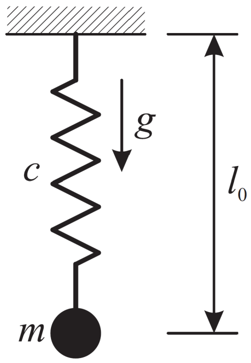
Technische Mechanik
151-0223-10

- **Übung 11** -

Dr. Paolo Tiso
Francesca Ferrara

14. December 2021

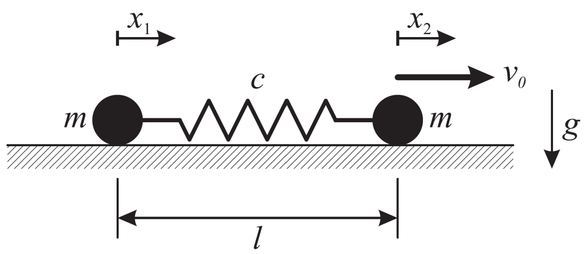
1. [1] Ein Massenpunkt (Masse m) hängt an einer Feder. Diese ist in vertikaler Lage am oberen Ende befestigt. Die Federkonstante ist c und die Feder besitzt die ungespannte Länge l_0 . Finde die Bewegung des Massenpunktes, wenn dieser bei ungespannter Feder aus der Ruhe losgelassen wird.



1. Nehmen Sie an, dass die Feder während der Bewegung vertikal bleibe und führen Sie in einer allgemeinen Lage die Kräfte am Massenpunkt ein.
2. Formulieren Sie das Newtonsche Bewegungsgesetz und finden Sie die Bewegungsdifferentialgleichung.
3. Formulieren Sie das Anfangswertproblem für die Bewegung des Massenpunktes.
4. Bestimmen Sie die Bewegung des Massenpunktes. Dieser führt eine Schwingung aus. Wie gross sind die Amplitude und die Kreisfrequenz dieser Schwingung?

[1] Aufgabe aus der Übungsserie 11 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

2. [2] Zwei Massenpunkte (Masse m) befinden sich auf einer reibungsfreien Horizontalebene und sind durch eine Feder (Federkonstante c, ungespannte Länge l) verbunden. Zur Zeit $t = 0$ (siehe Skizze) ist die Feder ungespannt, der linke Massenpunkt in Ruhe und der rechte Massenpunkt bewegt sich mit der Schnelligkeit v_0 .

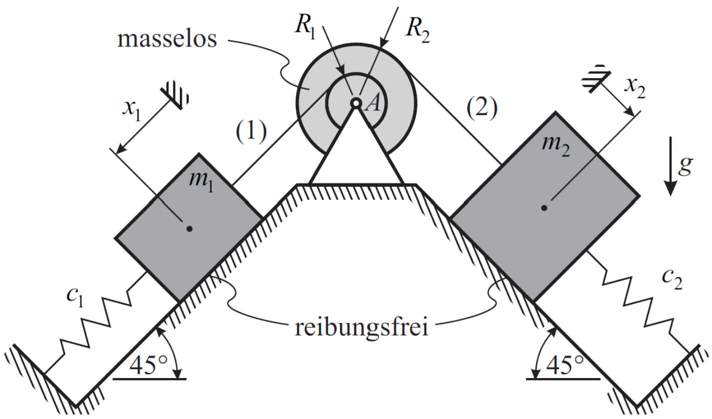


1. Formulieren Sie für beide Massen einzeln das Newtonsche Gesetz.
2. Bestimmen Sie die Bewegung der beiden Massenpunkte für die gegebenen Anfangsbedingungen.
3. Berechnen Sie die Federkraft in Funktion der Zeit.

Tipp: Die Bewegungsdifferentialgleichungen vereinfachen sich, wenn man die neuen Koordinaten $q_1 = x_1 + x_2$, $q_2 = x_2 - x_1$ *verwendet.*

[2]Aufgabe aus der Übungsserie 11 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

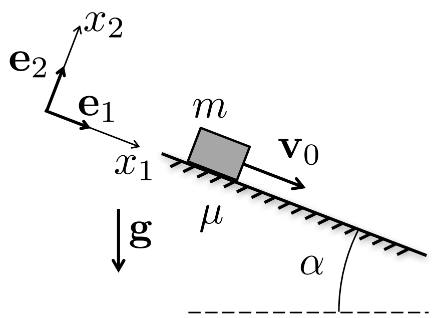
3. [3] Zwei Körper mit den Massen m_1 bzw. m_2 sind gemäss Skizze mit einem Seil über eine masselose Doppelrolle mit den Radien R_1 und R_2 verbunden. Beide Körper sind mittels zweier Federn mit den Federsteifigkeiten c_1 bzw. c_2 an einer Wand befestigt. Beide Körper gleiten reibungsfrei entlang zweier um 45° geneigter Ebenen. Die Federn seien im Anfangszustand ($x_1 = 0,\ x_2 = 0$) ungespannt.



1. Bestimmen Sie den Freiheitsgrad des Systems.
2. Schneiden Sie beide Körper und die Rolle frei und führen Sie alle wirkenden Kräfte ein.
3. Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen für die Rolle auf und bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen den Seilkräften in den Seilabschnitten (1) und (2).
4. Formulieren Sie die Beziehungen zwischen den Federkräften und den gegeben Koordinaten und stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen der beiden Körper bezüglich der gegebenen Koordinaten auf, ohne sie zu lösen.
5. Bestimmen Sie die kinematische Relation zwischen den Koordinaten x_1 und x_2.
6. Es gelten die Verhältnisse: $m_2/m_1 = 1/2$, $R_2/R_1 = 2$ und $c_2/c_1 = 2$. Eliminieren Sie alle unbekannten Kräfte aus den Gleichungen und reduzieren Sie das Gleichungssystem auf möglichst wenige Gleichungen.

[3] Aufgabe aus der Übungsserie 11 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

4. Ein Block der Masse m gleitet entlang einer rauen schiefen Ebene mit dem Gleitreibungskoeffizienten μ und dem Neigungswinkel α. Der Block erhält zum Zeitpunkt t_0 eine Anfangsgeschwindigkeit $\mathbf{v}_0$ in Richtung $\mathbf{e}_1$.



Wie viel Zeit t_s braucht der Block, um zu einem Halt zu kommen?

(a) $t_s = \dfrac{v_0}{g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)}$

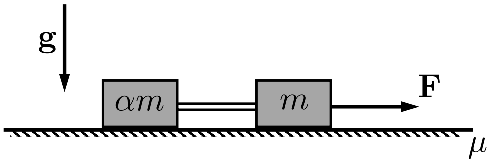
(b) $t_s = \dfrac{v_0}{g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}$

(c) $t_s = \dfrac{gv_0}{(\mu\sin\alpha - \cos\alpha)}$

(d) $t_s = \dfrac{v_0}{g(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}$

(e) $t_s = \dfrac{v_0^2}{g(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}$

5. Zwei Teilchen der Masse αm und m sind durch einen starren, masselosen Stab verbunden und werden durch eine konstante Kraft $\mathbf{F}$ aus der Ruhelage gezogen. Das System gleitet auf einer horizontalen, rauen Oberfläche mit dem Gleitreibungskoeffizienten μ. Die Schwerkraft wirkt nach unten. Bezeichnen Sie mit T den Betrag der Zugkraft im Stab während des Gleitens.



Für welchen Wert von α gilt $T = \frac{1}{3}F$?

(a) $\alpha = 3$

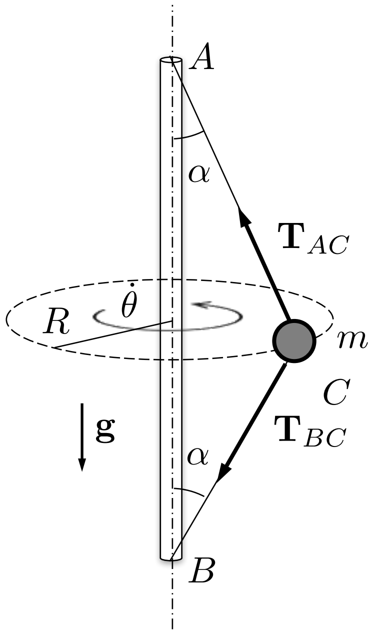
(b) $\alpha = \sqrt{2}$

(c) $\alpha = \dfrac{2}{3}$

(d) $\alpha = 1$

(e) $\alpha = \dfrac{1}{2}$

6. Die Seile AC und BC verbinden eine Kugel der Masse m mit einer senkrechten Welle, wie gezeigt. Die Schwerkraft wirkt nach unten. Wenn die Welle mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ rotiert, bewegt sich die Kugel auf einem horizontalen Kreis, wobei die Seile unter einem Winkel α zur Welle geneigt sind. Die Spannungen in den Seilen werden mit $\mathbf{T}_{AC}$ und $\mathbf{T}_{BC}$ bezeichnet.



Was ist der minimale Wert von $\dot{\theta}$, so dass das Seil BC entspannt wird (d.h. $|\mathbf{T}_{BC}| = 0$)?

(a) $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{4g}{3R}\cos^2\alpha}$

(b) $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{g}{R}\tan\alpha}$

(c) $\dot{\theta} = 0$

(d) $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{R}\sin\alpha}$

(e) $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g}{R}\cos\alpha}$