

Heute werden wir keine neue Theorie besprechen, sondern wir werden uns hauptsächlich auf die Zwischenprüfung von nächster Woche vorbereiten.

Aufbau der heutigen Stunde:

1. kurze Besprechung / Tipps Serie 9
2. Informationen & Tipps zur Zwischenprüfung
3. Überblick des bisher behandelten Stoffs
4. Aufgaben aus alten Prüfungen lösen
5. Q & A session für weitere Fragen

1. Kurze Besprechung / Tipps Serie 9

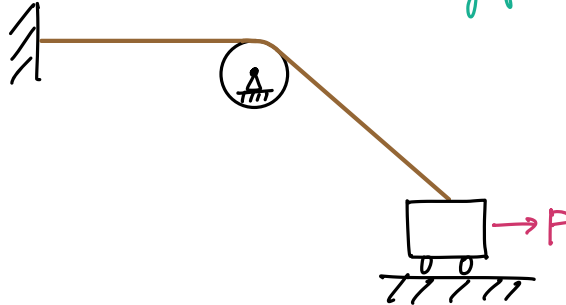
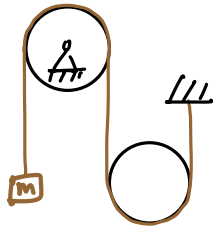
Reibungsfreie Umlenkungen:

In real-life:



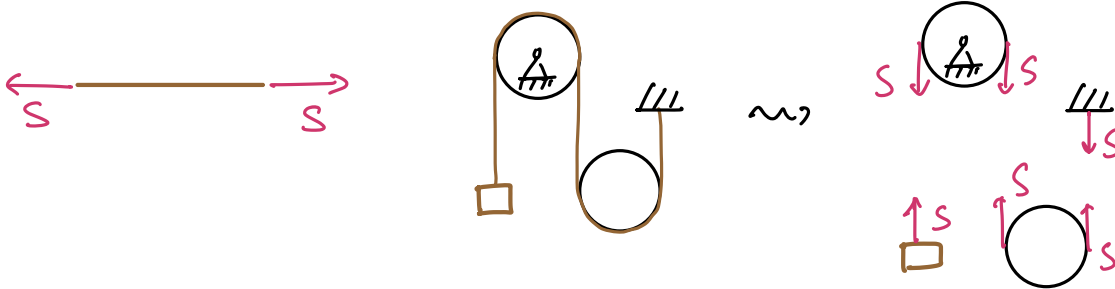
rollt reibungsfrei

in den Aufgaben:



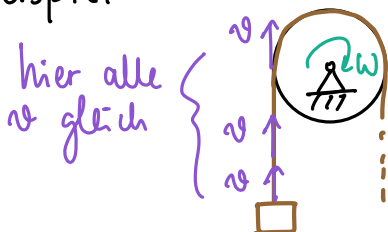
Seil:

- Seilkräfte sind an beiden Enden gleich gross:



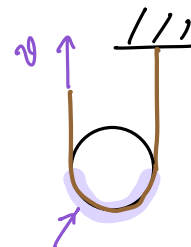
- Wenn das Seil gespannt & unverformt bleibt, dann sind dort die Geschwindigkeiten aller Punkte gleich.

Beispiel:



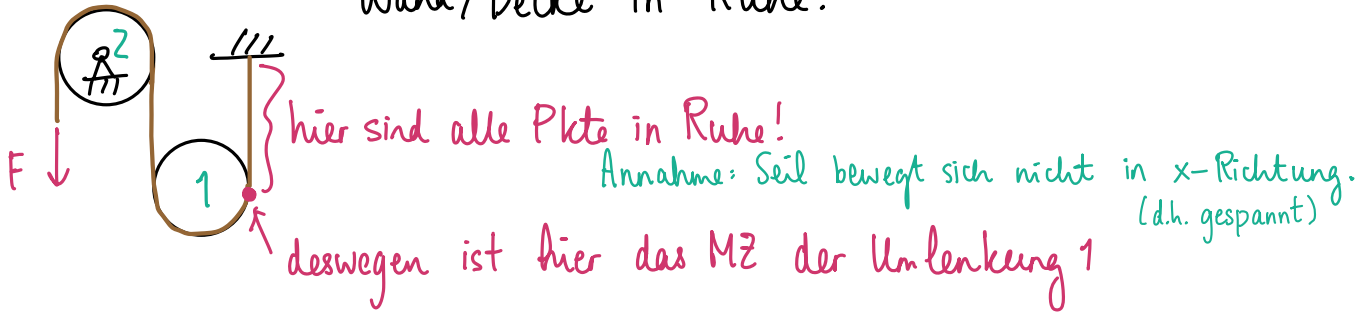
Annahme: keine Bewegung in x-Richtung

Gegenbeispiel:



die Geschwindigkeiten hier sind nicht alle gleich! (Seil biegt sich im Prozess)

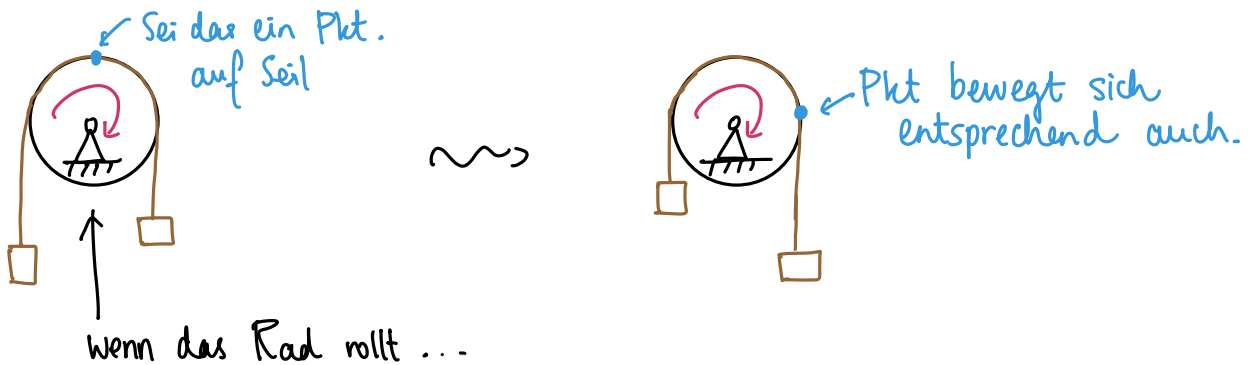
- Wenn ein Seil an der Wand / an die Decke angehängt ist, dann sind alle Pkte des Seils die direkt in Verbindung stehen mit der Wand / Decke in Ruhe.



⇒ so kann man z.B. das Momentanzentrum einer Umlenkung finden

Quiz: Wo ist das MZ der Umlenkung 2?

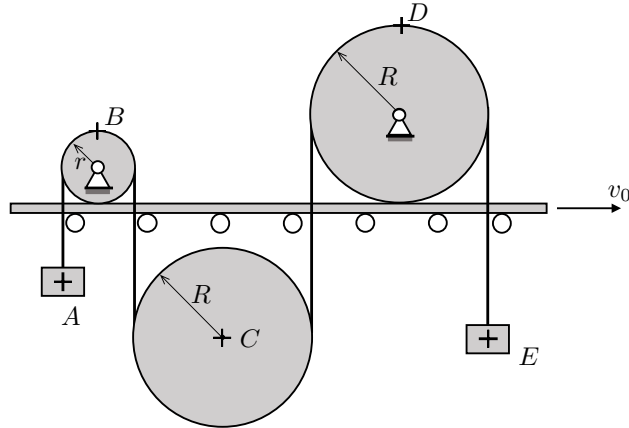
- Wenn ein Rad / eine Umlenkung rollt, dann "rollt" das Seil auch mit, d.h.



→ Weitere, Aufgabenspezifische Tipps auf Webseite "Tipps Serie 9"

Beispielaufgabe: Aufgabe 2 Serie 9

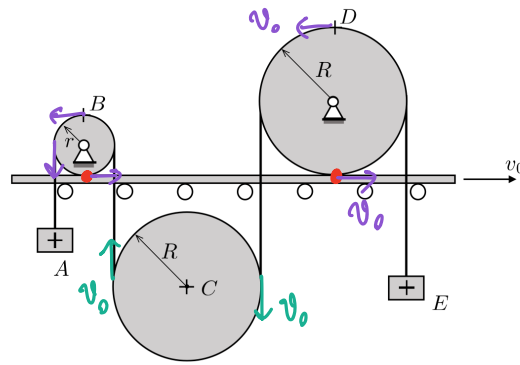
2. Zwei kreisförmige Scheiben mit den Radien r und R rollen ohne zu gleiten auf einem starren Band, das sich mit konstanter Geschwindigkeit v_0 bewegt. Um die beiden Scheiben sowohl um eine dritte Scheibe vom Mittelpunkt C und Radius R , ist ein undehnbares Seil gewickelt. Diese dritte Scheibe ist freitragend und frei beweglich. Jedes Ende des Seils ist, wie gezeigt, mit einem Teilchen verbunden.



Welche Aussage über die Schnelligkeiten der Punkte A bis E ist richtig?

Hinweis: Die Bedingung des Rollens ohne Gleiten setzt voraus, dass die Geschwindigkeiten der Körper im Behrührungspunkt gleich sein müssen.

- (a) $v_D = 2v_C$ und $v_B > v_D$
- (b) $v_A = v_B = v_C = v_D = v_E$
- ☒ (c) $v_A = v_B = v_D = v_E$ und $v_C = 0$
- (d) $v_B > v_C > v_A$ und $v_A = v_D$
- (e) $v_A = v_E$ und $v_B = v_D = v_C$



Rollen ohne gleiten $\rightarrow$ die roten Punkte müssen die gleiche Geschwindigkeit wie das Band haben (Kontaktpkt. Band & Rolle) $\rightarrow v_0$

Die Festlager sind Momentanzentren $\rightarrow$ SVM impliziert, dass $v_D = v_0$
und $v_B = v_0$

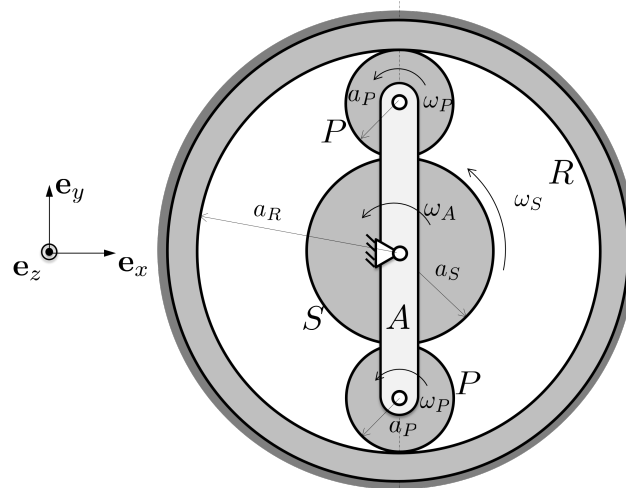
Da das Seil undehnbar ist, gilt $v_A = v_0$ und $v_E = v_0$.

Außerdem erfordert /// , dass C das Momentanzentrum der freien Rolle ist
 $\rightarrow v_C = 0$

Somit ist $v_A = v_B = v_D = v_E = v_0$ und $v_C = 0 \Rightarrow c)$

Recap Kinematik: Aufgabe 1 Serie 9

1. Betrachten Sie das in der Abbildung skizzierte Planetengetriebe. Die Sonnen-, Planeten- und Hohlräder haben die Radien a_S , a_P bzw. a_R . Der Stab A verbindet die Mittelpunkte der beiden Planetenräder P . Das Hohlräder R ist feststehend, während das Sonnenrad S sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω_S dreht.



1. Wie gross ist das Verhältnis $\frac{\omega_P}{\omega_S}$ zwischen den Winkelgeschwindigkeiten der Planetenräder und des Sonnenrades?

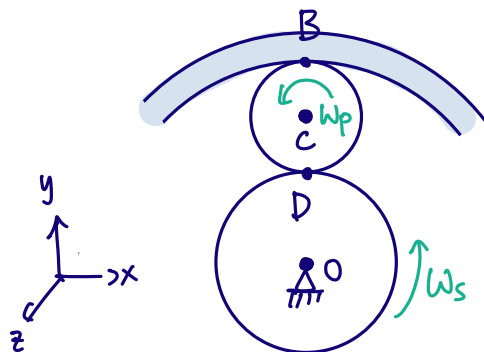
- (a) $\frac{\omega_P}{\omega_S} = -\frac{a_S}{2a_P}$
- (b) $\frac{\omega_P}{\omega_S} = \frac{2a_R}{a_P}$
- (c) $\frac{\omega_P}{\omega_S} = \frac{a_P}{2a_S}$
- (d) $\frac{\omega_P}{\omega_S} = \frac{a_S}{4a_P}$
- (e) $\frac{\omega_P}{\omega_S} = -\frac{a_S}{a_R + a_P}$

2. Wie gross ist das Verhältnis $\frac{\omega_P}{\omega_A}$ zwischen den Winkelgeschwindigkeiten der Planetenräder und des Stabes?

- (a) $\frac{\omega_P}{\omega_A} = 2$
- (b) $\frac{\omega_P}{\omega_A} = -1$
- (c) $\frac{\omega_P}{\omega_A} = -\frac{a_P}{a_P + a_S}$
- (d) $\frac{\omega_P}{\omega_A} = -\frac{a_P + a_S}{a_P}$
- (e) $\frac{\omega_P}{\omega_A} = \frac{2a_P}{a_P + a_S}$

Wegen Symmetrie: Betrachte nur (Die ω 's vom oberen & unteren Rad sind gleich)

1)



$$\vec{v}_B = \vec{v}_D + \vec{\omega}_P \times \vec{r}_{DB} \quad (1) \quad \text{mit} \quad \vec{v}_D = \vec{\omega}_S \times \vec{r}_{OD} \quad (2)$$

Da das **Hohlrad** ist fest! $\rightarrow \vec{v}_B = \vec{0}$

$$\Rightarrow (2) \text{ in } (1) \text{ einsetzen: } \vec{v}_B = \vec{\omega}_S \times \vec{r}_{OD} + \vec{\omega}_P \times \vec{r}_{DB}$$

$$\Leftrightarrow 0 = \omega_S \cdot \vec{e}_z \times r_{OD} \vec{e}_y + \omega_P \cdot \vec{e}_z \times r_{DB} \vec{e}_y$$

$$\vec{e}_z \times \vec{e}_y = -\vec{e}_x$$

$$\Leftrightarrow 0 = \omega_S \cdot r_{OD} \cdot (\vec{e}_z \times \vec{e}_y) + \omega_P \cdot r_{DB} \cdot (\vec{e}_z \times \vec{e}_y)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

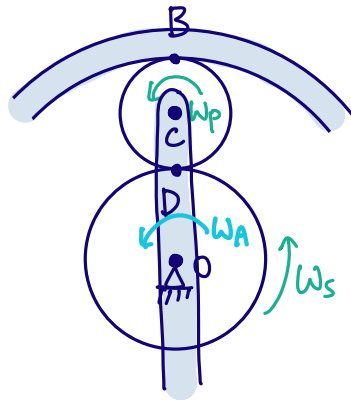
$$\Leftrightarrow 0 = -\omega_S \cdot r_{OD} \vec{e}_x - \omega_P r_{DB} \vec{e}_x \quad / : \vec{e}_x$$

$$\Leftrightarrow 0 = -\omega_S r_{OD} - \omega_P r_{DB}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega_S}{\omega_P} = -\frac{r_{DB}}{r_{OD}} = -\frac{2a_P}{\underline{\underline{a_S}}} \Rightarrow a)$$

2) Betrachte:

$$\frac{\omega_p}{\omega_A}?$$



$$\vec{v}_C = \vec{\omega}_A \times \vec{r}_{Oc} \quad \text{und} \quad \vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{\omega}_p \times \vec{r}_{BC} \quad / \quad \vec{v}_B = 0 \quad (Mz)$$

$$\Leftrightarrow \vec{v}_C = \vec{\omega}_p \times \vec{r}_{BC}$$

$$\Rightarrow \vec{\omega}_p \times \vec{r}_{BC} = \vec{\omega}_A \times \vec{r}_{Oc}$$

$$\Leftrightarrow 0 = \vec{\omega}_A \times \vec{r}_{Oc} - \vec{\omega}_p \times \vec{r}_{BC} = \omega_A \vec{e}_z \times r_{Oc} \cdot \vec{e}_y - \omega_p \vec{e}_z \times r_{BC} \cdot (-\vec{e}_y)$$

$$\Leftrightarrow 0 = \omega_A r_{Oc} (\vec{e}_z \times \vec{e}_y) + \omega_p r_{BC} (\vec{e}_z \times \vec{e}_y)$$

$$\Leftrightarrow 0 = -\omega_A r_{Oc} \vec{e}_x - \omega_p r_{BC} \vec{e}_x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega_p}{\omega_A} = -\frac{r_{Oc}}{r_{BC}} = -\frac{a_s + a_p}{a_p} \Rightarrow d)$$

2. Informationen & Tipps zur Zwischenprüfung

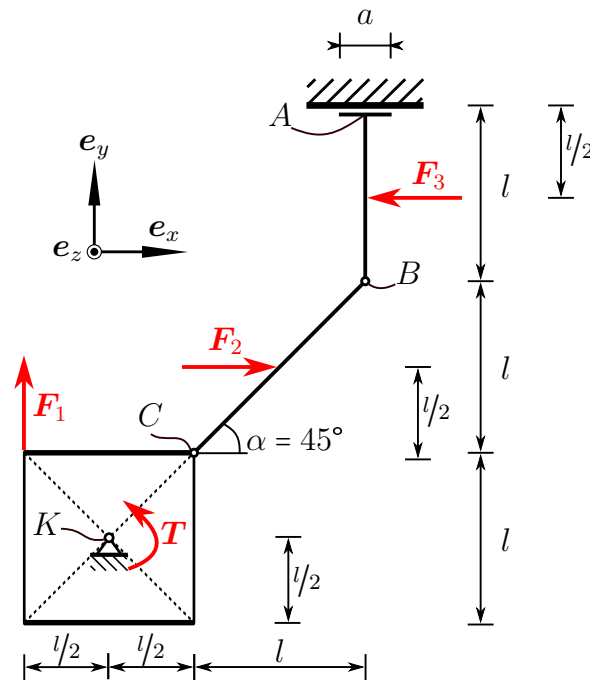
↳ Auf Webseite "Informationen & Tipps" unter Woche 11

3. Überblick des bisher behandelten Stoffs

↳ Auf Webseite "Stoffübersicht" unter Woche 11

4. Aufgaben aus alten Prüfungen lösen

Statik: Aufgabe 1 (25 Punkte): aus Zwischenklausur 2 HS18



Das skizzierte ebene System besteht aus dem Stab AB der Länge l , dem Stab BC und einem Quader mit Kantenlänge l . Der Stab AB wird im Punkt A durch eine Parallelführung mit der Breite a an der Wand geführt und ist in seinem Mittelpunkt mit einer horizontalen Kraft F_3 belastet. Der Stab BC wird in seinem Mittelpunkt durch die horizontale Kraft F_2 belastet. Der Stab BC ist in den Verbindungsstellen B und C gelenkig gelagert. Der Quader ist in seiner Mitte K gelenkig gelagert. Auf den Quader wirkt das Kräftepaar T und auf die linke obere Ecke (wie skizziert) eine vertikale Kraft F_1 .

Alle Gelenke bzw. Lager sind reibungsfrei modelliert und alle Teile sind gewichtslos modelliert. Weiterhin gilt $|F_1| = |F_2| = |F_3| = F$

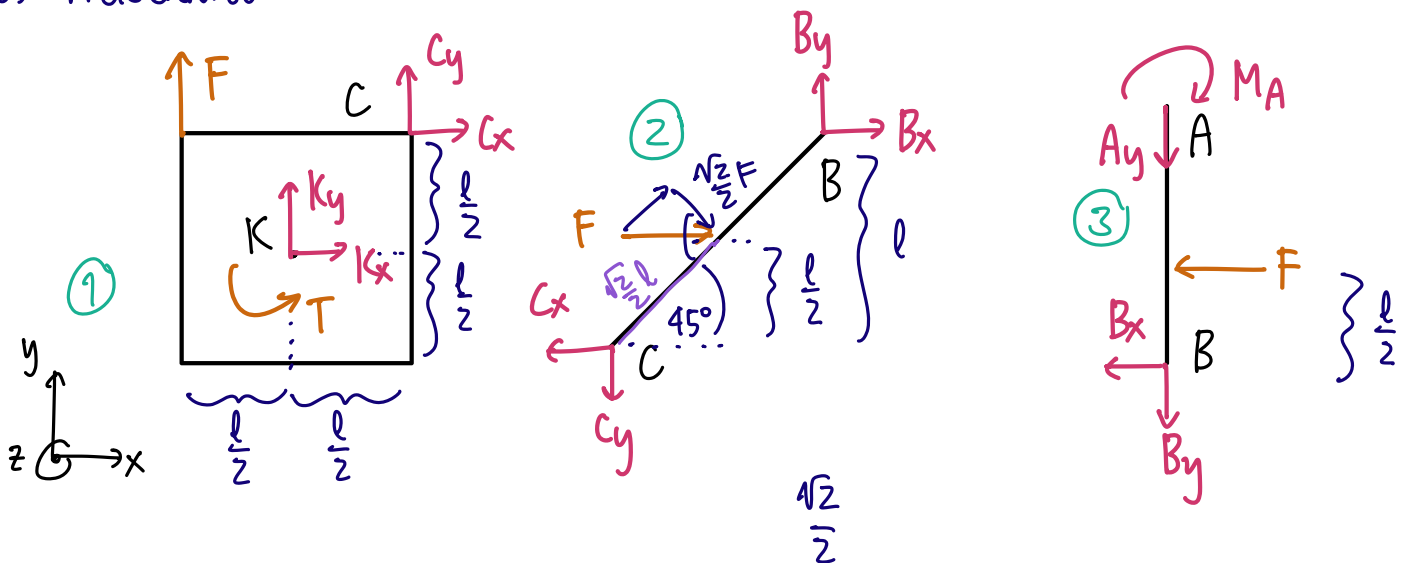
- Ist das System *statisch unbestimmt*? Ist das System *kinematisch unbestimmt*? [2 Pkt.]
- Schneiden Sie die Starrkörper des Systems frei und führen Sie alle möglichen Lagerreaktionen ein. [5 Pkt.]
- Stellen Sie alle Gleichgewichtsbedingungen auf. [9 Pkt.]
- Berechnen Sie die Lagerreaktionen in den Punkten A, B, C und K . [5 Pkt.]
- Wie gross muss der Betrag des Kräftepaars T sein, damit die momentane Lage eine Ruhelage ist. [1 Pkt.]
- Wie gross muss die Breite a mindestens gewählt werden, damit die Parallelführung nicht kippt? [3 Pkt.]

a) 3 SK $\rightarrow$ 9 Gleichungen und 8 Bindungskräfte ($\hat{=}$ Unbekannte)

$\rightarrow f = 9 - 8 = 1 > 0 \Rightarrow$ Nein, es ist nicht statisch unbestimmt //

Ja, kinematisch unbestimmt. //

b) Freischnitt:



c) GGW-Bedingungen aufstellen:

①: $KB(x): 0 = K_x + C_x$... ①

$KB(y): 0 = K_y + C_y + F$... ②

$MB(K, z): 0 = T + \frac{l}{2} C_y - \frac{l}{2} C_x - \frac{l}{2} F$... ③

②: $KB(x): 0 = F + B_x - C_x$... ④

$KB(y): 0 = B_y - C_y$... ⑤

$MB(C, z): 0 = -\frac{\sqrt{2}}{2} l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} F - \sqrt{2} l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} B_x + \sqrt{2} l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} B_y = -\frac{1}{2} l F - l B_x + l B_y$... ⑥

③: $KB(x): 0 = B_x + F$... ⑦

$KB(y): 0 = A_y + B_y$... ⑧

$MB(B, z): 0 = \frac{l}{2} F - M_A$... ⑨

d) ⑦ $\cancel{A_y}, \cancel{M_A}, \cancel{B_x}, \cancel{B_y}, \cancel{C_x}, \cancel{C_y}, \cancel{K_x}, \cancel{K_y}$ Bekannt: T, F

$$\textcircled{7} \Rightarrow \underline{\underline{B_x = -F}}$$

$$\textcircled{9} \Rightarrow \underline{\underline{M_A = \frac{l}{2} F}}$$

$$\textcircled{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} l F - l B_x + l B_y = 0 \quad / B_x = -F \quad / \div l$$

$$\Leftrightarrow B_y = \frac{1}{2} F - F = \underline{\underline{-\frac{1}{2} F}}$$

$$\textcircled{5} \Rightarrow C_y = B_y = \underline{\underline{-\frac{1}{2} F}}$$

$$\textcircled{4} \Rightarrow C_x = B_x + F = -F + F = \underline{\underline{0}}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \underline{\underline{K_x = 0}}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow K_y + C_y + F = 0 \Leftrightarrow K_y = -C_y - F = \frac{1}{2} F - F = \underline{\underline{-\frac{1}{2} F}}$$

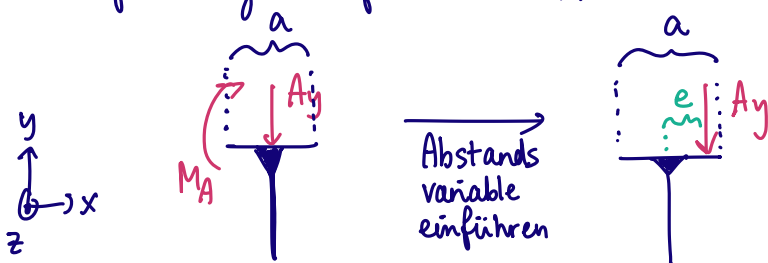
$$\textcircled{8} \Rightarrow A_y = -B_y = \underline{\underline{\frac{1}{2} F}}$$

e) Kräftepaar T für Ruhelage?

$$\textcircled{3} \Rightarrow T + \frac{l}{2} C_y - \frac{l}{2} C_x - \frac{l}{2} F \stackrel{!}{=} 0 \quad / C_y = -\frac{1}{2} F, C_x = 0$$

$$T = +\frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} F + \frac{l}{2} F = \frac{l}{4} F + \frac{l}{2} F = \underline{\underline{\frac{3}{4} l F}}$$

f) Parallelführung darf nicht kippen:



mit $M_A = -e A_y$

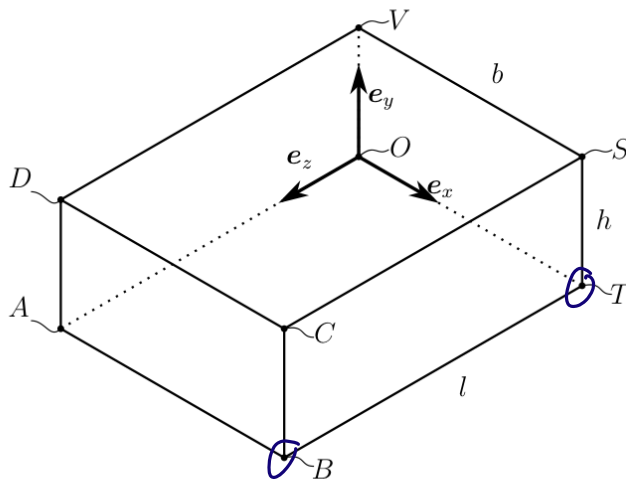
nicht kippen: $|e| \leq \frac{a}{2}$

aus d) haben wir, dass $M_A = \frac{l}{2} F \stackrel{!}{=} -e A_y = -e \cdot \frac{1}{2} F$

$$\Leftrightarrow e = -\frac{l}{2} F \cdot \frac{2}{F} = -l$$

$$|e| = |-l| = l \stackrel{!}{\leq} \frac{a}{2} \Rightarrow \underline{\underline{a \geq 2l}}$$

Kinematik: Aufgabe 1 (12 Punkte): aus Basisprüfung HS18



- $\mathbf{v}_A = v\mathbf{e}_x + 2v\mathbf{e}_z$
- $\mathbf{v}_B = v\mathbf{e}_x + \frac{32}{5}v\mathbf{e}_y + 2v\mathbf{e}_z$
- $\mathbf{v}_D = -\frac{11}{5}v\mathbf{e}_x + v_{Dy}\mathbf{e}_y - \frac{2}{5}v\mathbf{e}_z$
- $\mathbf{v}_T = v\mathbf{e}_x + v_{Tz}\mathbf{e}_z$
- $\mathbf{v}_V = -\frac{11}{5}v\mathbf{e}_x - \frac{32}{5}v\mathbf{e}_y - \frac{2}{5}v\mathbf{e}_z$

Der skizzierte Quader ist als masseloser Starrkörper modelliert. Die Geschwindigkeiten der Punkte A, B, D, T und V sind teilweise gegeben. Weiterhin wissen Sie, dass $b = 2h$ und $l = \frac{4}{3}b = \frac{8}{3}h$.

- Berechnen Sie die Geschwindigkeitskomponenten v_{Dy} und v_{Tz} als Funktion von v und h . [5 Pkt.]
- Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit des momentanen Bewegungszustands. [5 Pkt.]
- Welcher momentaner Bewegungszustand herrscht gerade? Begründen Sie Ihre Antwort. [2 Pkt.]

Gegeben:

$$\vec{v}_A = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 2v \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_B = \begin{pmatrix} v \\ \frac{32}{5}v \\ 2v \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_D = \begin{pmatrix} -\frac{11}{5}v \\ v_{Dy} \\ -\frac{2}{5}v \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_T = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ v_{Tz} \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_V = \begin{pmatrix} -\frac{11}{5}v \\ -\frac{32}{5}v \\ -\frac{2}{5}v \end{pmatrix}$$

a) v_{Dy} : SdpG mit $\vec{v}_A$:

$$(\vec{v}_D - \vec{v}_A) \cdot \vec{r}_{DA} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\begin{pmatrix} -\frac{11}{5}v \\ v_{Dy} \\ -\frac{2}{5}v \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 2v \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -h \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{16}{5}v \\ v_{Dy} \\ -\frac{12}{5}v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -h \\ 0 \end{pmatrix} = -h \cdot v_{Dy} = 0$$

$$\text{da } h \neq 0 \Rightarrow \underline{\underline{v_{Dy} = 0}}$$

v_{Tz} : SdpG mit $\vec{v}_B$:

$$(\vec{v}_T - \vec{v}_B) \cdot \vec{r}_{TB} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ v_{Tz} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v \\ \frac{32}{5}v \\ 2v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{32}{5}v \\ v_{Tz} - 2v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l \end{pmatrix} = l \cdot (v_{Tz} - 2v) = 0$$

$$\Rightarrow v_{Tz} - 2v = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{v_{Tz} = 2v}}$$

b) $\vec{\omega}$ berechnen: $\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$

SK-Formel mehrmals anwenden:

$$\vec{v}_D = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AD} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 2v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ h \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 2v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\omega_z h \\ 0 \\ \omega_x h \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -11/5 \\ 0 \\ -2/5 \end{pmatrix} v - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} v = \begin{pmatrix} -\omega_z h \\ 0 \\ \omega_x h \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow -\frac{16}{5}v = -\omega_z h \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{\omega_z = \frac{16}{5h}v}}$$

$$\Rightarrow -\frac{12}{5}v = \omega_x h \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{\omega_x = -\frac{12}{5h}v}}$$

Wir müssen noch ω_y finden:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_T + \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l \end{pmatrix}}_{\vec{r}_{TB}} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 2v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_y l \\ -\omega_x l \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} v \\ \frac{32}{5}v \\ 2v \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 2v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_y l \\ -\omega_x l \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad 0 = \omega_y l \quad \begin{matrix} l \neq 0 \\ \downarrow \\ \Rightarrow \omega_y = 0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{\omega} = \begin{pmatrix} -12/5 \\ 0 \\ 16/5 \end{pmatrix} \cdot \frac{v}{h}}}$$

c) Kinematik in einem beliebigen Pkt:

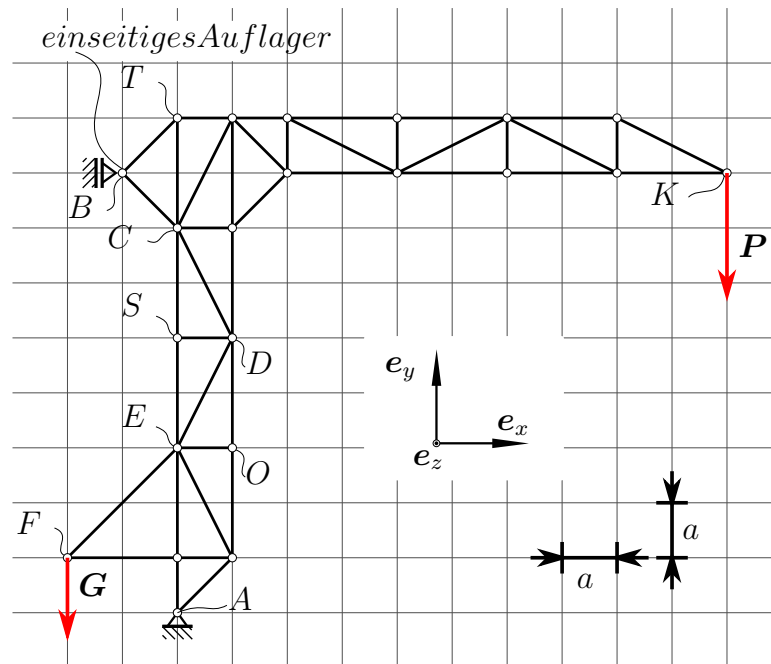
$$\text{z.B. } A: \{ \vec{v}_A, \vec{\omega} \} = \left\{ \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 2v \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -12/5 \\ 0 \\ 16/5 \end{pmatrix} \frac{v}{h} \right\}$$

$$\text{Invarianten: } I_1 = \vec{\omega} = \begin{pmatrix} -12/5 \\ 0 \\ 16/5 \end{pmatrix} \frac{v}{h} \neq 0$$

$$I_2 = \vec{v}_A \cdot \vec{\omega} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 2v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -12/5 \\ 0 \\ 16/5 \end{pmatrix} \frac{v}{h} = -\frac{12}{5} \cdot \frac{v^2}{h} + \frac{32}{5} \frac{v^2}{h} \neq 0$$

$$I_2 \neq 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Schraubung}}}$$

Aufgabe 2 (22 Punkte):



Ein Lastenkran kann als ebenes Fachwerk mit masselosen Stäben modelliert werden. Im Punkt K greift die Kraft $|\mathbf{P}| = P$ an. Die Kraft $|\mathbf{G}| = G$ im Punkt F modelliert das Gegengewicht des Krans. Das Lager in B ist ein einseitiges Auflager.

- Schneiden Sie das System auf dem beiliegendem Skizzenblatt frei und führen Sie alle relevanten Kräfte ein. Berechnen Sie die Lagerkräfte in den Punkten A und B . [4 Pkt.]
- Welche Bedingung muss für die Lagerkraft in B gelten, damit der Kran im Punkt B nicht abhebt? [2 Pkt.]

Aus dem Fachwerk wird nun der Stab DE entfernt. Der untere Starrkörper mit den Punkten A, E, F und O hat sein Momentanzentrum im Punkt A . Die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ ist als $\boldsymbol{\omega} = \tilde{\omega} \mathbf{e}_z$ eingeführt (siehe Skizzenblatt).

- Aus wie vielen starren Körpern besteht der Kran ohne Stab DE . Kennzeichnen Sie diese auf dem Skizzenblatt. [1 Pkt.]
- Bestimmen Sie die Momentanzentren der restlichen starren Körper auf dem Skizzenblatt für den momentan zulässigen Bewegungszustand. Zeichnen Sie die verträglichen Drehrichtungen der Körper ein und berechnen Sie die Winkelschnelligkeiten als Funktion von $\tilde{\omega}$. [9 Pkt.]

Nun wird der Stab BC aus dem System genommen, um dessen Stabkraft mit dem Prinzip der virtuellen Leistung (PdvL) und einem zulässigem Bewegungszustand zu bestimmen. Dazu sind auf dem Skizzenblatt die beiden Momentanzentren, sowie die Winkelschnelligkeiten mit Richtung gegeben.

- Berechnen Sie (vektoriell oder mit Betrag und Richtung) die Geschwindigkeiten der Punkte B, C, F und K . [2 Pkt.]
- Berechnen Sie die Stabkraft des Stabes BC mit dem PdvL. Handelt es sich um einen Zug- oder Druckstab? [4 Pkt.]

Name:

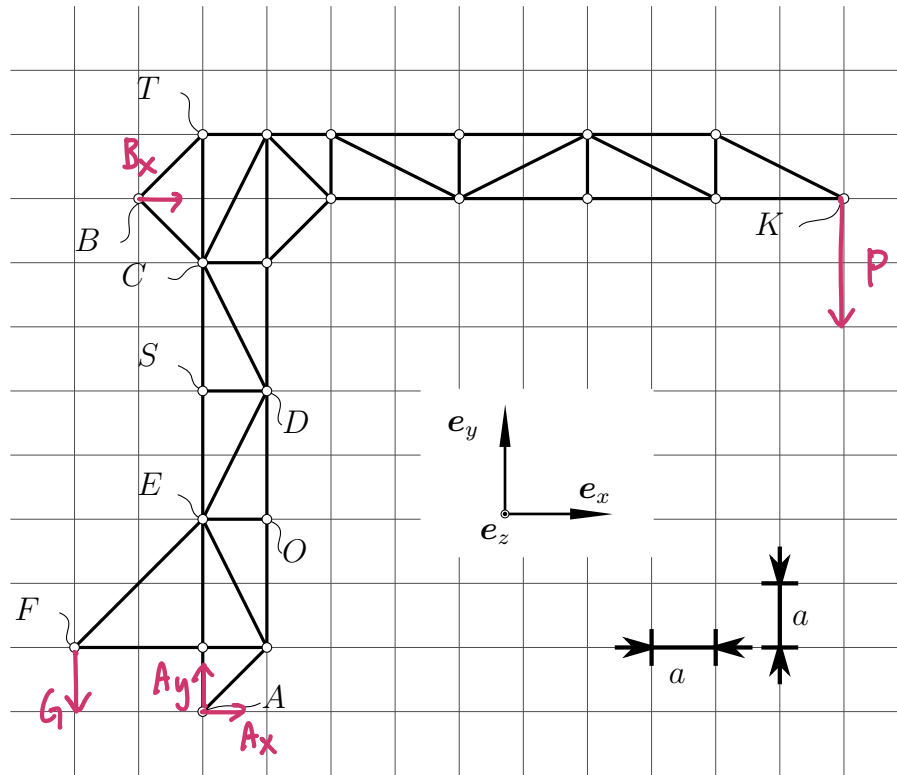
Vorname:

ETH-Nummer:

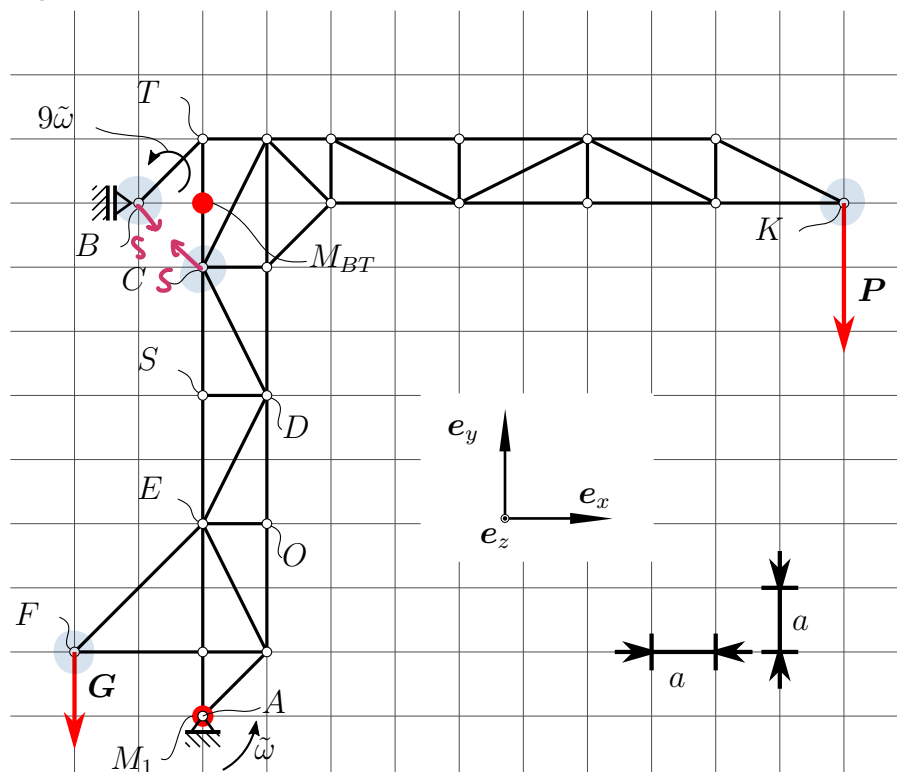
Studiengang:

D -

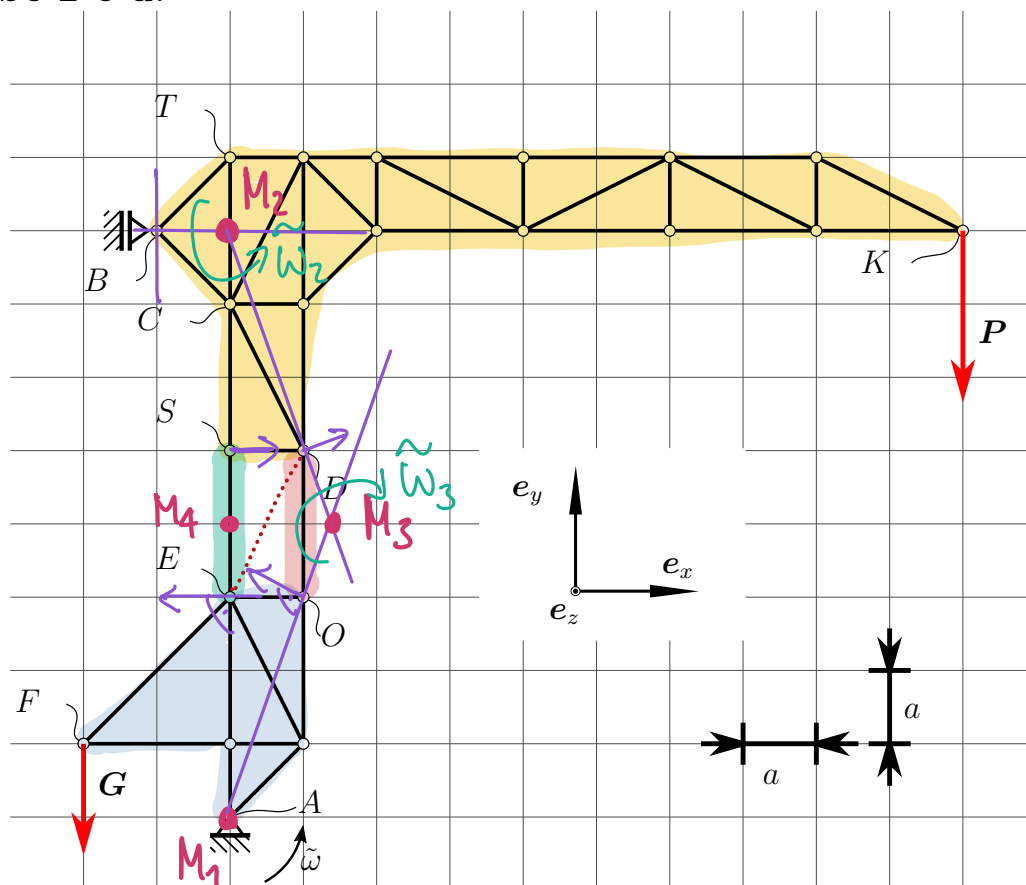
Aufgabe 2 a.



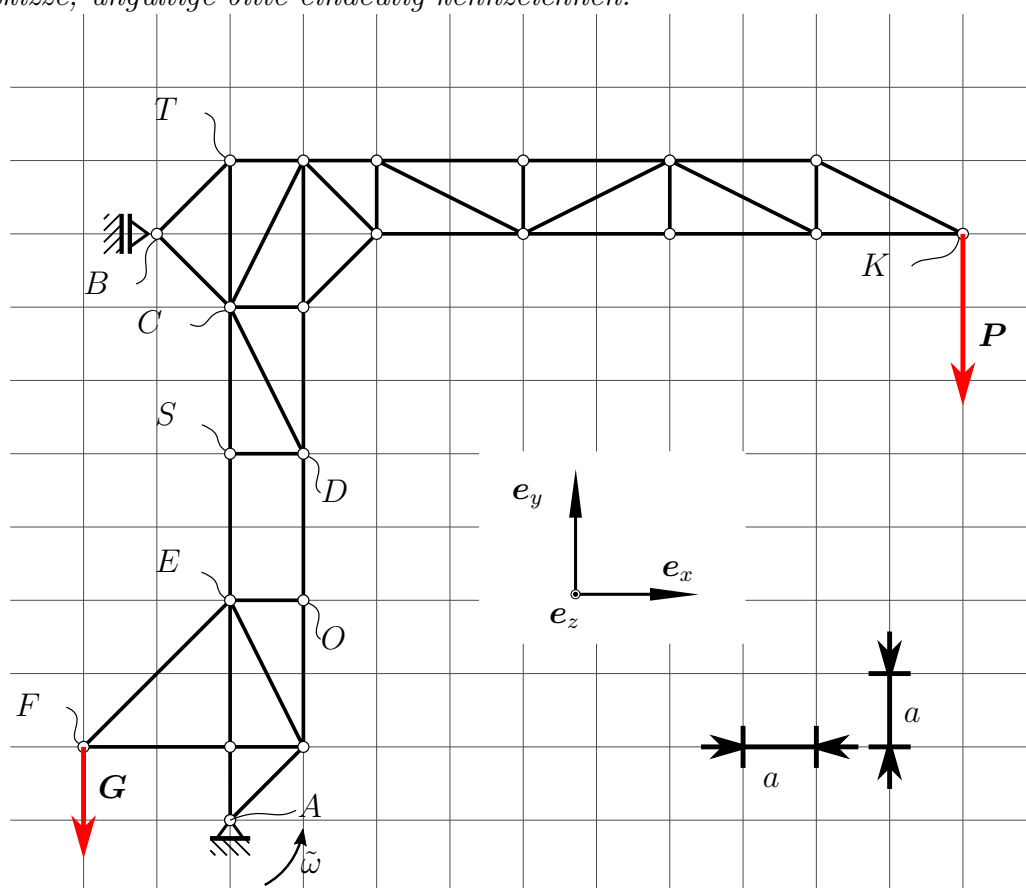
Aufgabe 2 e-f.



Aufgabe 2 c-d.



Reserveskizze; ungültige bitte eindeutig kennzeichnen.



- a. Schneiden Sie das System auf dem beiliegendem Skizzenblatt frei und führen Sie alle relevanten Kräfte ein. Berechnen Sie die Lagerkräfte in den Punkten A und B .
[4 Pkt.]

$$KB(x): 0 = A_x + B_x \quad \dots \textcircled{1}$$

$$KB(y): 0 = A_y - G - P \quad \dots \textcircled{2}$$

$$MB(A, z): 0 = 2aG - 8aB_x - 10aP \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \underline{\underline{A_y = P + G}}$$

$$\textcircled{3} \Rightarrow 8B_x = 2G - 10P$$

$$\Leftrightarrow B_x = \frac{2}{8}G - \frac{10}{8}P = \frac{1}{4} \cdot (G - 5P)$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \underline{\underline{A_x = -B_x = \frac{1}{4}(5P - G)}}$$

- b. Welche Bedingung muss für die Lagerkraft in B gelten, damit der Kran im Punkt B nicht abhebt? [2 Pkt.]

b) nicht abheben: $B_x \geq 0$ (Wenn $B_x \geq 0$, drückt das Fachwerk in die Wand hinein
(B_x ist eine Reaktionskraft!) Wenn $B_x < 0$,
aus a) $\Rightarrow B_x = \frac{1}{4}(G - 5P) \geq 0$ drückt nichts in die Wand $\rightarrow$ Fachwerk hebt ab)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}G \geq \frac{5}{4}P$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{G \geq 5P}}$$

Aus dem Fachwerk wird nun der Stab DE entfernt. Der untere Starrkörper mit den Punkten A, E, F und O hat sein Momentanzentrum im Punkt A . Die Winkelgeschwindigkeit ω ist als $\omega = \tilde{\omega} \mathbf{e}_z$ eingeführt (siehe Skizzenblatt).

- c. Aus wie vielen starren Körpern besteht der Kran ohne Stab DE . Kennzeichnen Sie diese auf dem Skizzenblatt. [1 Pkt.]

$\hookrightarrow$ siehe Skizze.

- d. Bestimmen Sie die Momentanzentren der restlichen starren Körper auf dem Skizzenblatt für den momentan zulässigen Bewegungszustand. Zeichnen Sie die verträglichen Drehrichtungen der Körper ein und berechnen Sie die Winkelschnelligkeiten als Funktion von $\tilde{\omega}$. [9 Pkt.]

$$\vec{v}_E = \begin{pmatrix} -\tilde{\omega} 3a \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} -\tilde{\omega} 3a \\ \tilde{\omega} a \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} -\tilde{\omega}_3 \cdot a \\ \tilde{\omega}_3 \cdot \frac{1}{3}a \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{\tilde{\omega}_3 = 3\tilde{\omega}}}$$

$$\vec{v}_D = \begin{pmatrix} \tilde{\omega}_3 \cdot a \\ \tilde{\omega}_3 \cdot \frac{1}{3}a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\tilde{\omega} a \\ \tilde{\omega} a \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} \tilde{\omega}_4 3a \\ \tilde{\omega}_4 \cdot a \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{\tilde{\omega}_2 = \tilde{\omega}}}$$

$$\vec{v}_S = \begin{pmatrix} \tilde{\omega}_2 \cdot 3a \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\omega} 3a \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow v_S = 3\tilde{\omega}a = \tilde{\omega}_4 \cdot r_{M_4S}$$

$$v_E = 3\tilde{\omega}a = \tilde{\omega}_4 r_{M_4E}$$

$$\Rightarrow \frac{v_S}{v_E} = \frac{3\tilde{\omega}a}{3\tilde{\omega}a} = 1 = \frac{\tilde{\omega}_4 r_{M_4S}}{\tilde{\omega}_4 r_{M_4E}} \Rightarrow r_{M_4S} = r_{M_4E}$$

$\Rightarrow M_4$ ist genau in der Mitte zw. S und E

$$\text{nun: } v_S = \tilde{\omega}_4 a = 3\tilde{\omega}a \Rightarrow \underline{\underline{\tilde{\omega}_4 = 3\tilde{\omega}}}$$

Nun wird der Stab BC aus dem System genommen, um dessen Stabkraft mit dem Prinzip der virtuellen Leistung (PdvL) und einem zulässigem Bewegungszustand zu bestimmen. Dazu sind auf dem Skizzenblatt die beiden Momentanzentren, sowie die Winkelschnelligkeiten mit Richtung gegeben.

- e. Berechnen Sie (vektoriell oder mit Betrag und Richtung) die Geschwindigkeiten der Punkte B, C, F und K . [2 Pkt.]

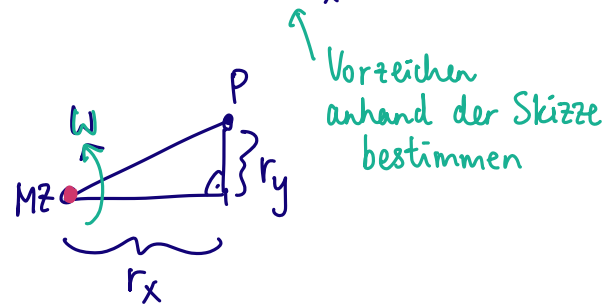
$$\vec{v}_B = \begin{pmatrix} 0 \\ -9\tilde{\omega}a \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_C = \begin{pmatrix} -\tilde{\omega} \cdot 7a \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_F = \begin{pmatrix} -\tilde{\omega} \cdot a \\ -\tilde{\omega} \cdot 2a \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_K = \begin{pmatrix} -\tilde{\omega} \cdot 8a \\ +\tilde{\omega} \cdot 10a \end{pmatrix} //$$

Erinnerung: in 2D: $\vec{v}_P = \begin{pmatrix} \pm r_y \omega \\ \pm r_x \omega \end{pmatrix}$



- f. Berechnen Sie die Stabkraft des Stabes BC mit dem PdvL. Handelt es sich um einen Zug- oder Druckstab? [4 Pkt.]

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \mp \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} S$$

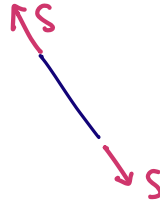
$$\tilde{P}_{\text{tot}} = \vec{v}_B \cdot \vec{S} + \vec{v}_C \cdot \vec{S} + \vec{v}_F \cdot \vec{G} + \vec{v}_K \cdot \vec{P} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \end{pmatrix} \tilde{\omega} a \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 \end{pmatrix} S + \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \end{pmatrix} \tilde{\omega} a \cdot \begin{pmatrix} -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix} S + \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \tilde{\omega} a \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -G \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 \\ 10 \end{pmatrix} \tilde{\omega} a \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{9\sqrt{2}}{2} S + \frac{7\sqrt{2}}{2} S + 2G - 10P = 0$$

$$\Leftrightarrow 8\sqrt{2} S + 2G - 10P = 0 \quad \Leftrightarrow S = \frac{10P - 2G}{8\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8} (5P - G) //$$

Da wir S so eingeführt haben:



BC ist Druckstab, wenn $S = \frac{\sqrt{2}}{8}(5P - G) \leq 0 \Rightarrow 5P \leq G$

" " Zugstab, wenn $S = \frac{\sqrt{2}}{8}(5P - G) > 0 \Rightarrow 5P > G$

aus b) wissen wir, dass $G \geq 5P$ für Ruhe.

$$\text{Somit ist } S = \frac{\sqrt{2}}{8} \cdot (5P - G) \leq 0$$

$\Rightarrow$ BC ein Druckstab.

5. Q & A session für weitere Fragen: