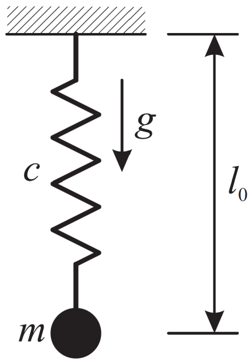
# Technische Mechanik
# 151-0223-10

## - Übung 11 -

Dr. Paolo Tiso

13. Dezember 2022

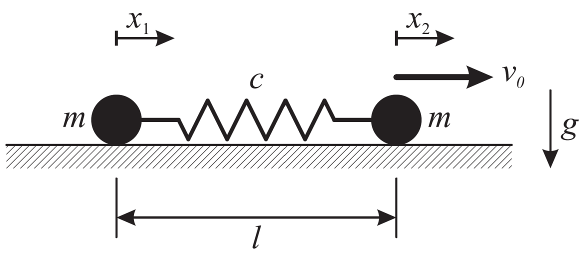
**1.** [1] Ein Massenpunkt (Masse $m$) hängt an einer Feder. Diese ist in vertikaler Lage am oberen Ende befestigt. Die Federkonstante ist $c$ und die Feder besitzt die ungespannte Länge $l_0$ . Finde die Bewegung des Massenpunktes, wenn dieser bei ungespannter Feder aus der Ruhe losgelassen wird.




1. Nehmen Sie an, dass die Feder während der Bewegung vertikal bleibe und führen Sie in einer allgemeinen Lage die Kräfte am Massenpunkt ein.
2. Formulieren Sie das Newtonsche Bewegungsgesetz und finden Sie die Bewegungsdifferentialgleichung.
3. Formulieren Sie das Anfangswertproblem für die Bewegung des Massenpunktes.
4. Bestimmen Sie die Bewegung des Massenpunktes. Dieser führt eine Schwingung aus. Wie gross sind die Amplitude und die Kreisfrequenz dieser Schwingung?

[1] Aufgabe aus der Übungsserie 11 der Vorlesung «151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

**2.** [2] Zwei Massenpunkte (Masse $m$) befinden sich auf einer reibungsfreien Horizontalebene und sind durch eine Feder (Federkonstante $c$, ungespannte Länge $l$) verbunden. Zur Zeit $t = 0$ (siehe Skizze) ist die Feder ungespannt, der linke Massenpunkt in Ruhe und der rechte Massenpunkt bewegt sich mit der Schnelligkeit $v_0$ .

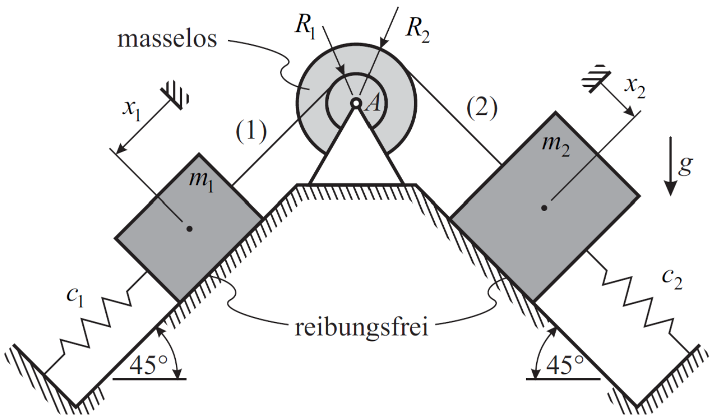



1. Formulieren Sie für beide Massen einzeln das Newtonsche Gesetz.
2. Bestimmen Sie die Bewegung der beiden Massenpunkte für die gegebenen Anfangsbedingungen.
3. Berechnen Sie die Federkraft in Funktion der Zeit.

*Tipp: Die Bewegungsdifferentialgleichungen vereinfachen sich, wenn man die neuen Koordinaten* $q_1 = x_1 + x_2$, $q_2 = x_2 - x_1$ *verwendet.*

[2]Aufgabe aus der Übungsserie 11 der Vorlesung «151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

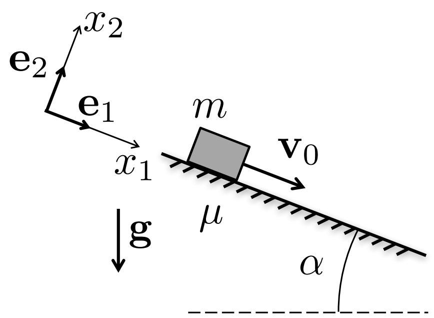
**3.** [3] Zwei Körper mit den Massen $m_1$ bzw. $m_2$ sind gemäss Skizze mit einem Seil über eine masselose Doppelrolle mit den Radien $R_1$ und $R_2$ verbunden. Beide Körper sind mittels zweier Federn mit den Federsteifigkeiten $c_1$ bzw. $c_2$ an einer Wand befestigt. Beide Körper gleiten reibungsfrei entlang zweier um 45° geneigter Ebenen. Die Federn seien im Anfangszustand ($x_1 = 0,\ x_2 = 0$) ungespannt.




1. Bestimmen Sie den Freiheitsgrad des Systems.
2. Schneiden Sie beide Körper und die Rolle frei und führen Sie alle wirkenden Kräfte ein.
3. Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen für die Rolle auf und bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen den Seilkräften in den Seilabschnitten (1) und (2).
4. Formulieren Sie die Beziehungen zwischen den Federkräften und den gegeben Koordinaten und stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen der beiden Körper bezüglich der gegebenen Koordinaten auf, ohne sie zu lösen.
5. Bestimmen Sie die kinematische Relation zwischen den Koordinaten $x_1$ und $x_2$.
6. Es gelten die Verhältnisse: $m_2/m_1 = 1/2$, $R_2/R_1 = 2$ und $c_2/c_1 = 2$. Eliminieren Sie alle unbekannten Kräfte aus den Gleichungen und reduzieren Sie das Gleichungssystem auf möglichst wenige Gleichungen.

[3] Aufgabe aus der Übungsserie 11 der Vorlesung «151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

**4.** Ein Block der Masse $m$ gleitet auf einer rauen schiefen Ebene mit dem Gleitreibungskoeffizienten $\mu$ und dem Neigungswinkel $\alpha$. Der Block erhält zum Zeitpunkt $t_0$ eine Anfangsgeschwindigkeit $\mathbf{v}_0$ in Richtung $\mathbf{e}_1$.




Wie viel Zeit $t_s$ braucht der Block, um zum Stillstand zu kommen?

(a) $t_s = \dfrac{v_0}{g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)}$

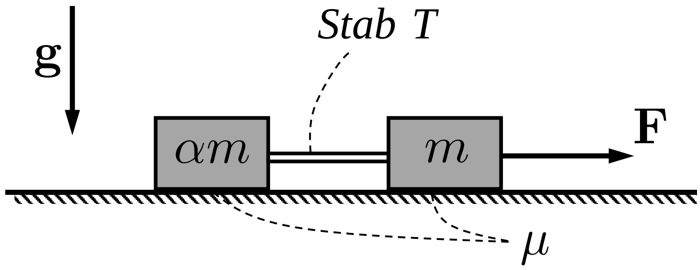
(b) $t_s = \dfrac{v_0}{g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}$

(c) $t_s = \dfrac{gv_0}{(\mu\sin\alpha - \cos\alpha)}$

(d) $t_s = \dfrac{v_0}{g(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}$

(e) $t_s = \dfrac{v_0^2}{g(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}$

**5.** Zwei Teilchen der Masse $\alpha m$ und $m$ sind durch einen starren, masselosen Stab verbunden und werden durch eine konstante Kraft $\mathbf{F}$ aus der Ruhelage gezogen. Das System gleitet auf einer horizontalen, rauen Oberfläche mit dem Gleitreibungskoeffizienten $\mu$. Die Schwerkraft wirkt nach unten. Bezeichnen Sie den Betrag der Zugkraft im Stab während des Gleitens mit $T$.




Für welchen Wert von $\alpha$ gilt $T = \frac{1}{3} F$?

(a) $\alpha = \dfrac{1}{2}$

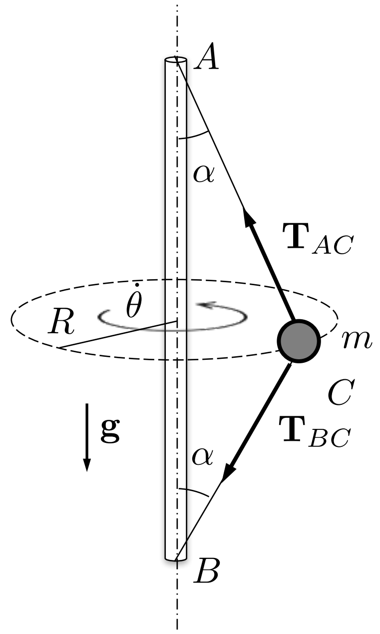
(b) $\alpha = \dfrac{2}{3}$

(c) $\alpha = 1$

(d) $\alpha = \sqrt{2}$

(e) $\alpha = 3$

**6.** Die Seile AC und BC verbinden eine Kugel der Masse $m$ mit einer senkrechten Welle, wie gezeigt. Die Schwerkraft wirkt nach unten. Wenn die Welle mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ rotiert, bewegt sich die Kugel auf einem horizontalen Kreis, wobei die Seile unter einem Winkel $\alpha$ zur Welle geneigt sind. Die Kräfte in den Seilen werden mit $\mathbf{T}_{AC}$ und $\mathbf{T}_{BC}$ bezeichnet.




Was ist der minimale Wert von $\dot{\theta}$, so dass das Seil $BC$ entspannt wird (das heisst $|\mathbf{T}_{BC}| = 0$)?

(a) $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{4g}{3R}\cos^2\alpha}$

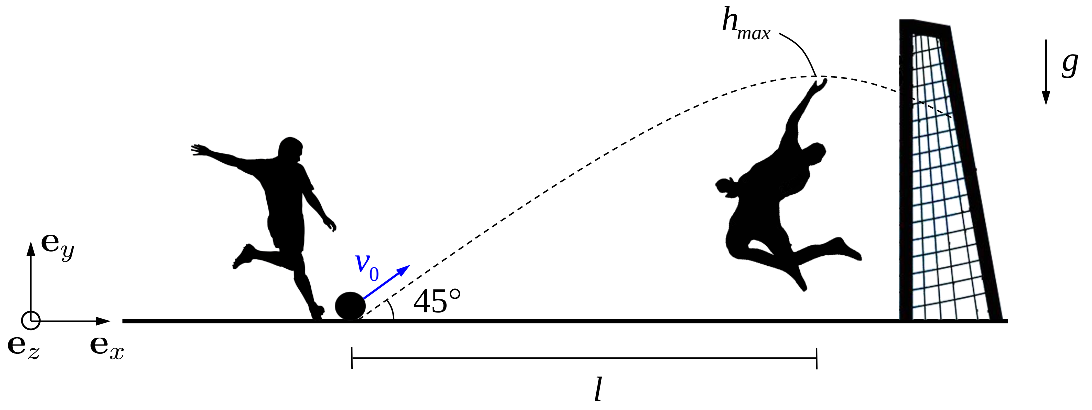
(b) $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{g}{R}\tan\alpha}$

(c) $\dot{\theta} = 0$

(d) $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{R}\sin\alpha}$

(e) $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g}{R}\cos\alpha}$

**7.** Ronaldo ist bereit, einen Strafstoss auszuführen. Er entscheidet sich für einen Winkel von 45°, ist sich aber noch unsicher über die benötigte Anfangsgeschwindigkeit $v_0$. Um das Fussballtor zu treffen, muss der Ball die maximale Höhe in der Entfernung $l$ von Ronaldo erreichen (siehe Skizze).




Wie hoch muss die Geschwindigkeit $v_0$ sein, damit Ronaldo ein Tor schiessen kann?

(a) $v_0 = \sqrt{2gl}$

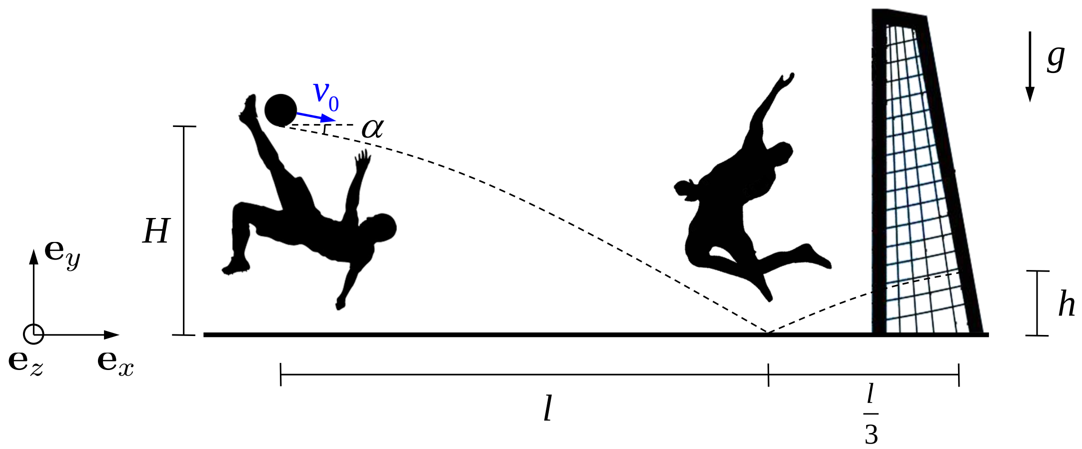
(b) $v_0 = 2gl$

(c) $v_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{gl}$

(d) $v_0 = \frac{gl}{2}$

(e) Ronaldo trifft auch ohne Physik

**8.** Als Alternative zum vorherigen direkten Schuss überlegt Ronaldo, einen Fallrückzieher zu machen. In diesem Fall wird der Ball aus der Höhe $H$ geschossen, trifft im Abstand $l$ unter dem Torhüter auf den Boden und landet in der Höhe $h$ im Tor (siehe Skizze).




1. Unter welchem Winkel $\alpha$ berührt der Fussball den Boden nach $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$?

   (a) $\alpha = 0°$

   (b) $\alpha = 15°$

   (c) $\alpha = 30°$

   (d) $\alpha = 45°$

   (e) $\alpha = 60°$

2. In welcher Höhe $h$ landet der Fussball im Tor? Der Winkel $\alpha$ kann aus Teilaufgabe 1 entnommen werden.

   (a) $h = \frac{1}{3}l$

   (b) $h = \frac{4}{9}H$

   (c) $h = \frac{1}{2}gl^2$

   (d) $h = \frac{5}{9}H$

   (e) $h = \frac{8}{9}H$

*Hinweis: Es kann davon ausgegangen werden, dass der Sprung des Balles am Boden vollständig elastisch ist, so dass die Geschwindigkeit nach dem Stoss wie folgt aussieht:*

$$\mathbf{v}_{nach} = \begin{pmatrix} v_{x,nach} \\ v_{y,nach} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{x,vor} \\ -v_{y,vor} \end{pmatrix}$$