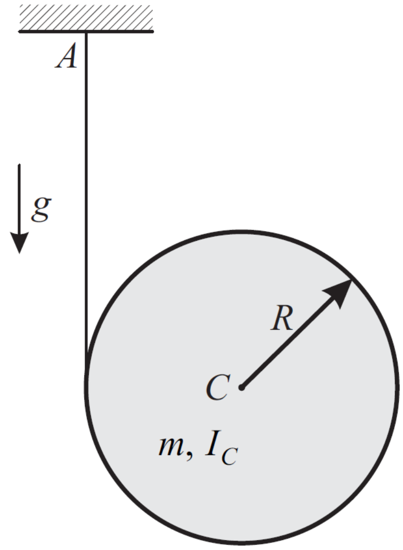
Technische Mechanik
151-0223-10

- **Übung 12** -

Dr. Paolo Tiso
Francesca Ferrara

21. December 2021

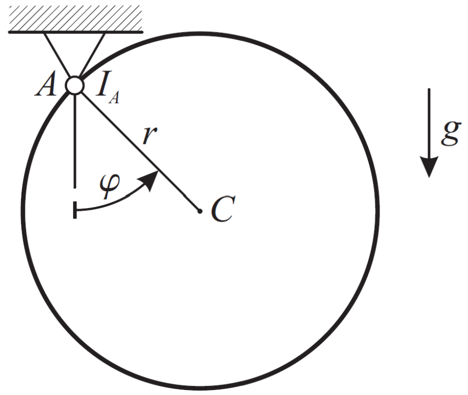
1. [1]Eine Jo-Jo-Spule (Masse m, Radius R, Trägheitsmoment in Achsenrichtung im Massenmittelpunkt $I_C = mR^2/2$) ist mit einem vertikalen Faden in A aufgehängt und wird zum Zeitpunkt $t = 0$ aus der Ruhe losgelassen. Die Spule ist mit genügend Faden umwickelt.



1. Stellen Sie alle zur Bestimmung der Bewegung und der Fadenkraft nötigen Gleichungen auf.
2. Bestimmen Sie die Bewegung und die Fadenkraft für die gegebenen Anfangsbedingungen.
3. Wie viel Zeit vergeht, bis die Spule um $10R$ gefallen ist?
4. Vergleichen Sie diese Zeit mit derjenigen für den freien Fall.

[1]Aufgabe aus der Übungsserie 13 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

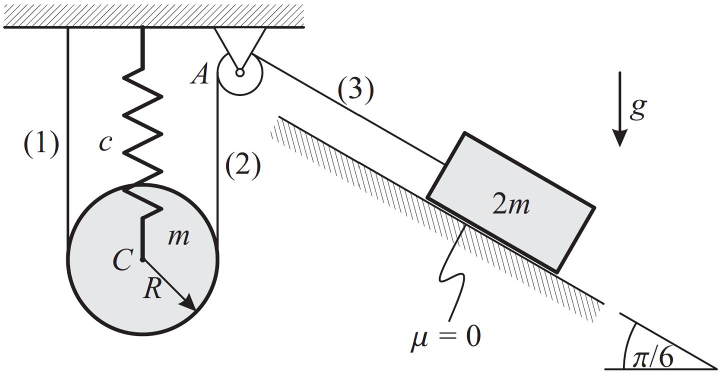
2. [2]Ein homogener Reifen ist im Punkt A gelenkig gelagert und schwingt in einer Vertikalebene. Der Reifen hat die Masse m und den Radius r. Das Massenträgheitsmoment des Reifens bezüglich des Punktes A beträgt $I_A = 2mr^2$.



1. Finden Sie die Bewegungsdifferentialgleichung. Kommt sie Ihnen bekannt vor ?
2. Linearisieren Sie die Bewegungsdifferentialgleichung und bestimmen Sie die Kreisfrequenz einer kleinen Schwingung.

[2]Aufgabe aus der Übungsserie 13 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

3. [3]Eine Rolle (Masse m und Radius R) und ein Quader (Masse $2m$) sind gemäss der Skizze über ein masseloses, undehnbares Seil miteinander verbunden. Eine Feder (deren ungespannte Länge null ist) ist im Punkt C an der Spule befestigt. Der Quader liegt auf einer schiefen Ebene und gleitet reibungsfrei.



Annahmen:

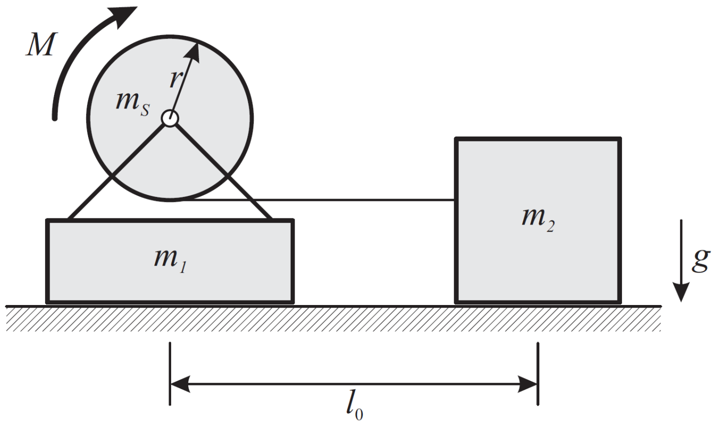
- *Trägheit der Rolle in A vernachlässigbar*
- *Rollenlager reibungsfrei*
- *kein Gleiten zwischen Seil und Rolle*
- *keine Reibung zwischen Quader und Eben*
- *Feder masselos*

Hinweis: Massenträgheitsmoment der Rolle: $I_C = mR^2/2$

1. Bestimmen Sie den Freiheitsgrad des Systems.
2. Schneiden Sie die zwei Körper frei und formulieren Sie an ihnen den Massenmittelpunktsatz und wo nötig den Drallsatz.
3. Sofern in b) mehr Koordinaten verwendet wurden, als der Freiheitsgrad des Systems ist: Welche Beziehungen gelten zwischen diesen Koordinaten?
4. Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für den Quader auf (ohne sie zu lösen). Bestimmen Sie die Seilkräfte in den Abschnitten (1), (2) und (3) als Funktion der Koordinate und der Beschleunigung des Quaders, die Kreisfrequenz der Bewegung des Quaders und die Gleichgewichtslage des Systems.

[3]Aufgabe aus der Übungsserie 13 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

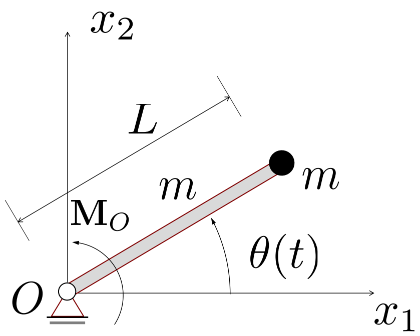
4. [4]Zwei Quader bewegen sich reibungsfrei auf einer horizontalen Ebene. Der Anfangsabstand ist l_0. Auf dem linken Quader (Masse m_1) ist reibungsfrei eine Seilspule (homogener Zylinder mit Masse m_S und Radius r) angebracht. Das Ende des um die Spule gewickelten Seiles ist am rechten Quader (Masse m_2) befestigt. Ein Motor übt ab dem Zeitpunkt $t = 0$ ein konstantes Moment M auf die Seilspule aus. Die Quader setzen sich dadurch in Bewegung, ohne zu kippen.



1. Was ist der Freiheitsgrad des Systems? Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen auf.
2. Wie bewegt sich das System? Wie gross ist die Seilkraft?

[4]Aufgabe aus der Übungsserie 13 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

5. Ein Teilchen der Masse m wird an der Spitze eines Stabes der Länge L mit vernachlässigbarer Masse befestigt. Es dreht um den festen Punkt O mit dem Winkel $\theta(t) = a\cos^2(\Omega t)$, wobei $\Omega =$ konst. Das System bewegt sich in der $x_1 - x_2$ Ebene . Auf das System wirkt *keine Schwerkraft*.



Was ist der Betrag des Moments M_O, das auf den Punkt O ausgeübt werden muss, um das gegebenen $\theta(t)$ zu erzeugen ?

(a) $M_O = 2maL^2\Omega^2\sin^2(2\Omega t)$

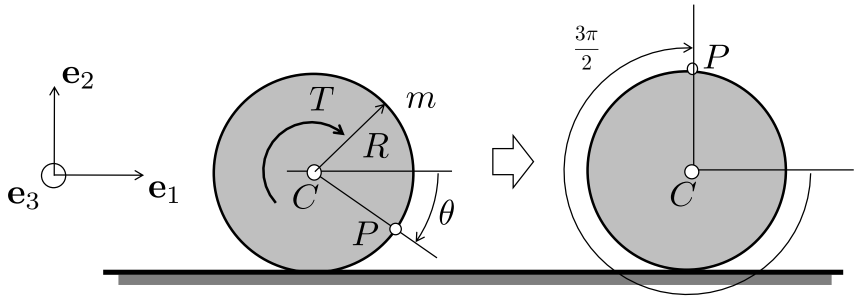
(b) $M_O = maL^2\Omega^2$

(c) $M_O = mL^2\Omega^2\tan(\Omega t)$

(d) $M_O = maL^2\Omega^2(\sin^2(2\Omega t) + 2\cos^2(\Omega t))$

(e) $M_O = 2maL^2\Omega^2(\sin^2(2\Omega t) - \cos^2(\Omega t))$

6. Eine Kreisscheibe der Masse m und des Radius R rollt ohne zu gleiten auf einer horizontalen Ebene. Sie wird mit einem konstanten Moment T belastet und befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in Ruhe. Es wird angenommen, dass $\theta(0) = 0$ ist, wobei θ die Rotation der Scheibe angibt, wie gezeigt.



Wie gross ist die Beschleunigung $\mathbf{a}_P$ des zur Scheibe gehörenden Punktes P, wenn $\theta = \frac{3}{2}\pi$?

(a) $\mathbf{a}_P = \frac{4RT}{3mR^2}\mathbf{e}_1 - \frac{2\pi RT}{mR^2}\mathbf{e}_2$

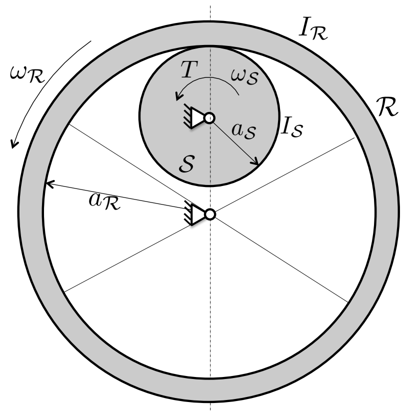
(b) $\mathbf{a}_P = \frac{2RT}{3mR^2}\mathbf{e}_1 + \frac{2\pi RT}{3mR^2}\mathbf{e}_2.$

(c) $\mathbf{a}_P = \frac{4RT}{3mR^2}\mathbf{e}_1$

(d) $\mathbf{a}_P = \frac{RT}{mR^2}\mathbf{e}_1 + \frac{5\pi RT}{mR^2}\mathbf{e}_2$

(e) $\mathbf{a}_P = \mathbf{0}$

7. Betrachten Sie das skizzierte Getriebesystem in der Abbildung. Das Sonnenrad S und das Hohlrad R haben die Radien a_S bzw. a_R, ihre Massenträgheitsmomente sind I_S bzw. I_R. Die Mittelpunkte der beiden Zahnräder sind gelenkig mit dem Boden verbunden. Ein Moment T wird auf das Sonnenrad ausgeübt, wenn sich das System in Ruhe befindet. Bezeichne mit ω_R und ω_S die Winkelgeschwindigkeiten des Hohlrads bzw. des Sonnenrads. Positive Richtungen sind in der Abbildung dargestellt.



Wie gross ist die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ des Hohlrads?

(a) $\dot{\omega}_R = \dfrac{T}{\frac{a_R}{a_S} I_S + \frac{a_S}{a_R} I_R}$

(b) $\dot{\omega}_R = \dfrac{T}{\frac{a_s}{a_R} I_S - \frac{a_S}{a_R} I_R}$

(c) $\dot{\omega}_R = \dfrac{T}{\frac{a_R}{a_s}(I_S + I_R)}$

(d) $\dot{\omega}_R = \dfrac{T}{\frac{a_R}{a_s}}$

(e) $\dot{\omega}_R = \dfrac{T}{\frac{a_S}{a_R}(I_S + I_R)}$