

Themen von Heute:

- > Teil 1: Fragen/Bemerkungen zur Zwischenprüfung & Input zu Seilkräfte
- > Teil 2: Recap der Theorie von dieser Woche:
 1. Statische & Kinematische (Un-)Bestimmtheit
 2. Weitere Methoden zum Lösen von Statikaufgaben =
 - 2.1 Knotengleichgewicht
 - 2.2 3-Kräftechnitt

↳ kleine Zusammenfassung von den Methoden
- > Teil 3: Übungsaufgaben lösen (Seite 8)

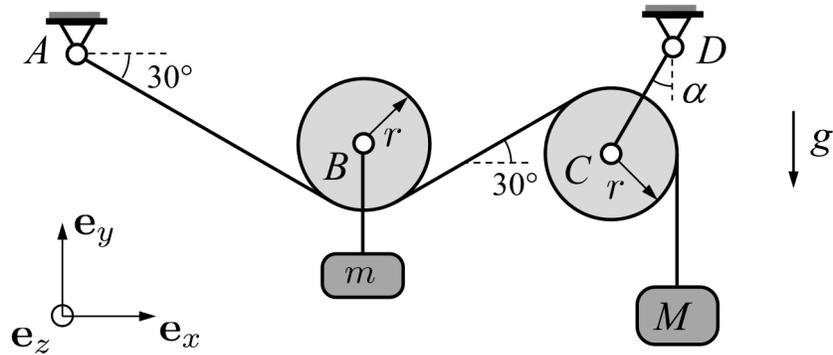
Teil 1: Fragen/Bemerkungen zur Zwischenprüfung & Input zu Seilkräfte

→ Musterlösung auf Moodle

→ Bei Fragen melden :)

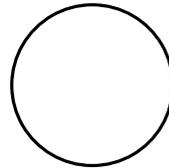
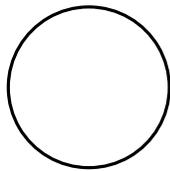
Bemerkung zu Seilkräften:

4. Der unten skizzierte Flaschenzug besteht aus 2 masselosen Rollen B und C . Die Masse m hängt an der Rolle B und die Masse M ist an dem Hauptseil befestigt. Das Hauptseil ist am Punkt A befestigt, rollt über die Rollen B und C und endet an der Masse M (siehe Skizze). Die Rolle B wird nur durch das Hauptseil gehalten und die Rolle C ist durch ein Nebenseil mit dem Punkt D verbunden (siehe Skizze). Die Seilwinkel sind in der Skizze angegeben.



In Statik:

A
0



Teil 2: Recap der Theorie von dieser Woche

1. Statische und Kinematische Bestimmtheit:

Mithilfe der statischen / kinematischen Bestimmtheit kann man prüfen, ob sich ein System im mechanischen / kinematischen Gleichgewicht befindet.

Das heißt: Inwiefern das vorhandene System in seiner Beweglichkeit aufgrund von Lagern oder Gelenken eingeschränkt ist.

Für Maschinenbauer / Bauingenieure usw. wird es dann verwendet, um zu entscheiden welche Berechnungsmethoden angewandt werden können

Systeme werden bezüglich statischer Bestimmtheit in 3 Kategorien eingeordnet:

Statisch Bestimmt:

Ein System ist statisch bestimmt, wenn jede Starrkörper-Bewegungsmöglichkeit genau durch ein Lager- oder Verbindungsreaktion unterbunden wird. Das heißt: Wenn ein System statisch bestimmt ist, gilt:



Erinnerung: f : Freiheitsgrad

n : Summe der Freiheitsgrade der einzelnen Starrkörper

b : Anzahl Bindungen

Beispiele:



Statisch Unbestimmt:

Ein System ist statisch unbestimmt, wenn die Anzahl der unbekanntes Reaktionskräfte (Lagerkräfte, Verbindungskräfte usw.) grösser ist als die Anzahl der Gleichgewichtsbedingungen. \rightarrow $KB(x): 0 = \dots$
 $KB(y): 0 = \dots$
 \vdots usw.
(das was wir in Statikaufgaben aufstellen)

D.h. wenn



(das was wir in Statikaufgaben aufstellen)

Tipp: Intuitiv: Wenn man irgendwo eine Bindungskraft (in einer Richtung) wegnehmen kann ohne dass das System deswegen zusammenfällt, ist das System statisch unbestimmt.

Good to know: In diesem Fall ist es nicht möglich, die unbekanntes Reaktionskräfte mittels der Gleichgewichtsbedingungen zu bestimmen.

Good to know: $b - n$ ist der Grad der statischen Unbestimmtheit.

Beispiele:

①



②

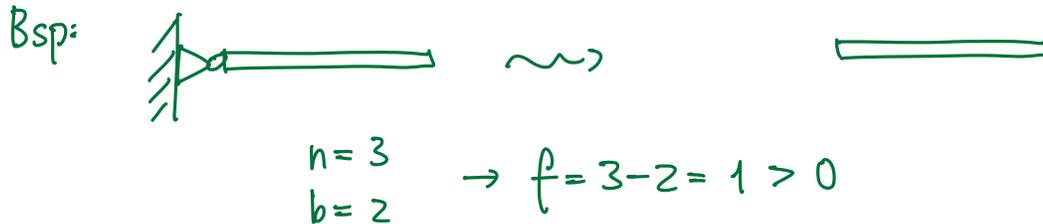


Mechanismus:

anders wie Dual?! 

Ein System kann gleichzeitig statisch & kinematisch unbestimmt sein, und zwar wenn 

Dann ist das System ein Mechanismus

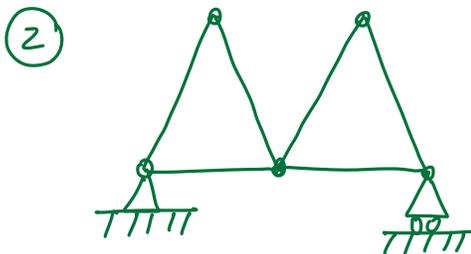
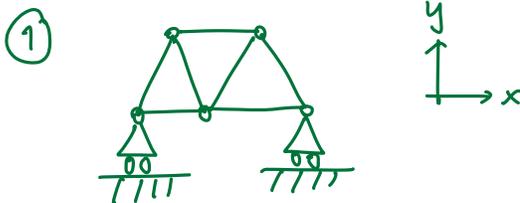


→ In diesem Fall ist die Position nicht eindeutig & das System kann sich bewegen.

Kinematisch unbestimmt:

Ein System ist kinematisch unbestimmt, falls zulässige momentane Bewegungszustände möglich sind.

Beispiele:



System kann sich z.B. so bewegen:

Good to know: Falls eine Gleichung trivial ist (z.B. $\sum F_x = 0$) ist es oft ein Indiz für kinematische Unbestimmtheit.

Wichtig: $f > 0 \stackrel{\text{impliziert}}{\Rightarrow}$ kinematisch unbestimmt,

Doch es ist keine notwendige Bedingung, um das System kinematisch unbestimmt zu machen. D.h. die umgekehrte Aussage gilt nicht:

kin.-unbestimmt $\nRightarrow f > 0$ und insbesondere:

$f \neq 0 \nRightarrow$ nicht kinematisch unbestimmt.

Statische & Kinematische Bestimmtheit, zusammengefasst:

$f = n - b = 0 \Leftrightarrow$ statisch & kinematisch bestimmt

$f = n - b \leq 0 \Leftrightarrow$ statisch unbestimmt

System kann sich bewegen \Leftrightarrow kinematisch unbestimmt

Erinnerung: In 2D hat ein SK 3 GGW-Gleichungen,
In 3D hat ein SK 6 GGW-Gleichungen

wobei $n = \#$ GGW-Bedingungen
($\hat{=}$ \sum der Freiheitsgrade
der einzelnen SK)

$b = \#$ Unbekannte
($\hat{=}$ $\#$ Lager- und
Bindungskräfte)

Wichtige Zusammenhänge:

• "Ein System aus starren Teilen ist genau dann statisch bestimmt, wenn es [...] weder statisch unbestimmt noch kinematisch unbestimmt ist."

\rightarrow aus Skript S.57

- Ein kinematisch unbestimmtes System kann nicht statisch bestimmt sein.
- Ein System kann gleichzeitig kinematisch und statisch unbestimmt sein.

⊙ $f > 0 \stackrel{\text{impliziert}}{\Rightarrow}$ kinematisch unbestimmt.

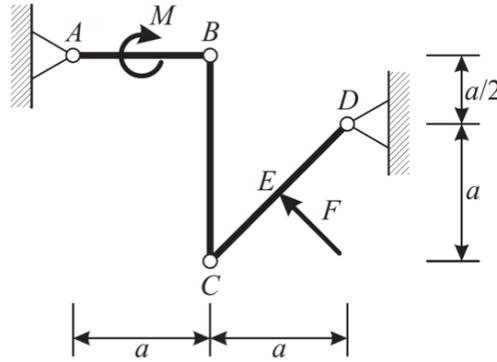
⚠ Achtung nicht \Leftrightarrow !

d.h. insbesondere: $f = n - b \neq 0 \nRightarrow$ nicht kinematisch unbestimmt

Beispielaufgabe: Serie 8 Aufgabe 1:

1. ¹ Das skizzierte System besteht aus drei gewichtslosen Stäben AB , BC , CD . In A und D ist das System reibungslos gelenkig gelagert. In B und C sind die Stäbe reibungslos gelenkig miteinander verbunden. Am Stab AB greift ein Kräftepaar vom Betrag M an. Senkrecht in der Mitte E des Stabes CD greift eine Kraft vom Betrag F an. Der Betrag M des Kräftepaars sei gegeben und der Betrag F der Kraft sei unbekannt. Das System sei in Ruhe.

Annahmen: Ebenes System, Stäbe starr und gewichtslos, Lager reibungsfrei.



1. Ist das System statisch unbestimmt?
2. Ist das System kinematisch unbestimmt?
3. Bestimmen Sie die Lagerkräfte in D .
4. Bestimmen Sie den Betrag der Kraft F , sodass das System sich in Ruhe befindet.

Freischnitt:

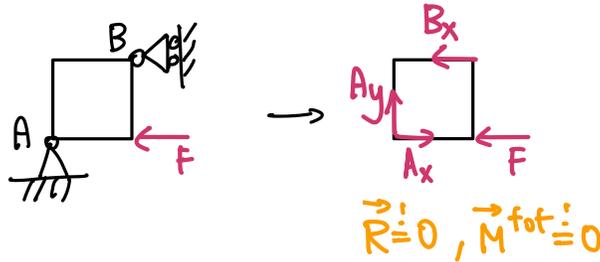
2. Weitere Methoden zum Lösen von Statikaufgaben

Wir haben bereits den Hauptsatz der Statik kennengelernt:

$$\text{Starrkörper in Ruhe (im GGW)} \Leftrightarrow \vec{R} = 0, \vec{M}^{\text{tot}} = 0$$

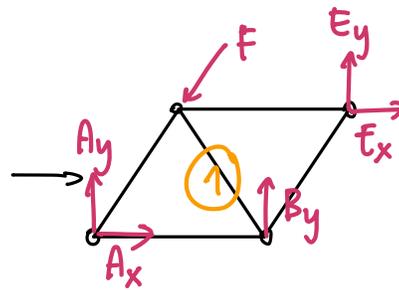
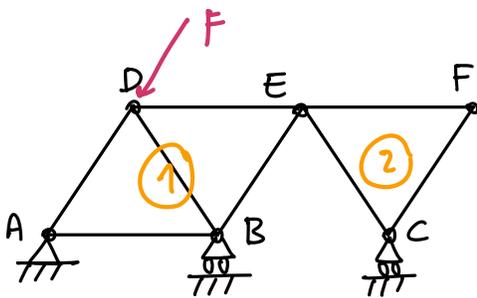
Diesen Satz verwenden wir, um z.B. die Bindungskräfte eines Systems

zu bestimmen:

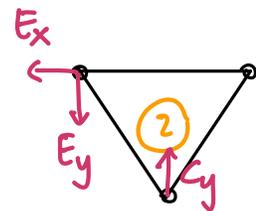


A_x, A_y, B_x ?
↳ mit HS bestimmen.

Bei Systemen mit mehreren Starrkörpern haben wir die Starrkörper getrennt, die internen Kräfte im Freischnitt eingezeichnet und den HS auf jeden einzelnen Starrkörper angewendet:



$$\vec{R}_1 = 0, \vec{M}_1^{\text{tot}} = 0$$



$$\vec{R}_2 = 0, \vec{M}_2^{\text{tot}} = 0$$

Nun schauen wir uns 2 andere Methoden an, das System zu trennen:

2.1 Knotengleichgewicht

→ verwenden, wenn man alle Stabkräfte eines Systems bestimmen möchte.

Vorgehen: ① alle Knoten des Starrkörpers / Systems freischneiden

② alle an diesem Knoten angreifende Kräfte einzeichnen:

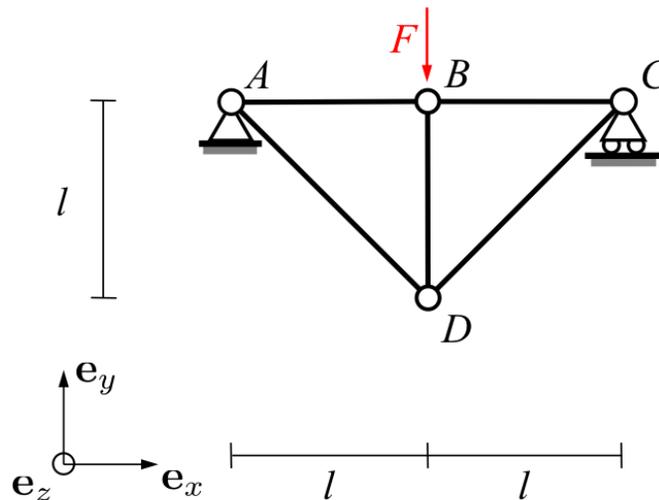
↳ äussere Kräfte

↳ interne Kräfte (Stabkräfte)

③ an alle diese Knoten den HS anwenden um die gesuchten Kräfte zu bestimmen.

Beispielaufgabe: Serie 8 Aufgabe 2

2. Das unten skizzierte Fachwerk besteht aus 5 masselosen gelenkig miteinander verbundenen Stäben. Die entsprechenden Längen können aus der Skizze abgelesen werden. Eine Kraft F wirkt im Punkt B in negativer e_y Richtung. Punkt A ist gelenkig gelagert und Punkt C ist mit einem Rolllager verbunden (siehe Skizze).



1. Berechnen Sie die Reaktionskräfte in A und C .
2. Bestimmen Sie alle Stabkräfte und ob sie Zug- oder Druckstäbe sind.

Hinweis: Das System ist statisch bestimmt. Um die Stabkräfte zu berechnen, verwenden Sie das Knotengleichgewicht.

1) Freischnitt:

2) Knoten freischneiden:

HS anwenden =

Wichtig :

Bemerkung: Die Reihenfolge der gelösten Knoten spielt keine Rolle, solange immer nur 2 oder weniger Unbekannte bei den berechneten Knoten vorhanden sind. Z.B. die Knoten in der Reihenfolge C, B, D, A zu lösen, wäre auch eine zulässige Möglichkeit.

2.2 3-Kräftechnitt

→ anwenden, wenn man mehrere Stabkräfte gleichzeitig bestimmen möchte.

Vorgehen: ① System dort "schneiden", wo man die (Stab-)Kräfte bestimmen möchte.

② alle Kräfte im Freischnitt einzeichnen

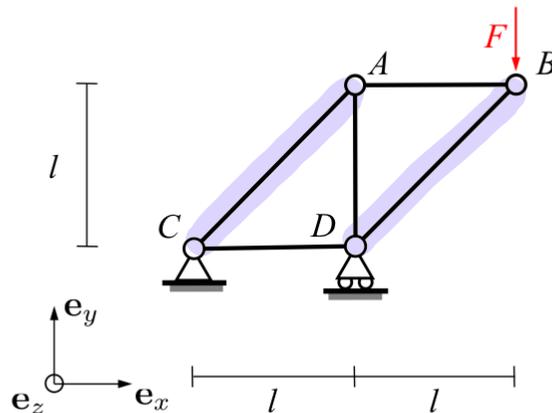
↳ äussere Kräfte

↳ innere Kräfte: Kräfte, die an den "Schnittstellen" angreifen!

③ HS anwenden um die gesuchten Kräfte zu bestimmen.

Beispielaufgabe: Serie 8 Aufgabe 3

3. Das unten skizzierte Fachwerk besteht aus 5 masselosen gelenkig miteinander verbundenen Stäben. Die entsprechenden Längen können aus der Skizze abgelesen werden. Eine Kraft F wirkt im Punkt B in negativer e_y Richtung, Punkt C ist gelenkig gelagert und Punkt D ist mit einem Rollager verbunden (siehe Skizze).



Welche der folgenden Aussagen über die Stabkräfte ist richtig (positive Werte sind Zugstäbe und negative Druckstäbe)?

- (a) $S_{AC} = S_{BD} = 2F$
- (b) $S_{AC} = \frac{1}{2} S_{BD} = -F$
- (c) $S_{AC} = -S_{BD} = \sqrt{2}F$
- (d) $S_{AC} = S_{BD} = -\sqrt{2}F$
- (e) $S_{AC} = -\sqrt{2} S_{BD} = F$

Hinweis: Benutzen Sie den 3-Kräftechnitt

Überblick alle Methoden zum Lösen von Statik-Aufgaben

- Statikaufgaben, Ziele:
- Bindungs-, Seil-, Stabkräfte bestimmen,
 - (Kräfte-)Bedingungen für Ruhe bestimmen

Methoden:

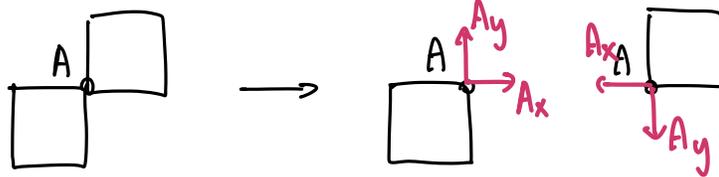
Hauptsatz der Statik (HS):

$$1 \text{ SK ist in Ruhe (in GGW)} \Leftrightarrow \vec{R} = 0, \vec{M}^{\text{tot}} = 0$$
$$n \text{ SK in Ruhe (in GGW)} \Rightarrow \vec{R} = 0, \vec{M}^{\text{tot}} = 0$$

$\hookrightarrow n \in \mathbb{N}_{>1}$

Wann verwenden?

- \hookrightarrow alle Lager- & Bindungskräfte gesucht
- \hookrightarrow falls mehrere SK \rightarrow Trennen & HS auf jeden SK anwenden!
 - \hookrightarrow Achtung interne Kräfte jeweils mit entgegengesetztem Vorzeichen einzeichnen!



Möglichkeiten, das System aufzutrennen:

- \hookrightarrow Alle Starrkörper trennen \rightarrow alle Bindungskräfte bestimmen
- \hookrightarrow Knotengleichgewicht \rightarrow alle Stabkräfte bestimmen
- \hookrightarrow 3-Kräftechnitt \rightarrow mehrere Stabkräfte gleichzeitig bestimmen

Prinzip der virtuellen Leistungen (PdvL)

$$\text{System in Ruhe (} \hat{=} \text{ in GGW)} \Leftrightarrow \tilde{P}^{\text{tot}} = 0$$

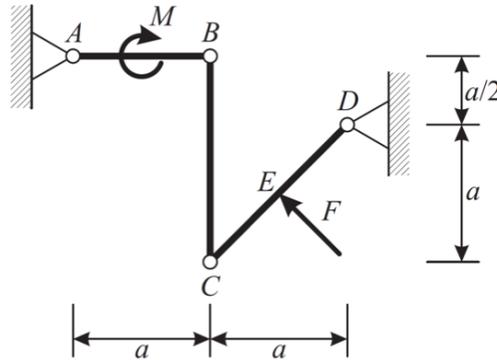
Wann verwenden?

- \hookrightarrow Wenn bei einem System nur eine/wenige Kräfte (z.B. Stabkraft) gesucht sind.

Teil 3: Übungsaufgaben - Serie 8

1. ¹ Das skizzierte System besteht aus drei gewichtslosen Stäben AB , BC , CD . In A und D ist das System reibungslos gelenkig gelagert. In B und C sind die Stäbe reibungslos gelenkig miteinander verbunden. Am Stab AB greift ein Kräftepaar vom Betrag M an. Senkrecht in der Mitte E des Stabes CD greift eine Kraft vom Betrag F an. Der Betrag M des Kräftepaares sei gegeben und der Betrag F der Kraft sei unbekannt. Das System sei in Ruhe.

Annahmen: Ebenes System, Stäbe starr und gewichtslos, Lager reibungsfrei.



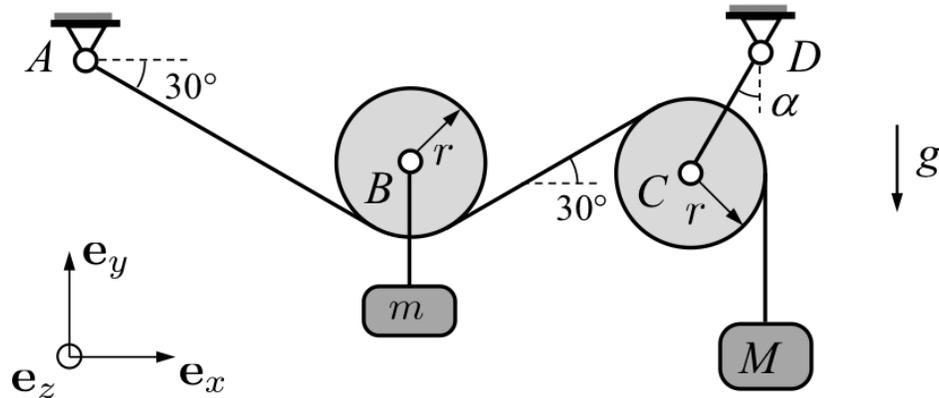
in Ü gelöst

1. Ist das System statisch unbestimmt?
2. Ist das System kinematisch unbestimmt?
3. Bestimmen Sie die Lagerkräfte in D .
4. Bestimmen Sie den Betrag der Kraft F , sodass das System sich in Ruhe befindet.

Tipps:

- 3) Hauptsatz der Statik anwenden.
- 4) Wieder Hauptsatz der Statik anwenden, um die Beziehung zwischen F und M im Fall der Ruhe zu bestimmen.

4. Der unten skizzierte Flaschenzug besteht aus 2 masselosen Rollen B und C . Die Masse m hängt an der Rolle B und die Masse M ist an dem Hauptseil befestigt. Das Hauptseil ist am Punkt A befestigt, rollt über die Rollen B und C und endet an der Masse M (siehe Skizze). Die Rolle B wird nur durch das Hauptseil gehalten und die Rolle C ist durch ein Nebenseil mit dem Punkt D verbunden (siehe Skizze). Die Seilwinkel sind in der Skizze angegeben.

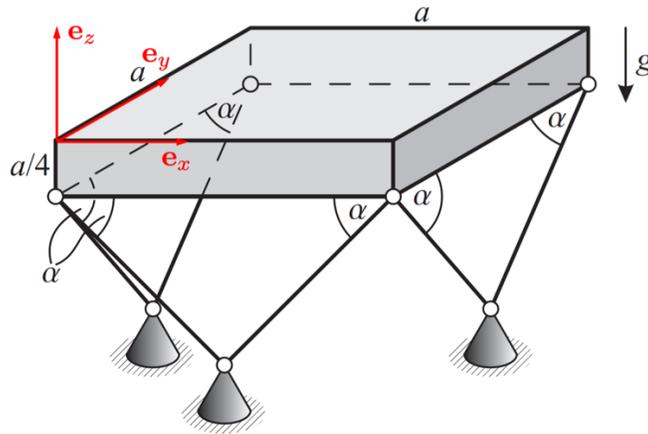


- Wie muss das Verhältnis zwischen den Massen m und M gewählt werden, damit sich das System in Ruhe befindet?
 - $M = \frac{1}{4}m$
 - $M = \frac{1}{2}m$
 - $M = \frac{\sqrt{3}}{2}m$
 - $M = m$
 - $M = 2m$
- Wie gross ist der Winkel α , wenn sich das System im Gleichgewicht befindet?
 - $\alpha = 0^\circ$
 - $\alpha = 30^\circ$
 - $\alpha = 45^\circ$
 - $\alpha = 60^\circ$
 - $\alpha = 90^\circ$

Tipps:

Am Anfang von ü besprochener "Trick" verwenden.

5. ² Gegeben ist ein homogener Quader (Kantenlängen $a/4, a, a$) mit dem Gewicht F_G . Der Quader steht auf sechs gewichtslosen Stäben, die durch reibungsfreie Gelenke mit dem Quader und dem Untergrund verbunden sind. Jeweils zwei Stäbe liegen in einer Ebene mit einer Quaderseite. Die Stäbe bilden mit den Quaderkanten einen Winkel von $\alpha = 45^\circ$.



- macht diese {
1. Ist der Quader statisch unbestimmt gelagert? Begründen Sie die Antwort.
 2. Ist der Quader kinematisch unbestimmt gelagert? Begründen Sie die Antwort.
 3. Bestimmen Sie die Stabkräfte.

↳ lange Aufgabe.

Mulö vom HS20 löst es ganz anders als Mulö vom dieses Jahr. Schaut nach falls es euch interessiert.

Tipps:

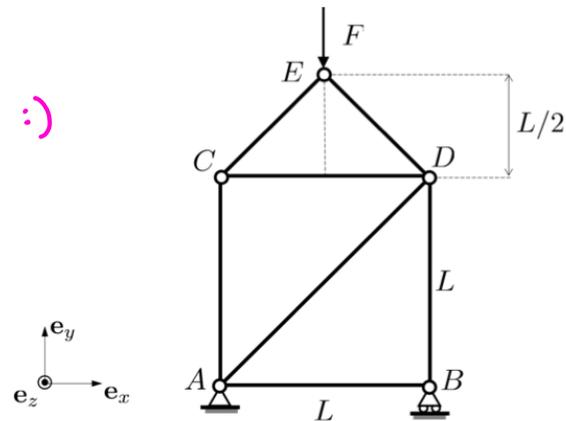
1~2) f berechnen und in Tabelle nachschauen.
für 2) auch überlegen, ob das System sich bewegen kann & überlegen, ob die Lösung in 1) Sinn macht :)

3) HS in 3D. (mit Symmetrie & Logik).

Mühsam, aber probiert es wenn ihr Zeit habt, ansonsten mind die Mulö verstehen :)

6. Das ebene Fachwerk in der Skizze besteht aus 7 reibungsfrei gelenkig miteinander verbundenen Stäben mit den in der Skizze gegebenen Längen. Im Punkt A ist es gelenkig gelagert, im Punkt B horizontal verschiebbar gelagert, sodass es nicht abheben kann. Im Punkt E greift eine Kraft vom Betrag F wie eingezeichnet an. Was ist die Stabkraft im Stab CD in Abhängigkeit der Kraft F ?

Recap PdvL :)

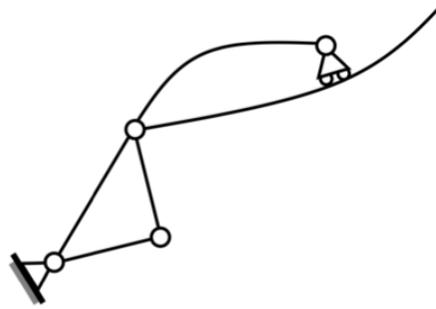


- (a) $S_{CD} = \frac{F}{2}$
 (b) $S_{CD} = \frac{F}{4}$
 (c) $S_{CD} = F$
 (d) $S_{CD} = \sqrt{2}F$
 (e) $S_{CD} = \frac{F}{\sqrt{2}}$

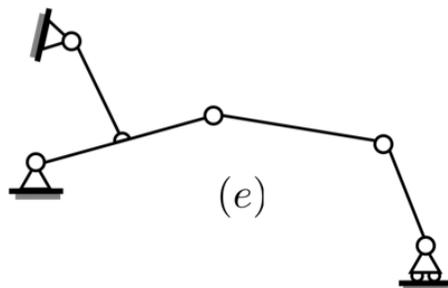
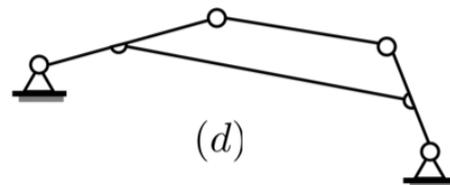
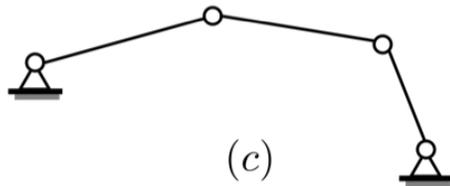
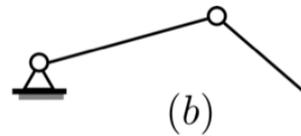
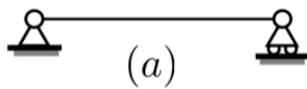
Tipps:

PdvL- Kochrezept & Bsp. in Ü7 S. 8~13

7. Betrachten Sie das unten abgebildete System, das aus starren gelenkig miteinander verbundenen Stäben besteht.



Welches der folgenden Systeme hat denselben Freiheitsgrad wie das obige?



Tipps:

$$f = n - b$$

$n = \Sigma$ der Freiheitsgrade der einzelnen SK
 $b = \#$ Bindungsgleichungen (linear unabhängig)