde{n}RT$

$$\text{Da } P_1 < P_4 \Rightarrow P_1 V_1 < P_4 V_4 \Rightarrow Q^{\uparrow} = -\frac{c_v}{R} \left(\underbrace{P_1 V_1 - P_4 V_4}_{<0} \right) > 0$$

$\Rightarrow$ Diese Wärme wird vom Gas abgegeben

Folglich ist die vom warmen Reservoir aufgenommene Wärme während eines Durchgangs des Kreisprozesses: $Q = \frac{C_V}{R} (p_4 V_4 - p_1 V_1)$, wobei

$C_V = \frac{f}{2} R$ = molare Wärmekapazität bei Volumen konstant und
 R = universelle Gaskonstante.

c) Die vom Gas geleistete Arbeit $\hat{=}$ $W^\uparrow$ der (Teil-)Prozesse bestimmen und alle $W^\uparrow > 0$ zusammenaddieren: ($W^\uparrow < 0$ heißt Umgebung leistet Arbeit am Gas!)

$W_{1 \rightarrow 2}^\uparrow < 0$ (adiabatische Kompression) $\hookrightarrow W^\uparrow < 0$

$W_{2 \rightarrow 3}^\uparrow > 0$ (isobare Expansion) $\hookrightarrow W^\uparrow > 0$

$W_{3 \rightarrow 4}^\uparrow > 0$ (adiabatische Expansion)

$W_{4 \rightarrow 1}^\uparrow = 0$ (isochore Zustandsänderung hat $W=0$)

$$\begin{aligned} \text{Folglich ist } W_{\text{tot}}^\uparrow (\text{über 1 Zyklus}) &= W_{2 \rightarrow 3}^\uparrow + W_{3 \rightarrow 4}^\uparrow = \\ &= p_2 (V_3 - V_2) - \tilde{n} C_V \Delta T \\ &= p_2 (V_3 - V_2) - \tilde{n} C_V (T_4 - T_3) \quad / pV = \tilde{n} RT \\ &= p_2 (V_3 - V_2) - \frac{C_V}{R} (p_4 V_4 - p_3 V_3) \quad / p_3 = p_2 \\ &= \underline{\underline{p_2 (V_3 - V_2) + \frac{C_V}{R} (p_3 V_3 - p_4 V_4)}} \end{aligned}$$

d) Ich glaube hier ist nach dem thermischen Wirkungsgrad ($\eta = \frac{Q^\uparrow}{Q^\downarrow}$ gefragt, sonst geht es mit den Berechnungen nicht auf. Es kann gut sein, dass sie in diesem Jahrgang Wirkungsgrad = thermischer Wirkungsgrad festgelegt haben in der Vorlesung.) *

$$\eta = \frac{\sum Q_{>0}^\uparrow}{\sum Q_{>0}^\downarrow} \stackrel{\text{aus b)}}{=} = \frac{\frac{C_V}{R} (p_4 V_4 - p_1 V_1)}{\frac{C_P}{R} (p_3 V_3 - p_2 V_2)} = \frac{p_4 V_4 - p_1 V_1}{\gamma (p_3 V_3 - p_2 V_2)}$$

Nun ist: • $V_4 = V_1$, $P_2 = P_3$

• 3 → 4 adiabatisch: $P_4 V_4^\gamma = P_3 V_3^\gamma \Rightarrow P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma = P_3 \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^\gamma$
 $\uparrow$
 $V_4 = V_1$

• 1 → 2 adiabatisch: $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow P_1 = P_2 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma = P_3 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma$
 $\uparrow$
 $P_2 = P_3$

$$\Rightarrow \eta = \frac{P_3 \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^\gamma \cdot V_1 - P_3 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma \cdot V_1}{\gamma \cdot (P_3 V_3 - P_3 V_2)} = \frac{V_1 \left(\left(\frac{V_3}{V_1} \right)^\gamma - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma \right)}{\gamma \cdot (V_3 - V_2)}$$

⊗ Wenn wir es berechnen wie wir den Wirkungsgrad definiert haben, geht es leider nicht ganz auf mit der Aufgabenstellung:

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{\text{gewonnene Arbeit}}{\text{zugeführte Wärme}} = \frac{\sum W^i > 0}{\sum Q^i > 0}$

gewonnene Arbeit: in c) bestimmt.

zugeführte Wärme: In b) haben wir bestimmt, dass nur Prozess 2 → 3

Wärme im Gas zuführt. $Q_{2 \rightarrow 3}^V = -\tilde{n} c_p \Delta T = \frac{c_p}{R} (P_2 V_2 - P_3 V_3)$

Folglich ist $\eta = \frac{P_2 \cdot (V_3 - V_2) + \frac{c_v}{R} (P_3 V_3 - P_4 V_4)}{\frac{c_p}{R} (P_2 V_2 - P_3 V_3)} = \frac{\frac{R}{c_v} P_2 (V_3 - V_2) + (P_3 V_3 - P_4 V_4)}{\frac{c_p}{c_v} (P_2 V_2 - P_3 V_3)} =$

$= \frac{\frac{R}{c_v} P_2 (V_3 - V_2) + (P_3 V_3 - P_4 V_4)}{\gamma (P_2 V_2 - P_3 V_3)}$ / 3 → 4 adiabatisch: $P_4 V_4^\gamma = P_3 V_3^\gamma \Rightarrow P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma$

und $V_4 = V_1 \Rightarrow P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^\gamma$

und $P_2 = P_3$

$= \frac{\frac{R}{c_v} P_3 (V_3 - V_2) + P_3 \left(V_3 - \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^\gamma \right)}{\gamma P_3 (V_2 - V_3)}$

$= \frac{\frac{R}{c_v} (V_3 - V_2) + \left(V_3 - \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^\gamma \right)}{\gamma (V_2 - V_3)}$

→ nicht eindeutig festgelegt durch V_1, V_2, V_3 und γ .

Aufgabe 5: Relativitätstheorie $\Rightarrow$ nicht mehr Prüfungstoff von Physik 1 :)