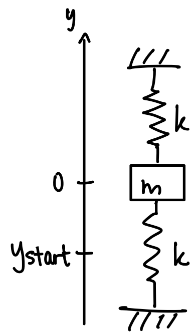
Disclaimer: Diese Bearbeitung der Prüfung ist ein Lösungsvorschlag.
Es besteht keine Garantie auf Korrektheit!

Bitte schreibe mir eine E-Mail falls du einen Fehler bemerkst:

ldewindt@ethz.ch

Lina De Windt

Aufgabe 1

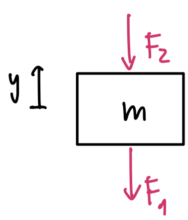


$y=0$ ist die Ruhelage

Ausgelenkt in eine Lage $y_{start} < 0 = y(t=0)$ (Anfangsbedingung ①)

a) Da sich das System bei $y=0$ im Gleichgewicht befindet, können wir die Gewichtskraft vernachlässigen (geht immer, für Interessierte siehe Herleitung im PVK-Skript)

Schritt 1: Freischnitt:



wobei $F_1 = k \cdot y = F_2$ (Federgesetz, wie kennengelernt in TechMech)

Schritt 2: Differenzialgleichung aufstellen:

$$m\ddot{y} = \sum_i F_i = -F_1 - F_2 = -2ky$$ (Newton's Bewegungsgesetz, wie kennengelernt in TechMech)

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{m\ddot{y} + 2ky = 0}}$$

alles was abhängig ist von der gesuchten Grösse (hier y) auf die linke Seite bringen.

b) Zum Zeitpunkt $t=0$ passiert die Masse zum 1. Mal nach dem loslassen die Ruhelage ($y=0$).

D.h. die Anfangsbedingungen sind: → Wir brauchen diese um die Aufgabe lösen zu können!!

$$\begin{cases} y(t=0) = 0 & \text{Position zum Zeitpunkt } t=0 \\ \dot{y}(t=0) = v_0 & \text{Geschwindigkeit zum Zeitpunkt } t=0 \end{cases}$$

Ist (noch) nicht bekannt!

v_0 bestimmen: $\Rightarrow$ Wir haben $E_{kin,max} \stackrel{!}{=} E_{pot,max}$

(Weil bei $y=0$ (GGW) ist $E_{pot}=0$, $E_{kin}=E_{kin,max}$. Analog gilt bei $y=y_{start}$ $E_{kin}=0$, $E_{pot}=E_{pot,max}$. Dh. bei $y=y_{start}$ ist $E=E_{kin}+E_{pot}=E_{pot,max}$ und bei $y=0$ ist $E=E_{kin}+E_{pot}=E_{kin,max}$. Aber wegen Energieerhaltungssatz gilt $E=$ konstant $\forall t$. (In dieser Aufgabe werden alle Reibungskräfte vernachlässigt!). Folglich haben wir: $E(\text{bei } y=0)=E_{kin,max} \overset{!}{=} E(\text{bei } y=y_{start})=E_{pot,max}$.)

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{1}{2}mv_0^2}_{\text{maximale kinetische Energie der Masse}} = \underbrace{\frac{1}{2}\cdot 2k\cdot y_{start}^2}$$

maximale kinetische Energie der Masse ist bei $y=0 \Rightarrow$ bei $v=v_0$

$E_{pot,max}$ ist bei maximaler Ausdehnung der Feder, dh. bei $y=y_{start}$.

potentielle Energie einer Feder $=\frac{1}{2}F_F\cdot s$

wobei F_F = Federkraft

s = Dehnung der Feder aus der Ruhelage

$\rightarrow$ & hier sind es 2 Feder, also $\times 2$.

Gleichung auflösen: $v_0^2=\frac{2k}{m}y_{start}^2 \Rightarrow v_0=\sqrt{\frac{2k}{m}}\,y_{start}$

nehme nur die $\oplus\sqrt{\ldots}$ sonst macht es phys. keinen Sinn.

Folglich haben wir die Anfangsbedingungen:

$$\begin{cases} y(t=0)=0 \\ \dot{y}(t=0)=\sqrt{\frac{2k}{m}}\,y_{start} \end{cases}$$

DGL aus a): $m\ddot{y}+2ky=0 \quad /\div m$ (die Ableitung höchster Ordnung koeffizientenfrei machen)

$$\Leftrightarrow \ddot{y}+\underbrace{\frac{2k}{m}}_{:=\omega_0^2}y=0$$

(Wie in TechMech / Skript gesehen, ist bei dieser Form von DGL der Koeffizient von y (gesuchte Fkt. ohne Ableitung) gleich ω_0^2 (Kreisfrequenz der Schwingung im Quadrat).

$$\Rightarrow \omega_0=\sqrt{\frac{2k}{m}}$$

Wieder $\oplus\sqrt{\ldots}$ nehmen, da eine negative Kreisfrequenz phys. keinen Sinn ergibt!

Wir haben den Ansatz $y(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$ erhalten.

Wie oben überlegt, ist $\omega=\omega_0=\underline{\underline{\sqrt{\frac{2k}{m}}}}$.

Um A und φ zu bestimmen, verwenden wir die Anfangsbedingungen:

$$y(t=0)=A\cos(\varphi)\overset{!}{=}0$$

$\Rightarrow$ 2 Möglichkeiten: $A=0$ oder $\cos(\varphi)=0$

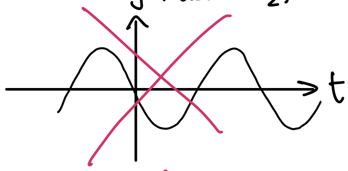
$\underline{A=0}$ $\Rightarrow$ wir erhalten die triviale Lösung $y(t)=0$ ↯
(Wir suchen nicht nach der trivialen Lösung, denn das wäre viel zu langweilig!)

$\underline{\cos(\varphi)=0} \Rightarrow \varphi = k\cdot\frac{\pi}{2}$, $k=2n+1$, $n\in\mathbb{N}$

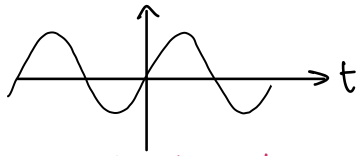
Nach Aufgabenstellung soll $\varphi\in[0,2\pi)$ sein $\Rightarrow \varphi=\frac{\pi}{2} \vee \frac{3\pi}{2}$

$\Rightarrow$ Plotten:

$\varphi=\frac{\pi}{2}$: $y=A\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})$



$\varphi=\frac{3\pi}{2}$ $y=A\cos(\omega t+\frac{3\pi}{2})$



$\hookrightarrow$ falsch, da die Masse nach unten ausgelenkt wird und anschliessend losgelassen wird: Bei $t=0$ bewegt sich die Masse nach oben!

$$\Rightarrow \underline{\underline{\varphi=\frac{3\pi}{2}}}$$

$$\dot{y}(t=0) = \left.\left(A\cos(\omega t+\varphi)\right)^{\bullet}\right|_{t=0} = -\omega A\sin(\omega t+\varphi)\Big|_{t=0} = -\omega A\sin(\varphi) \underset{\varphi=\frac{3\pi}{2}}{=} \omega A \overset{!}{=} v_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}\,y_{start}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}\,y_{start}}{\omega} \underset{\omega=\sqrt{\frac{2k}{m}}}{=} y_{start}$$

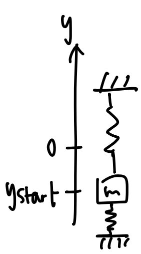
Nach Aufgabenstellung soll $A>0$ sein $\Rightarrow \underline{\underline{A=-y_{start}}}$ (da $y_{start}<0$)

Somit erhalten wir: $y(t) = -y_{start}\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t+\frac{3\pi}{2}\right) \underset{\cos(x+\frac{3\pi}{2})=\sin(x)}{=} \underline{\underline{-y_{start}\sin\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\,t\right)}}$

c) Gesamtenergie: $E=E_{kin}+E_{pot}$ $\forall t$.

Berechne Gesamtenergie bei $\underline{y=y_{start}}$:

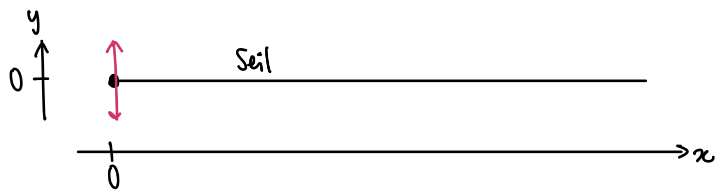
Hier ist E_{pot} maximal und $E_{kin}=0$



$$\Rightarrow E = E_{kin}+E_{pot} = 0+\frac{1}{2}\cdot 2k y_{start}^2 = \underline{\underline{k y_{start}^2}}$$

Zeitunabhängig!!

d) Wichtige Infos aus Aufgabenstellung



Spannkraft F

lineare Dichte $\mu = 0{,}09\ \mathrm{kg/m}$

periodische Auslenkung bei $x=0$ ab $t=0$ gemäss $y(0,t) = A\sin(2\pi f t)$, $t \geq 0$

mit $f = 2{,}5\ \mathrm{Hz}$ und $A>0$, keine Reflexionen.

Bei $x = 10\,\mathrm{m}$ zum Zeitpkt. $t = 0.3\,\mathrm{s}$ die 1. Auslenkung. F?

Strecke die von Welle hinterlegt wurde

$\Rightarrow$ Wir haben $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{10}{0.3}\ \mathrm{m/s}$

Zeit die die Welle dafür gebraucht hat

Und bei Seilwellen gilt: $v = \sqrt{\dfrac{F}{\rho}}$ ← Seilspannung, ← Seildichte

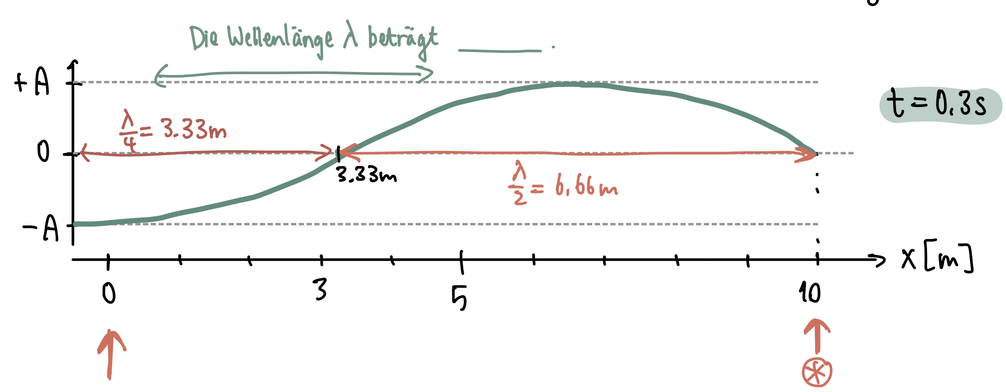
$$\Leftrightarrow F = \rho \cdot v^2 = \rho\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 = 0{,}09\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}\left(\frac{10}{0.3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = \underline{\underline{100\ \mathrm{N}}}$$

e) $y(x,t)$ zum Zeitpunkt $t = 0.3\,\mathrm{s}$ für $x \in [0, 10\,\mathrm{m}]$ Bei $x=0$: $y(0,t) = A\sin(2\pi f t)$

1) Wellenlänge bestimmen:

Wir verwenden die Formel $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{\sqrt{\frac{F}{\rho}}}{f} = \dfrac{\sqrt{\frac{100\mathrm{N}}{0{,}09\,\mathrm{kg/m}}}}{2{,}5\ \mathrm{Hz}} = 13{,}33\ \mathrm{m}$

⊛ → Bei $t = 0.3\,\mathrm{s}$ haben wir an den Stelle $x = 10\,\mathrm{m}$ die 1. Auslenkung

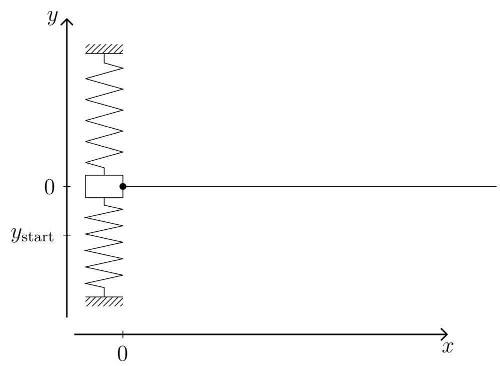


Bei $x=0$ haben wir zum Zeitpkt. $t = 0.3\,\mathrm{s}$

$$y(0, t=0.3\,\mathrm{s}) = A\sin(2\pi f \cdot 0.3\,\mathrm{s}) = A\sin\left(2\pi \cdot \frac{25}{10} \cdot \frac{3}{10}\right) = A\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) = -A$$

in RAD!

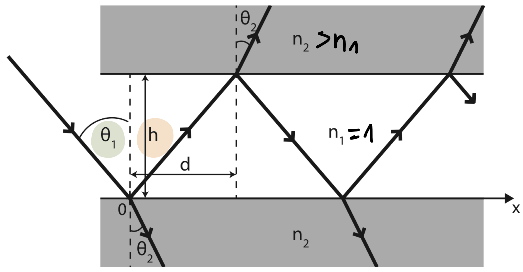
f) Kombination der beiden Anordnungen:



Wie verändert sich die Lösung aus c) (Gesamtenergie des Oszillators $E = k y_{start}^2$) ?

$\Rightarrow$ Gar nicht. Die Gesamtenergie bleibt unverändert, da diese nur von der anfänglichen Auslenkung abhängt, welche hier nicht verändert wird. Die anfangs eingeführte potentielle Energie bestimmt die Gesamtenergie und bleibt erhalten (da Reibungsverluste vernachlässigt werden).

Aufgabe 2: **Reflexionen zwischen zwei Glasplatten** [$\sum 9.5$]
Ein Lichtstrahl fällt mit einem Winkel θ_1 zur Vertikalen zwischen zwei Glasplatten ein, siehe Abb. 4.



R= reflektierter Anteil
T= transmittierter Anteil

a) Snellsches Brechungsgesetz: $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n} \iff \sin\theta_t = \frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\theta_i$

$$\iff \theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(\theta_1)\right)$$

Werte einsetzen: $\theta_2 = 28{,}1°$

b) Totalreflexion: Wir haben $\sin(\theta_2) = \sin(\theta_1)\cdot\frac{n_1}{n_2}$

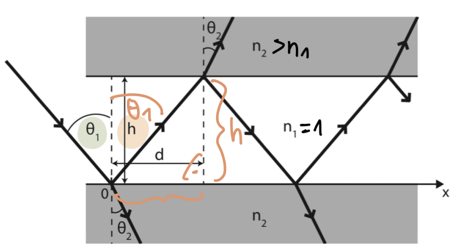
Wenn $\sin(\theta_1)\frac{n_1}{n_2} > 1$, haben wir Totalreflexion

(da $\sin(\theta_2) \in [-1,1] \Rightarrow \sin\theta_2 = \sin(\theta_1)\cdot\frac{n_1}{n_2} > 1$ mathematisch nicht möglich)

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{n_1}{n_2}}_{<1,\ \text{da } n_2>n_1} \underbrace{\sin(\theta_1)}_{\in[-1,1]} > 1 \quad \text{ist nicht möglich!}$$

Folglich existiert hier kein Winkel θ_1 unter dem Totalreflexion stattfindet.

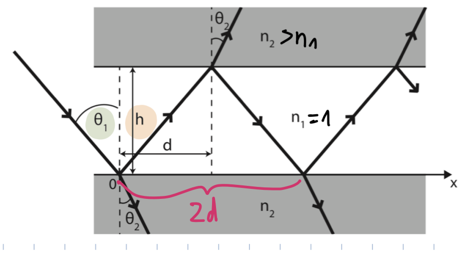
c)



$\tan(\theta_1) = \frac{d}{h} \iff d = h\cdot\tan(\theta_1)$

Werte einsetzen: $d = 15\text{ cm}$

d) $x_2 = 2d$



Die ursprüngliche Lichtleistung sei P

für $x_2 = 2d$ wurde die Lichtleistung 2x reflektiert. Bei jeder Reflexion wird nur ein Anteil R der Lichtleistung reflektiert (D.h. $P_{\text{nach Reflexion}} = R \cdot P_{\text{vor Reflexion}}$)

$$\Rightarrow P(\text{bei } x_2 = 2d) = R \cdot R \cdot P = \underline{\underline{R^2 P}}$$

analog für $x_n = n \cdot d$ $\Rightarrow$ Licht wurde n mal reflektiert

$$\Rightarrow P(\text{bei } x_n = nd) = \underline{\underline{R^n \cdot P}}$$

In dB (Achtung in Physik $10 \cdot \log_{10}(\ldots)$ benutzen für dB-Umwandlung)

$$\Rightarrow \text{Leistung}_{x_2} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{R^2 P}{P}\right) = 10 \cdot \log_{10}(R^2) = \underline{\underline{20 \log_{10}(R) \text{ dB}}}$$

Verhältnis!

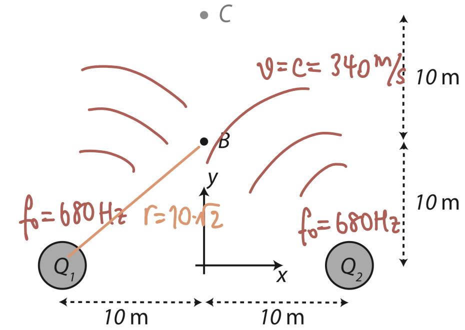
$$\Rightarrow \text{Leistung}_{x_n} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{R^n P}{P}\right) = 10 \cdot \log_{10}(R^n) = \underline{\underline{n \cdot 10 \cdot \log_{10}(R) \text{ dB}}}$$

e) $$\text{Leistung}_{x_n} = n \cdot 10 \cdot \log_{10}(R) = n \cdot \underbrace{10 \log_{10}(10^{-1})}_{= -10 \text{ dB}} \overset{!}{=} -60 \text{ dB}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{60}{10} = 6$$

$\Rightarrow$ Nach einer Distanz von $\underline{\underline{6 \cdot d}}$ ist die Lichtleistung um -60 dB abgefallen.

Aufgabe 3:



a) Q_1 ein, Q_2 aus. $P = 50\,\mathrm{W}$

$$P = \int I\,dA \cong I \cdot A \iff I = \frac{P}{A}$$

I konstant über Fläche

$A =$ (Kugeloberfläche um Quelle)

$= 4\pi r^2$

$$\Rightarrow I \cong \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{50}{4\pi(10\sqrt{2})^2}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} =$$

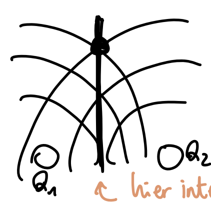
$$= \frac{50}{4\pi \cdot 200}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = \frac{1}{16\pi}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \cong 20\ \frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{m}^2}$$

(a) Zunächst sei lediglich der linke Lautsprecher Q_1 eingeschaltet und sende eine Schallleistung von $P = 50\,\mathrm{W}$ aus. Mit welcher Intensität I nimmt der Beobachter am Punkt B den Schall wahr?

- ☐ ungefähr 5 $\frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{m}^2}$
- ☐ ungefähr 10 $\frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{m}^2}$
- ☒ ungefähr 20 $\frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{m}^2}$
- ☐ ungefähr 40 $\frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{m}^2}$
- ☐ ungefähr 80 $\frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{m}^2}$
- ☐ ungefähr 160 $\frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{m}^2}$

b) Die Wellen interferieren <u>konstruktiv</u>

Aber: Man kann nicht die Leistung der Wellen einfach addieren!



hier interferiert es konstruktiv, wenn sie die gleiche Phase haben (was hier der Fall ist!)

Sondern: Man muss die <u>Amplituden</u> addieren (Weil: bei Interferenz werden die Wellengleichungen addiert → ergo die Amplituden werden addiert wenn die Phasen gleich sind)

und dann die Leistung der neuen Gesamtamplitude (bzw Gesamtwelle) bestimmen.

$$\Rightarrow \text{Leistung} \propto (\text{Amplitude})^2$$

$$\Rightarrow \frac{P}{4} \propto \left(\frac{A}{2}\right)^2$$

Amplitude von Welle aus Q_2

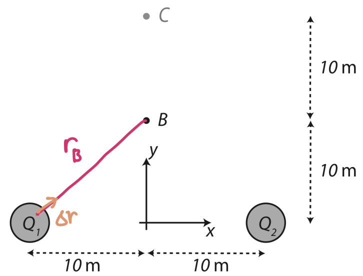
$$\Rightarrow A_{tot} = A_{Q_1} + A_{Q_2} = A + \frac{A}{2} = \frac{3}{2} A$$

$$\Rightarrow P_{ges} \propto (A_{tot})^2 \propto \frac{9}{4} A^2 \propto \frac{9}{4} P$$

- ☐ Faktor 1 (Die Intensität bleibt gleich)
- ☐ Faktor 3/2
- ☐ Faktor $\sqrt{3/2}$
- ☒ Faktor 9/4
- ☐ Faktor 2

c) Q_2 : $P = 50\,W$, $I = 0 \Rightarrow \xi_{tot} = 0$ bei $r = r_B$ $\quad A_{Q_1} = A_{Q_2}$ da beide haben gleiche P.

Destruktive Interferenz: bei $x = x_B$: $A\cdot\cos(\omega t + kr_B) \overset{!}{=} A\cdot\cos(\omega t + kr_B + \varphi)$



Quelle wird verschoben
$\Rightarrow$ es entsteht eine Phase ! Diese wollen wir bestimmen:

$$\Leftrightarrow A\cdot(\cos(\omega t + kr_B) + \cos(\omega t + kr_B + \varphi))$$

$$\Leftrightarrow \cos(\omega t + kr_B) \overset{!}{=} -\cos(\omega t + kr_B + \varphi)$$

Wir wollen die kleinstmögliche (positive) Phasenverschiebung (für die kleinstmögliche Verschiebungsstrecke)

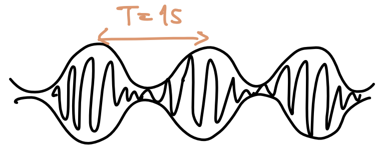
$$\Rightarrow \varphi = \pi$$

Ausserdem ist $\underset{\text{gesuchte Strecke}}{\varphi = k\cdot\Delta r} \Leftrightarrow \Delta r = \frac{\varphi}{k} \underset{k = \frac{\omega}{c}}{=} \frac{\varphi c}{\omega} = \frac{\cancel{\pi} c}{2\cancel{\pi} f} = \frac{c}{2f} = \underline{\underline{0{,}25\,m}}$

- ☒ 25 cm
- ☐ 50 cm
- ☐ 1.0 m
- ☐ 1.5 m
- ☐ 8 m

d) Q_2 hat neu die Frequenz f_2

$\Rightarrow$ Es tritt Schwebung ein:



$\Rightarrow$ Die Schwebungsfrequenz ist $f_s = |f_1 - f_2| \overset{!}{=} f = \frac{1}{T} = 1\,Hz$

das was wir wahrnehmen! (=Intensität $\propto A^2(t)$)!

$$\Leftrightarrow \quad |f_1 - f_2| = 1\,Hz$$

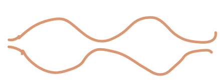
$$\Leftrightarrow f_1 - f_2 = -1\,Hz \quad (\text{da } f_2 > f_1 \text{ laut Aufgabenstellung})$$

$$\Leftrightarrow f_2 = f_1 + 1\,Hz = 680\,Hz + 1\,Hz = \underline{\underline{681\,Hz}}$$

- ☐ 680.5 Hz
- ☒ 681 Hz
- ☐ 682 Hz
- ☐ 684 Hz

Erinnerung: Bei der Schwebung hat die Wellenfunktion die Form

$$\xi(t) = \underbrace{2A\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)}_{\text{Umhüllende der Schwebung}}\cdot\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$$



$\rightarrow$ diese hat die Kreisfrequenz $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$.

Aber! Das menschliche Ohr nimmt die Intensität wahr! Und Intensität $\propto \xi^2(t)$.

$$\Rightarrow I \propto \xi^2(t) = \underbrace{4A^2\cos^2\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)}_{\text{Umhüllende } (\hat{=} \text{ die Lautstärkenänderung die wir hören})}\cdot\cos^2\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$$

$$\Rightarrow 4A^2\cos^2\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right) \overset{\text{ein bisschen Trigo}}{=} 2A^2\cdot\left[1+\cos((\omega_1-\omega_2)t)\right] = 2A^2\cdot\left[1+\cos\left(2\pi\underbrace{(f_1-f_2)}_{\text{Schwebungsfrequenz}}t\right)\right]$$

Man kann auch das nehmen, aber dann aufpassen:

$$\omega_s = |\omega_1-\omega_2| \overset{!}{=} 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad /\div 2\pi$$

Frequenz die man hört

$$\Leftrightarrow \frac{\omega_s}{2\pi} = \left|\frac{\omega_1}{2\pi}-\frac{\omega_2}{2\pi}\right| \overset{!}{=} f$$

$$\Leftrightarrow f_s = |f_1-f_2| \overset{!}{=} f$$ (gleich wie vorher :))

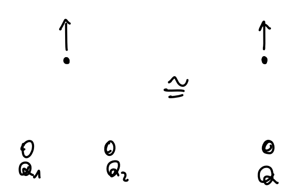
e) Aus Zusammenfassung haben wir:

Tabelle: Gleichungen für f_E:

E \ Q	Q in Ruhe	Q nähert sich E	Q entfernt sich von E
E in Ruhe	$f_E = f_Q$	$f_Q\cdot\frac{c_s}{c_s-v_Q}$	$f_Q\cdot\frac{c_s}{c_s+v_Q}$
E nähert sich Q	$f_Q\cdot\frac{c_s+v_E}{c_s}$	$f_Q\cdot\frac{c_s+v_E}{c_s-v_Q}$	$f_Q\cdot\frac{c_s+v_E}{c_s+v_Q}$
E entfernt sich von Q	$f_Q\cdot\frac{c_s-v_E}{c_s}$	$f_Q\cdot\frac{c_s-v_E}{c_s-v_Q}$	$f_Q\cdot\frac{c_s-v_E}{c_s+v_Q}$

Wir haben diesen Fall!

Der Empfänger geht ungefähr "gerade" von der Quelle weg



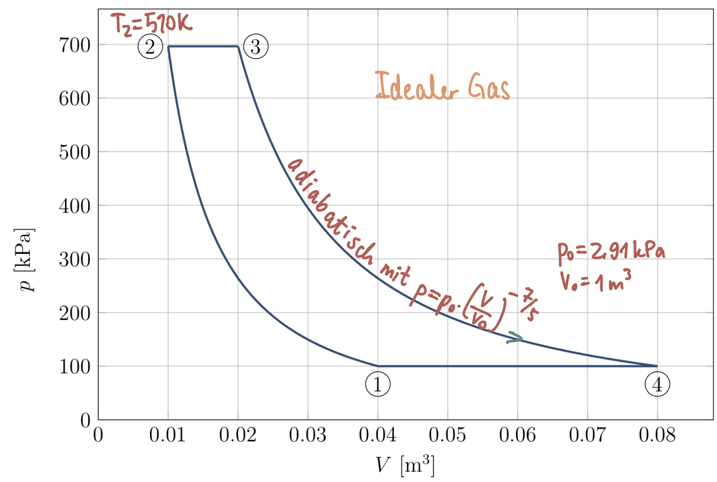
$$f_E = f_Q\cdot\frac{c_s-v_E}{c_s} = 680\,\text{Hz}\cdot\frac{340\,\text{m/s}-3.4\,\text{m/s}}{340\,\text{m/s}} = 673.2\,\text{Hz}$$

kleinere Frequenz → macht Sinn ✓

$$\Delta f = f_0 - f_E = 680\,\text{Hz} - 673.2\,\text{Hz} = 6.8\,\text{Hz}$$

- ☐ ungefähr 0.6 Hz kleiner als f_0
- ☒ ungefähr 6 Hz kleiner als f_0
- ☐ ungefähr 60 Hz kleiner als f_0
- ☐ ungefähr 0.6 Hz grösser als f_0
- ☐ ungefähr 6 Hz grösser als f_0
- ☐ ungefähr 60 Hz grösser als f_0

Aufgabe 4:



a) Wir haben: $pV = \tilde{n}RT$ für ideale Gase.

$\tilde{n}$: gesucht!

Im Zustand ② haben wir: $T = 510\,K$, $\underbrace{V = 0{,}01\,m^3, \quad p = 700\,kPa}_{\text{aus Graph ablesen!}}$

$$\Rightarrow \tilde{n} = \frac{pV}{RT} = \frac{700 \times 10^3\,Pa \times 0{,}01\,m^3}{8{,}314\,J/_{mol \cdot K} \times 510\,K} = \underline{\underline{1{,}65\,mol}}$$

b) Wir haben die Poisson-Gleichung für den adiabatischen Prozess ③ → ④.

$$p = p_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^{-\frac{7}{5}}$$

Allgemein haben wir für adiabatische Prozesse $p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$ mit γ = Adiabatenkoeffizient.

Koeffizientenvergleich gibt uns $\gamma = \frac{7}{5} \stackrel{!}{=} \frac{f+2}{f}$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{f = 5}}$ (Freiheitsgrad)

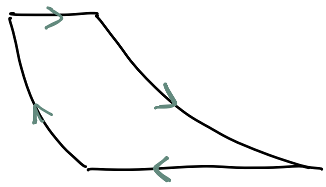
Def. von γ

$\Rightarrow$ Es sind $\underline{\underline{\text{2 Atome}}}$ pro Gasmolekül. (Why siehe Z.F. oder Skript).

c) Arbeit, die "weggeht" von Maschine

$$\Delta W_{34} \stackrel{\text{Z.F.}}{=} -\tilde{n} c_v \Delta T = -\frac{p_4 V_4 - p_3 V_3}{\gamma - 1} = \frac{p_3 V_3 - p_4 V_4}{\gamma - 1} \stackrel{\text{aus Graph ablesen}}{=} \frac{700\,kPa \cdot 0{,}02\,m^3 - 100\,kPa \cdot 0{,}08\,m^3}{\frac{7}{5} - 1} =$$

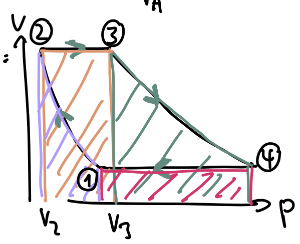
$$\Delta W_{34} = \underline{\underline{15\,kJ}}$$

d) 

$W^{\nearrow} \overset{?}{\gtrless} 0$

Die im Uhrzeigersinn umschlossene Fläche im pV-Diagramm entspricht der vom Gas an der Umgebung verrichteten Arbeit.

$$W^{\swarrow} = -\int_{V_A}^{V_E} p\,dV \Rightarrow W^{\nearrow} = \int_{V_A}^{V_E} p\,dV$$

im Uhrzeigersinn: 

$$W_{tot}^{\nearrow} = W_{23}^{\nearrow} + W_{34}^{\nearrow} + \underbrace{W_{41}}_{<0} + \underbrace{W_{12}}_{<0}$$

$$= W_{23}^{\nearrow} + W_{34}^{\nearrow} - \underbrace{W_{14}^{\nearrow}}_{>0} - \underbrace{W_{21}^{\nearrow}}_{>0} > 0$$

Der Umlauf ①→②→③→④ entspricht einem Umlauf im Uhrzeigersinn.

Folglich ist die Arbeit, die das Gas an der Umgebung verrichtet, <u>positiv</u>.

e) T_3? ⇒ Von ② nach ③ haben wir einen isobaren Prozess (d.h. p konstant).

Wir verwenden Gay Lussac: $V = c_p \cdot T$

Bezeichnung dafür, dass p konstant ist.

$$\Rightarrow V_2 = c_p T_2 \quad , \quad V_3 = c_p T_3$$

$$\Leftrightarrow c_p = \frac{V_2}{T_2} \overset{!}{=} \frac{V_3}{T_3}$$

$$\Leftrightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_2} \cdot T_2 = \frac{0{,}02\,m^3}{0{,}01\,m^3} \cdot 510\,K = \underline{\underline{1020\,K}}$$

f) $\Delta Q_{23}^{\swarrow}$ (② → ③) ⇒ isobarer Prozess (d.h. p konstant).

$$\Delta Q_{23}^{\swarrow} = \tilde{n} \cdot c_p \cdot \Delta T = \tilde{n} \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)$$

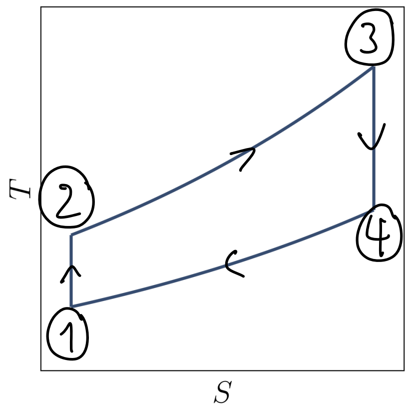
Wärmekapazität! (passt auf mit den c_p's: wann ist es die Wärmekapazität, wann die Bezeichnung dafür, dass p konstant ist.
(Das haben die Physiker wirklich dumm definiert! :( ))

$\Rightarrow$ d.h. das c_p hier hat mit c_p aus e) nichts zu tun !!

$$c_p = \frac{f+2}{2} \cdot R = \frac{7}{2} R$$

$$\therefore \Delta Q_{23} = 1.65\,\text{mol} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (1020\,\text{K} - 510\,\text{K}) = \underline{\underline{24{,}5\,\text{kJ}}}.$$

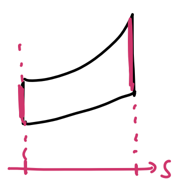
g)



$\rightarrow$ ST- Diagramm

1) Bei adiabatischen Prozessen ändert sich die Entropie <u>nicht</u>

$\Rightarrow$



1 $\rightarrow$ 2 und 3 $\rightarrow$ 4 entsprechen den vertikalen Abschnitten im ST-Diagramm

2) Wir haben $T_2 = 510\,\text{K}$

$T_3 = 1020\,\text{K}$

$\rightarrow$ Wir berechnen T_1 und T_4 :

T_4 : (3 $\rightarrow$ 4 ist adiabatisch) $\Rightarrow$ Poisson-Gleichung verwenden:

$$T_3 V_3^{\gamma-1} \overset{!}{=} T_4 V_4^{\gamma-1}$$

$$\leftrightarrow T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} = 1020\,\text{K} \cdot \left(\frac{0{,}02\,\text{m}^3}{0{,}08\,\text{m}^3}\right)^{\frac{7}{5}-1} = 585{,}8\,\text{K}$$

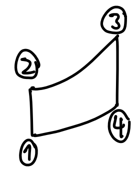
T_1 : von 4 $\rightarrow$ 1 haben wir einen isobaren prozess

$\rightarrow$ Verwende Gay-Lussac:

$$V_1 = c_p T_1 \quad , \quad V_4 = c_p T_4$$

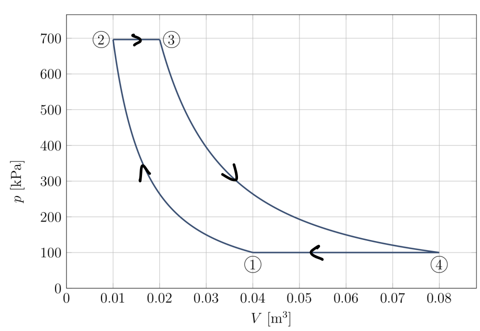
$$\Rightarrow c_p = \frac{V_1}{T_1} \stackrel{!}{=} \frac{V_4}{T_4} \quad \Leftrightarrow \quad T_1 = \frac{V_1}{V_4}\cdot T_4 = \frac{0{,}04\,m^3}{0{,}08\,m^3}\cdot 585{,}8\,K = 292{,}9\,K$$

Wir sehen, dass $T_1 < T_2 < T_4 < T_3$

$\Rightarrow$ d.h., zusammen mit 1) ist nur  möglich. //

h) ④ → ① : $\Delta Q_{41}^{\nearrow} = 1.4\times10^4\,J$ aus Maschine entzogen.

$\Rightarrow$ Kühlwasser darf sich max. 5K erwärmen → Volumen pro Zyklus ?



$\Delta Q^{\swarrow}$ pro Zyklus berechnen

(Um so viel erwärmt sich die Maschine pro Zyklus)

③→④ und ①→② adiabatisch $\Rightarrow \Delta Q = 0$

$$\Delta Q_{tot}^{\swarrow} = \Delta Q_{23}^{\swarrow} + \Delta Q_{41}^{\swarrow} \underset{\text{isobar}}{=} \tilde{n} c_p (T_3 - T_2) - \overbrace{\Delta Q_{41}^{\nearrow}}^{= 1.4\times10^4 J}$$

$$= 1{,}65\,mol\cdot\frac{7}{2}R(1020\,K - 510\,K) - 1{,}4\times10^4\,J$$

$$\cong 10{,}5\,kJ \stackrel{!}{\le} \underbrace{m_{Wasser}}_{\text{gesucht}}\cdot\underbrace{c_{Wasser}}_{\text{Zusammenfassung}}\cdot\underbrace{\Delta T}_{5K}$$

$$\Leftrightarrow m_{Wasser} \ge \frac{\Delta Q_{tot}^{\swarrow}}{c_W\cdot\Delta T} = \frac{10{,}5\,kJ}{4.182\times10^3 \frac{J}{kg\cdot K}\cdot 5\,K} = 0{,}502\,kg$$

(1 kg Wasser = 1 L Wasser) $\Rightarrow V_{Wasser} = \underline{\underline{0{,}502\,L}}$