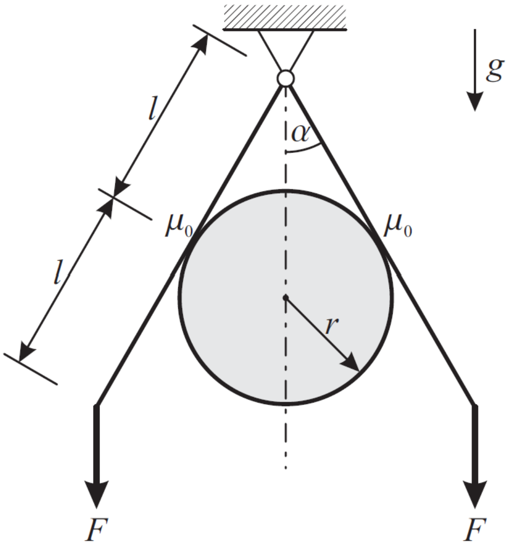
Technische Mechanik
151-0223-10

- Übung 10 -

Dr. Paolo Tiso

6. Dezember 2022

1. [1] Eine Kugel mit dem Gewicht F_G wird von zwei um $\alpha = 30°$ geneigten gewichtslosen Platten laut Abbildung festgehalten. Die dabei aufgewendeten Kräfte vom Betrag F seien $5F_G$.

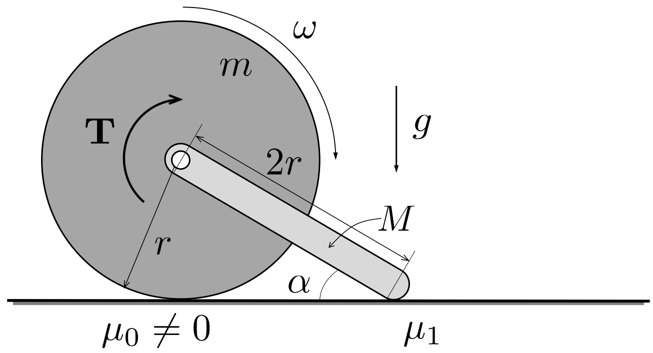


1. Wie gross muss der zwischen Platte und Kugel auftretende Haftreibungskoeffizient μ_0 mindestens sein, damit die Kugel nicht hinunterfällt?

Hinweis: Der Rollwiderstand ist vernachlässigbar.

[1] Aufgabe aus der Übungsserie 10 der Vorlesung «151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

2. Ein Rad mit Masse m und Radius r, auf das ein Moment $\mathbf{T} = -T\mathbf{e}_z$ wirkt, rollt ohne zu gleiten auf dem Boden mit gegebener Rotationsgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$. Der Mittelpunkt des Rades ist durch ein Gelenk mit einem Stab mit homogener Masse M und Länge $L = 2r$ verbunden, der auf dem Boden gleitet und mit diesem einen Winkel $\alpha = \pi/6$ einschliesst. Der Boden ist rau mit Haftreibungskoeffizient $\mu_0 \neq 0$ und Gleitreibungskoeffizient μ_1. Die Schwerebeschleunigung $\mathbf{g}$ wirkt nach unten.



1. Wie gross muss der Gleitreibungskoeffizient μ_1 sein, damit sich das System mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegt?

   (a) $\mu_1 = \dfrac{T}{\frac{Mgr}{2} + \frac{T}{\sqrt{3}}}$

   (b) $\mu_1 = \dfrac{\sqrt{3}Tr}{\frac{Mg}{2} - \frac{T}{2\sqrt{3}r}}$

   (c) $\mu_1 = \dfrac{2T}{\frac{Mgr}{2} - \frac{Tr}{\sqrt{3}}}$

   (d) $\mu_1 = \dfrac{T}{T - \frac{Mgr}{2}}$

   (e) $\mu_1 = \dfrac{\sqrt{3}T}{\frac{Mgr}{2} + T}$

2. Was ist der minimale Wert von μ_0, damit das Rad nicht gleitet?

   (a) $\mu_{0,min} = \dfrac{2T}{(M+m)\,gr - T\sqrt{3}}$

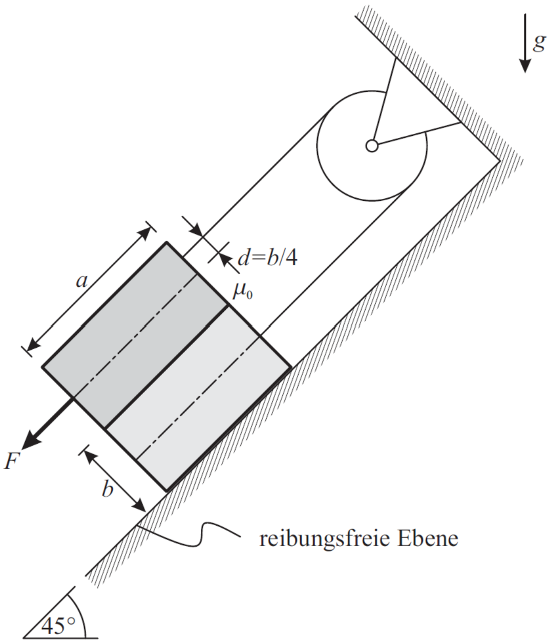
   (b) $\mu_{0,min} = \dfrac{\sqrt{3}T}{(M-m)\,gr}$

   (c) $\mu_{0,min} = \dfrac{T}{\left(\frac{M}{2} + m\right)gr - \frac{T}{\sqrt{3}}}$

   (d) $\mu_{0,min} = \dfrac{\sqrt{3}T}{\left(\frac{M}{2} + m\right)g}$

   (e) $\mu_{0,min} = \dfrac{2T}{\left(\frac{M}{2} - m\right)gr}$

3. [2] Zwei identische Quader (je Gewicht F_G, Länge a, Höhe b) liegen wie skizziert aufeinander und auf einer schiefen Ebene (Neigungswinkel 45°). Ein Seil verbindet die beiden Quader über eine Umlenkrolle. Am unteren Quader ist das Seil auf Höhe der Mittellinie befestigt, am oberen Quader $d = b/4$ oberhalb der Mittellinie. Zwischen den Quadern herrscht Haftreibung ($\mu_0 > 0$). Der Kontakt zwischen dem unteren Quader und der schiefen Ebene ist reibungsfrei. Die Gewichtskräfte der Quader und die skizzierte Kraft vom Betrag F bilden die Belastung.

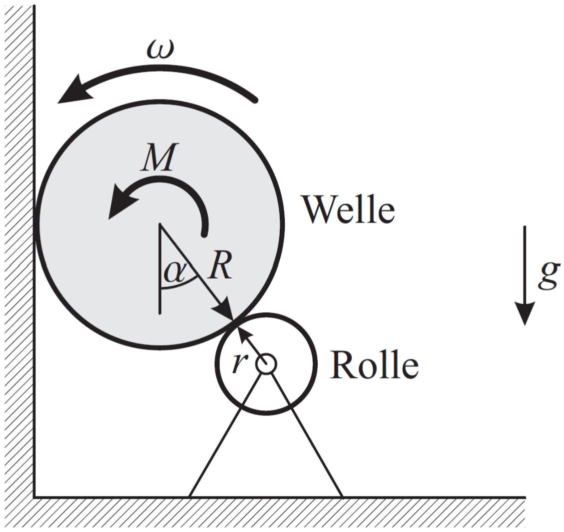


Annahmen: Ebenes System, Quader homogen, Seil undehnbar und masselos, Umlenkrolle reibungsfrei, Seilkräfte parallel zur Unterlage.

1. Schneiden Sie die Quader einzeln frei und führen Sie alle an ihnen angreifenden Kräfte ein.
2. Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen auf.
3. Berechnen Sie die Reibungskraft, die Seilkraft, die Normalkräfte und deren Angriffspunkte.
4. Gegeben seien F_G und μ_0 . Welche Bedingungen muss F erfüllen, damit das System nicht zu gleiten beginnt?
5. Welche Bedingung muss F erfüllen, damit das Seil gespannt bleibt?
6. Welche Ungleichungen stellen sicher, dass die Klötze nicht kippen? Diskutieren Sie diese Ungleichungen bei gegebenem a, b und F_G .

[2] Aufgabe aus der Übungsserie 10 der Vorlesung «151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

4. [3] Eine Welle rotiert mit konstanter Rotationsschnelligkeit $\boldsymbol{\omega}$. Sie ist mit einer vertikalen Wand und einer Rolle abgestützt. Alle Berührungen sind rau. Der Haftreibungskoeffizient ist μ_0 , der Gleitreibungskoeffizient μ_1. Die Rollwiderstandslänge ist μ_2. Die Welle hat das Gewicht F_G. Die Rolle ist reibungsfrei gelenkig gelagert und dreht mit, ihr Gewicht kann vernachlässigt werden. Die Radien von Welle und Rolle sind R und r. Es sei $\alpha = 45°$.

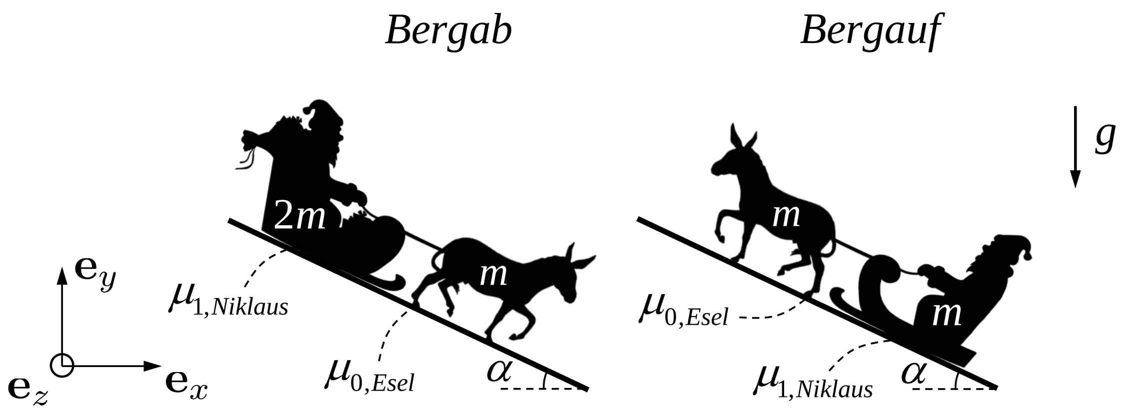


1. Bestimmen Sie alle Kräfte und Momente an Rolle und Welle, insbesondere auch das Antriebsmoment M.

Hinweis: Die Aufgabe ist als ebenes Problem mit den Methoden der Statik zu lösen.

[3] Aufgabe aus der Übungsserie 10 der Vorlesung «151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

5. Es hat frisch geschneit und St. Nikolaus fährt mit seinem Schlitten voller Geschenke (Masse $2m$) zu den Kindern im nächsten Dorf bergab. Am Abend kehrt er mit dem leeren Schlitten (Masse m) in die Berge zurück. Die komplexe Iteration der Schlitten im Neuschnee kann durch den sehr hohen Reibungswert von $\mu_{1,Niklaus} = \sqrt{3}$ beschrieben werden. Dasselbe gilt für die Hufe des Esels im weichen Schnee, für die derselbe sehr hohe Haftreibungswert von $\mu_{0,Esel} = \sqrt{3}$ gilt.



1. Wie gross muss der Neigungswinkel α sein, damit der Esel bergab und bergauf immer mit der gleichen Kraft ziehen muss?

   (a) $\alpha = 0°$

   (b) $\alpha = 15°$

   (c) $\alpha = 30°$

   (d) $\alpha = 45°$

   (e) $\alpha = 60°$

2. Wenn ein Esel bei weichem Schnee die volle Reibungskraft nutzen kann, wie viele Esel wären dann nötig, um den Schlitten mit konstanter Geschwindigkeit bergab bzw. bergauf zu ziehen?

   (a) Bergab: 0 Esel, Bergauf: 1 Esel

   (b) Bergab: 1 Esel, Bergauf: 1 Esel

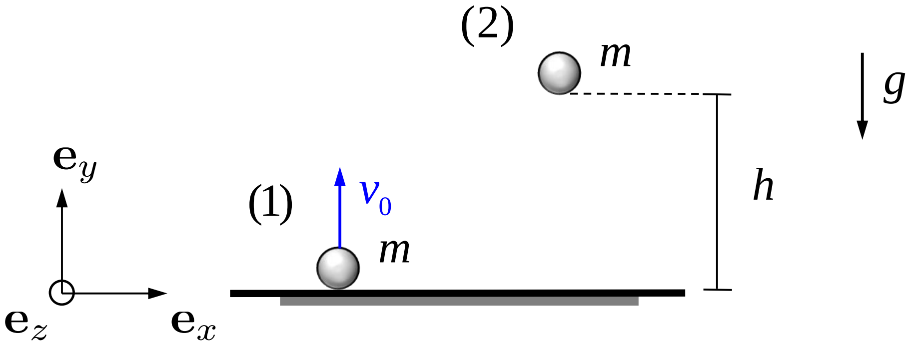
   (c) Bergab: 1 Esel, Bergauf: 2 Esel

   (d) Bergab: 2 Esel, Bergauf: 2 Esel

   (e) Bergab: 2 Esel, Bergauf: 4 Esel

   Hinweis: Alle Kräfte können auf der Höhe des Schnees angenommen werden. Bei konstanter Geschwindigkeit herrschen die Gleichgewichtsbedingungen.

6. Zwei Massen m befinden sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in der unten skizzierten Ausgangslage. Masse (1) startet am Boden und hat die Anfangsgeschwindigkeit v_0 in $\mathbf{e}_y$-Richtung, Masse (2) fällt aus der Höhe h.



Anfangsbedingungen:

Masse 1: $y_1(t=0) = 0$ $\quad v_{1,y}(t=0) = v_0$

Masse 2: $y_2(t=0) = h$ $\quad v_{2,y}(t=0) = 0$

Wie gross muss die Höhe h gewählt werden, damit beide Massen gleichzeitig (bei $t > 0$) den Boden berühren?

(a) $h = \frac{2v_0}{g}$

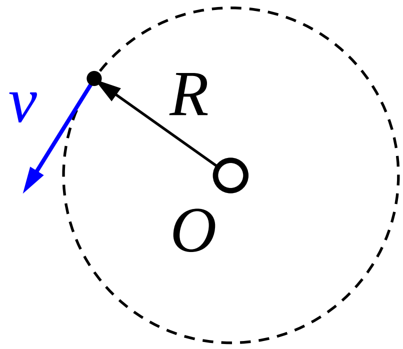
(b) $h = \frac{v_0^2}{g}$

(c) $h = 4v_0^2$

(d) $h = \frac{2v_0^2}{g}$

(e) $h = \frac{v_0^2}{2g}$

7. Ein Teilchen bewegt sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius R (siehe Skizze). Die Geschwindigkeit des Teilchens ist gegeben als $|\mathbf{v}| = at$, wobei a eine Konstante ist.



Was ist die Beschleunigung des Teilchens in Polarkoordinaten?

(a) $\mathbf{a} = -\frac{a^2t^2}{R}\mathbf{e}_\rho + a\mathbf{e}_\varphi$

(b) $\mathbf{a} = \frac{at}{R}\mathbf{e}_\rho - at\mathbf{e}_\varphi$

(c) $\mathbf{a} = \frac{a^2t^2}{R}\mathbf{e}_\rho$

(d) $\mathbf{a} = -a^2t^2\mathbf{e}_\rho + at\mathbf{e}_\varphi$

(e) $\mathbf{a} = a\mathbf{e}_\varphi$