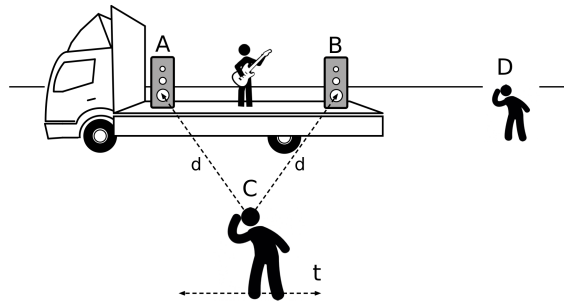


Disclaimer: Diese Bearbeitung der Prüfung ist ein Lösungsvorschlag.
Es besteht keine Garantie auf Korrektheit !

Bitte schreibe mir eine E-Mail falls du einen Fehler bemerkst:

ldewindt@ethz.ch

Lina De Windt

Aufgabe 1:a) $L = 50 \text{ cm}$ Grundton: $f_0 = 100 \text{ Hz}$ $\mu = 5 \text{ g/m}$

Wir haben:  Grundschiebung mit Frequenz f_0

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{mit } F = \text{Saitenspannung} \quad \Leftrightarrow \quad F = \mu v^2$$

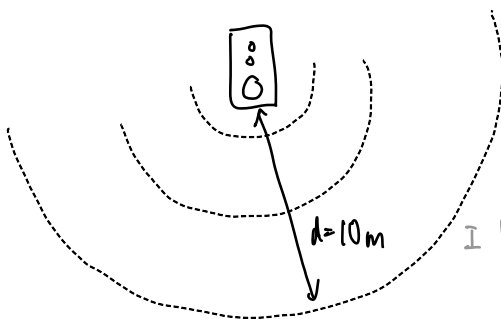
$$v \text{ bestimmen: } v = \lambda f \Rightarrow v = \lambda_0 f_0 = 2L f_0$$

Seil ist beidseitig gespannt: $\lambda_0 = 2L$

$$\Rightarrow F = \mu (2L f_0)^2 = 5 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}} \times (2 \times 0.5 \text{ m} \times 100 \text{ Hz})^2 = \underline{\underline{50 \text{ N}}}$$

b) I bei $d = 10 \text{ m}$ (bei Pkt. C) $= 10 \text{ mW/m}^2$

Leistung des Lautsprechers?



← Ton wird halbkugelförmig ausgestrahlt!

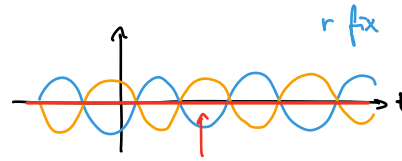
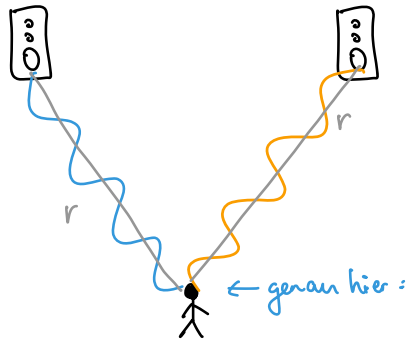
$$P = \iint_{A_0} I dA \approx I \cdot A_0 = I \cdot 2\pi d^2 = 10 \times 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \times 2\pi \times (10 \text{ m})^2 =$$

 I homogen auf Oberfläche $A_0 = \text{Oberfläche der Halbkugel}$

$$= \underline{\underline{6.28 \text{ W}}}$$

 $= 2\pi d^2$

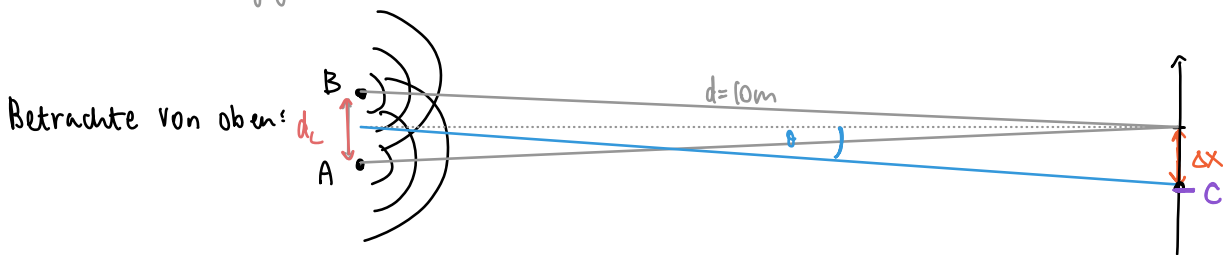
c) Es findet eine destruktive Interferenz beider Schallwellen statt.



Summe = das was Person hört!

Da die Distanz zw. Person und Lautsprecher für beide Lautsprecher gleich ist, ist die Phasendifferenz der Lautsprecher $(2n+1)\pi$, $n \in \mathbb{N}$

d) → konische Aufgabe, nicht sicher was man annehmen darf & welche Größen man als gegeben annehmen kann.



Am Ort C: $\xi(t) = A \sin(k \cdot r_A - \omega t) + A \sin(k \cdot r_B - \omega t + \delta)$
 $= A(\sin(k \cdot r_A - \omega t) + \sin(k \cdot r_B + \delta - \omega t))$

cos auch ok

$$k \cdot r_A - k \cdot r_B - \delta \stackrel{!}{=} 2n\pi \quad (\text{konstruktive Interferenz})$$

$$\Leftrightarrow k \cdot \Delta r - \pi = 2n\pi$$

$$\Delta r = r_A - r_B \quad \delta = \pi$$

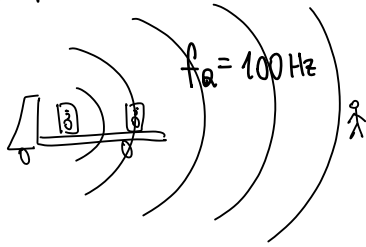
$n=0$, Da wir das 1. Maximum wollen

$$\Leftrightarrow \Delta r = \frac{2n\pi + \pi}{k} = \frac{(2n+1)\lambda}{2} \stackrel{n=0}{=} \frac{\lambda}{2}$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

für $d \gg d_L$ haben wir $\frac{\Delta r}{d_L} \approx \frac{\Delta x}{d} \Rightarrow \underline{\underline{\Delta x = \frac{d}{d_L} \cdot \frac{\lambda}{2}}}$

e) $f' = 99 \text{ Hz}$



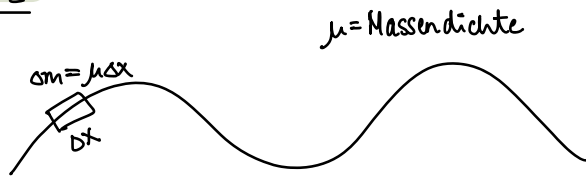
f' ist kleiner $\Rightarrow$ Lastwagen fährt weg vom Beobachter!

$$\Rightarrow f' = f_Q \cdot \frac{c_s}{c_s + v_Q} \Leftrightarrow v_Q = \frac{f_Q}{f'} \cdot c_s - c_s = \left(\frac{f_Q}{f'} - 1 \right) \cdot c_s$$

↑
Beobachter in Ruhe,
Quelle entfernt sich
vom Beobachter

$$= \left(\frac{100}{99} - 1 \right) \cdot 343 \text{ m/s} = \underline{\underline{3.46 \text{ m/s}}}$$

Aufgabe 2:



$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \Delta m \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2$$

$y = y(x, t)$ = transversale Auslenkung des Massensegments am Ort x zur Zeit t .

a) Beidseitig gespannte Saite:

$$y_n(x, t) = A \sin(k_n x) \sin(\omega_n t) \quad \text{wobei} \quad k_n = \frac{n\pi}{L}$$

$$\text{und} \quad \omega_n = 2\pi f_n = \frac{2\pi v}{2L} \cdot n = \frac{n\pi}{L} \cdot \sqrt{\frac{F_s}{\mu}}$$

$v = \sqrt{\frac{F_s}{\mu}}$

$$\Rightarrow y_n(x, t) = A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t\right)$$

$$b) E_{\text{kin}}(n, t) = \int_0^L \Delta E_{\text{kin}} = \int_0^L \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y_n}{\partial t} \right)^2 \Delta m = \int_0^L \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y_n}{\partial t} \right)^2 \mu dx$$

$$\frac{\partial y_n}{\partial t} = \left(A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t\right) \right)' = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t\right)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t\right) \right)^2 \mu dx =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} A_n \cos\left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t\right) \right)^2 \mu \int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx \quad / \quad \cos^2(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2x)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} A_n \cos\left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t\right) \right)^2 \mu \int_0^L \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} A_n \cos\left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t\right) \right)^2 \mu \cdot \left[\frac{1}{2} L + \frac{1}{2 \frac{n\pi}{L}} \left[\sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \right]_0^L \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} A_n \cos\left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t\right) \right)^2 \mu \cdot \left[\frac{1}{2} L + \frac{L}{2n\pi} \underbrace{(\sin(n\pi) - \sin(0))}_{=0} \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} A_n \cos \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t \right) \right)^2 \mu \cdot \frac{1}{2} L \\
&= \frac{1}{2} \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \frac{F_s}{\mu} A_n^2 \cos^2 \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t \right) \mu \cdot \frac{1}{2} L \\
&= \frac{1}{4} \frac{n^2 \pi^2 F_s}{L} A_n^2 \cos^2 \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t \right)
\end{aligned}$$

c) Maximale kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{1}{4} \frac{n^2 \pi^2 F_s}{L} A_n^2 \underbrace{\cos^2 \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t \right)}_{\text{Maximal, wenn } \cos = 1} \Rightarrow \hat{E}_{kin}(n) = \frac{1}{4} \frac{n^2 \pi^2 F_s}{L} A_n^2$$

Auslenkung $y_n(x,t) = A \sin \left(\frac{n\pi}{L} x \right) \sin \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t \right)$

da $\cos^2 \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t \right) = 1 \Rightarrow \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t = 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow$ D.h. $\sin \left(\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t \right) = 0$

$\Rightarrow y_n(x,t) = 0$



Auslenkung minimal wenn E_{kin} maximal

$\Rightarrow$ Macht intuitiv auch Sinn, da $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$ und v ist Maximal wenn Auslenkung minimal (siehe Skript S.12)

d) $y(x,t) = y_{n_1}(x,t) + y_{n_2}(x,t) = A \sin \left(\frac{n_1 \pi}{L} x \right) \sin \left(\frac{n_1 \pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t \right) + A \sin \left(\frac{n_2 \pi}{L} x \right) \sin \left(\frac{n_2 \pi}{L} \sqrt{\frac{F_s}{\mu}} t \right)$

$E_{kin}(t) = \int_0^L \frac{1}{2} \mu (\dot{y}_{n_1} + \dot{y}_{n_2})^2 dx =$

$$= \int_0^L \frac{1}{2} \mu \cdot (\dot{y}_{n_1}^2 + 2\dot{y}_{n_1}\dot{y}_{n_2} + \dot{y}_{n_2}^2) dx =$$

$$= \underbrace{\int_0^L \frac{1}{2} \mu \dot{y}_{n_1}^2 dx}_{=E_{kin}(n_1, t)} + \underbrace{\int_0^L \frac{1}{2} \mu \dot{y}_{n_2}^2 dx}_{E_{kin}(n_2, t)} + \underbrace{\int_0^L \dot{y}_{n_1}\dot{y}_{n_2} dx}_{\text{verwende Tipp}}$$

$$\int_0^L \dot{y}_{n_1}\dot{y}_{n_2} dx = \int_0^L A_{n_1} \omega_{n_1} \sin(k_{n_1} x) \cos(\omega_{n_1} t) A_{n_2} \omega_{n_2} \sin(k_{n_2} x) \cos(\omega_{n_2} t) dx = 0$$

$$\Rightarrow E_{kin}(t) = E_{kin}(n_1, t) + E_{kin}(n_2, t) =$$

$$\Rightarrow \hat{E}_{kin} = \hat{E}_{kin}(n_1) + \hat{E}_{kin}(n_2) \overset{\substack{\uparrow \\ \text{Teilaufgabe c)}}}{=} \frac{1}{4} \mu L A_{n_1}^2 \omega_{n_1}^2 + \frac{1}{4} \mu L A_{n_2}^2 \omega_{n_2}^2 =$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{4} \mu L (A_{n_1}^2 \omega_{n_1}^2 + A_{n_2}^2 \omega_{n_2}^2)}}$$

Aufgabe 3:

$$500\text{g Blei } 120^\circ\text{C} = 373.15\text{K}$$



Gefäß 200g



$$c_{Al} = 1\text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$c_w = 4\text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$17^\circ\text{C} = 290.15\text{K} \longrightarrow 20^\circ\text{C} = 293.15\text{K}$$

a)

$$c_m = \frac{1}{m} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Von Blei ausgegebene Wärme: $Q_{Blei}^{\uparrow} = -m_{Blei} c_{Blei} \Delta T_{Blei}$

Von Gefäß & Wasser absorbierte Wärme: $Q_{abs}^{\downarrow} = m_w c_w \Delta T_w + m_{Al} c_{Al} \Delta T_{Al}$

=> Alles was vom Bleiklotz abgegeben wird, wird vom Gefäß und Wasser absorbiert =

$$Q_{Blei}^{\uparrow} \stackrel{!}{=} Q_{abs}^{\downarrow}$$

$$\Rightarrow -m_{Blei} c_{Blei} \Delta T_{Blei} = m_w c_w \Delta T_w + m_{Al} c_{Al} \Delta T_{Al}$$

$$\Leftrightarrow c_{Blei} = - \frac{m_w c_w \Delta T_w + m_{Al} c_{Al} \Delta T_{Al}}{m_{Blei} \Delta T_{Blei}} =$$

$$= - \frac{0.5\text{kg} \cdot 4\text{kJ}(\text{kg}\cdot\text{K})^{-1} \cdot 3\text{K} + 0.2\text{kg} \cdot 1\text{kJ}(\text{kg}\cdot\text{K})^{-1} \cdot 3\text{K}}{0.5\text{kg} \cdot (-100\text{K})} \approx \underline{\underline{0.132 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}}}$$

b) $1\text{kg Blei } , 100^\circ\text{C} = 373.15\text{K}$

$100\text{g Eis } , 0^\circ\text{C} = 273.15\text{K}$

vollständig schmelzen?

=> Die benötigte Schmelzenergie ist: $Q_{Eis}^{\downarrow} = m \cdot \lambda_s = 0.1\text{kg} \times 334 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 33.4\text{kJ}$

=> Die Energie, welche 1kg 100°C gradiges Blei abgeben kann bis es auf 0°C abgekühlt

ist, ist $Q_{Blei}^{\uparrow} = m \cdot c_m \cdot \Delta T = 1\text{kg} \times 0.132 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \times 100\text{K} = 13.2\text{kJ}$

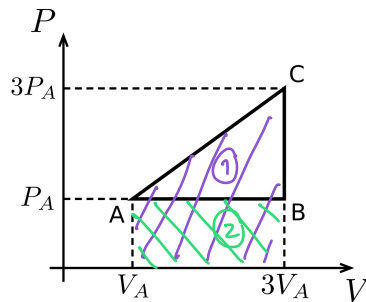
Da $Q_{Blei}^{\uparrow} < Q_{Eis}^{\downarrow} \Rightarrow 1\text{kg } 100^\circ\text{C gradiges Bleischrot kann } 100\text{g Eis nicht vollständig schmelzen!}$

Aufgabe 4:

Gas: ideal, einatomig, Stoffmenge $\tilde{n} = 0.9 \text{ mol}$

$$P_A = 4.15 \text{ bar} = 4.15 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_A = 1 \text{ l} = 0.001 \text{ m}^3$$



a) Wärmekraftmaschine $\Rightarrow$ Das Gas verrichtet Arbeit in die Umgebung.

Da die im Uhrzeigersinn orientiert eingeschlossene Fläche im pV-Diagramm der Arbeit entspricht, welche das Gas in die Umgebung verrichtet, muss der Kreisprozess im Uhrzeigersinn betrieben werden.

Math:

$$\left(\text{Dann ist } W^{\nearrow} = \int_{V_A}^{V_C} p dV = \int_{V_A}^{V_C} p dV + \underbrace{\int_{V_B}^{V_A} p dV}_{<0} = \underbrace{\int_{V_A}^{V_C} p dV}_{\textcircled{1}} - \underbrace{\int_{V_A}^{V_B} p dV}_{\textcircled{2}} > 0 \text{ da } \textcircled{2} < \textcircled{1} \text{ (Fläche im pV-Diagramm!)} \right)$$

b) $pV = \tilde{n}RT$

$$T_A = \frac{P_A V_A}{\tilde{n}R} \cong 55 \text{ K}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{\tilde{n}R} = 3 \cdot \frac{P_A V_A}{\tilde{n}R} \cong 160 \text{ K}$$

$$\textcircled{T_C} = \frac{P_C V_C}{\tilde{n}R} = \frac{3P_A 3V_A}{\tilde{n}R} = 9 \cdot \frac{4.15 \times 10^5 \text{ Pa} \times 0.001 \text{ m}^3}{0.9 \text{ mol} \times 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \cong \underline{\underline{500 \text{ K}}}$$

am größten

} brauchen für später.

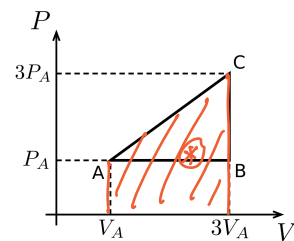
c) $\eta = \frac{\sum W^{\nearrow}}{\sum Q^{\leftarrow}}$ $\leftarrow$ abgegebene Volumenarbeit
 $\leftarrow$ Wärme, die zugeführt wird ($Q_i^{\leftarrow} > 0$)

$$\begin{aligned}
\Sigma W^{\uparrow} &= W_{A \rightarrow C}^{\uparrow} + W_{C \rightarrow B}^{\uparrow} + W_{B \rightarrow A}^{\uparrow} \\
&= \underbrace{\int_A^C p dV}_{\text{linear}} + \underbrace{\int_B^A p dV}_{\text{isobar}} \\
&= \frac{P_A + P_C}{2} \cdot (V_C - V_A) + P_A \cdot (V_A - V_B) \\
&= \frac{P_A + 3P_A}{2} \cdot (3V_A - V_A) + P_A \cdot (V_A - 3V_A) = 4P_A V_A - 2P_A V_A = 2P_A V_A
\end{aligned}$$

$$\Sigma Q^{\leftarrow} = Q_{A \rightarrow C}^{\leftarrow} \quad (Q_{C \rightarrow B}^{\leftarrow} < 0 \text{ und } Q_{B \rightarrow A}^{\leftarrow} < 0 \rightarrow \text{Wärme wird in diesen Prozessen abgegeben.})$$

⚠ Für die Berechnung vom Wirkungsgrad nur die Wärme die zugeführt wird (d.h. $Q^{\leftarrow} > 0$) berücksichtigen!)

$$\begin{aligned}
&= \Delta U_{A \rightarrow C} - W_{A \rightarrow C}^{\leftarrow} \quad / \text{ lineare Zustandsänderung} \\
&= \frac{f}{2} \tilde{n} R \Delta T + \underbrace{\int_A^C p dV}_{\text{Fläche hier } \otimes} \quad / f=3
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{3}{2} \tilde{n} R (T_C - T_A) + \frac{P_A + P_C}{2} \cdot (V_C - V_A) \quad / T = \frac{pV}{\tilde{n}R} \\
&= \frac{3}{2} (p_C V_C - p_A V_A) + 4P_A V_A \\
&= \frac{3}{2} \cdot (9P_A V_A - P_A V_A) + 4P_A V_A \\
&= 16P_A V_A
\end{aligned}$$

$$\rightarrow \eta = \frac{\Sigma W^{\uparrow}}{\Sigma Q^{\leftarrow}} = \frac{2P_A V_A}{16P_A V_A} = \frac{1}{8} = \underline{\underline{12,5\%}}$$

$$\begin{aligned}
d) \quad \Delta S_{C \rightarrow B} &= \int_{C \rightarrow B} \frac{\delta Q}{T} = \int_{C \rightarrow B} \frac{dU - p dV}{T} \quad \otimes \int_{C \rightarrow B} \frac{dU}{T} = \int_{T_C}^{T_B} \frac{\frac{f}{2} \tilde{n} R}{T} dT \quad \otimes \text{ isochor} \rightarrow dV=0 \\
&= \tilde{n} c_V \ln\left(\frac{T_B}{T_C}\right) = \tilde{n} \cdot \frac{f}{2} R \ln\left(\frac{T_B}{T_C}\right) = \frac{3}{2} \tilde{n} R \ln\left(\frac{T_B}{3T_B}\right) = \frac{3}{2} \tilde{n} R \ln\left(\frac{1}{3}\right) \\
&\approx \underline{\underline{-12,33 \frac{J}{K}}}
\end{aligned}$$

Aufgabe 5:

Relativitätstheorie $\Rightarrow$ nicht mehr Stoff von Physik 1 ! :)