Übung 9

29.11.2022
Lina De Windt

Themen von Heute:

> Teil 1: Fragen & **Inputs** zu Themen / Aufgaben von letzter Woche?

> Teil 2: Recap der Theorie für die aktuelle Serie

1. (nicht) Kippen
2. Reibung
   - 2.1 Haftreibung
   - 2.2 Gleitreibung
   - 2.3 Rollwiderstand ($\hat{=}$ Rollreibung)

> Teil 3: Übungsaufgaben lösen (Serie 9)

Teil 1: Fragen & Inputs zu Themen / Aufgaben von letzter Woche

Kleine Uneinheitlichkeit bei der Definition von statischer (Un-) Bestimmtheit:

Literatur (insbesondere Skript, alte Prüfungen (& auch meine Z.F.)):

f=0 statisch bestimmt. → alle Reaktionskräfte bestimmbar mittels GGW-Gl. en

f<0 statisch unbestimmt. → Reaktionskräfte nicht bestimmbar mittels GGW-Gl. en

f>0 statisch überbestimmt (also weder statisch bestimmt noch statisch unbestimmt), Mechanismus → Reaktionskräfte in Spezialfällen bestimmbar mittels GGW-Gl. en.

↪ auf jeden Fall richtig. Also an der Prüfung könnt ihr auch mit mit diesen Definitionen antworten.

Dieses Jahr, VL-slides:

Einfacher :)

$f = 0$		*Statisch Bestimmt* *Kinematisch Bestimmt*	Gleichgewicht immer möglich
$f < 0$		*Statisch unbestimmt* *Kinematisch Bestimmt*	Bindungskräfte können nicht durch Gleichgewichtbedingugen bestimmt werden
$f > 0$		*Statisch unbestimmt* *Kinematisch unbestimmt* *(Mechanismus)*	Gleichgewicht nur für spezielle Belastungsfälle möglich

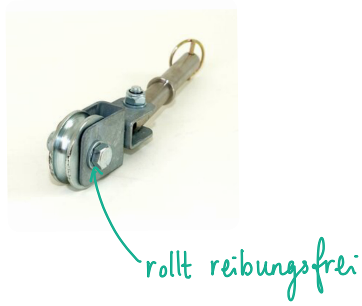
↪ nur 2 Fälle (statisch bestimmt oder statisch unbestimmt).
Diese Def. ist natürlich auch richtig für die Prüfung.

Seid euch dieser Uneinheitlichkeit bewusst & tut euch nicht verwirren lassen vom Skript / von den MuLö's der alten Prüfungen :)

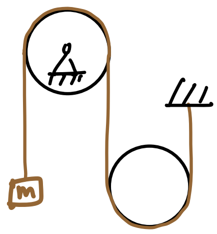
Tipps für Flaschenzug-Aufgaben (oder Umlenkungen / Seile i.A.)

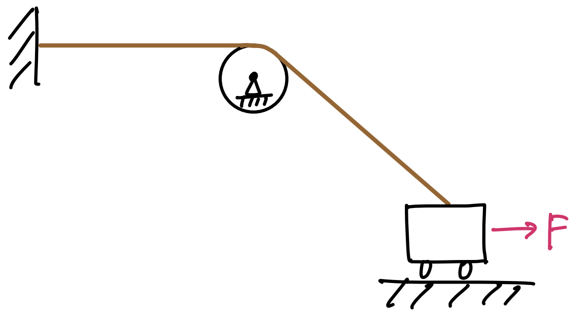
Reibungsfreie Umlenkungen:

In real-life:



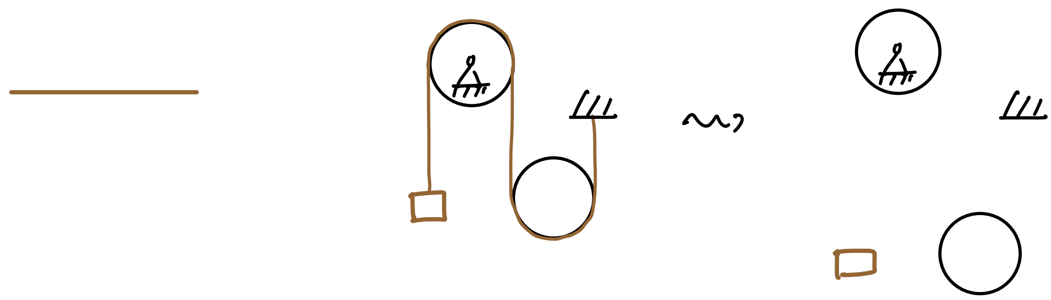
in den Aufgaben:





Seil:

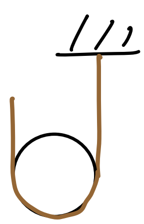
- Seilkräfte sind an beiden Enden gleich gross:



- Wenn das Seil gespannt & unverformt bleibt, dann sind dort die Geschwindigkeiten aller Punkte gleich.

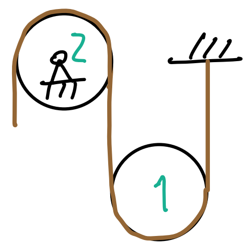
Beispiel:

Gegenbeispiel:



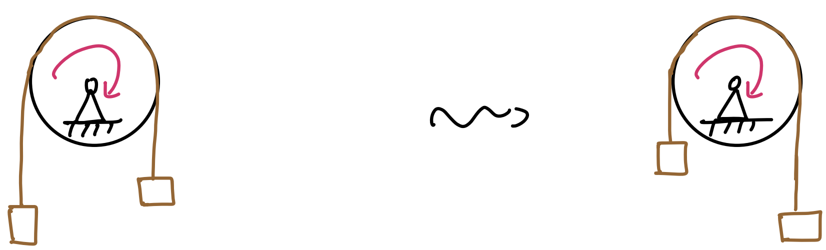
Annahme: keine Bewegung in x-Richtung

• Wenn ein Seil an der Wand / an die Decke angehängt ist, dann sind alle Pkte des Seils die direkt in Verbindung stehen mit der Wand/Decke in Ruhe.



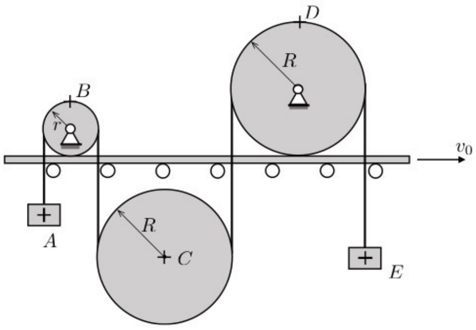
⇒ so kann man z.B. das Momentanzentrum einer Umlenkung finden

• Wenn ein Rad / eine Umlenkung rollt, dann "rollt" das Seil auch mit, d.h.



Quiztime :)

1. Zwei kreisförmige Scheiben mit den Radien r und R rollen ohne zu gleiten auf einem starren Band, *das sich mit konstanter Geschwindigkeit v_0 bewegt.* Um die beiden Scheiben und um eine dritte Scheibe mit Mittelpunkt C und Radius R, ist ein undehnbares Seil gewickelt. Diese dritte Scheibe ist freitragend und frei beweglich. Jedes Ende des Seils ist, wie gezeigt, mit einer Masse verbunden.



Welche Aussage über die Schnelligkeiten der Punkte A bis E ist richtig?

(a) $v_A = v_B = v_C = v_D = v_E$

(b) $v_D = 2v_C$ und $v_B > v_D$

(c) $v_B > v_C > v_A$ und $v_A = v_D$

(d) $v_A = v_B = v_D = v_E$ und $v_C = 0$

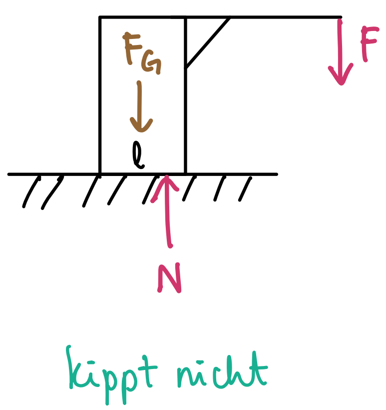
(e) $v_A = v_E$ und $v_B = v_D = v_C$

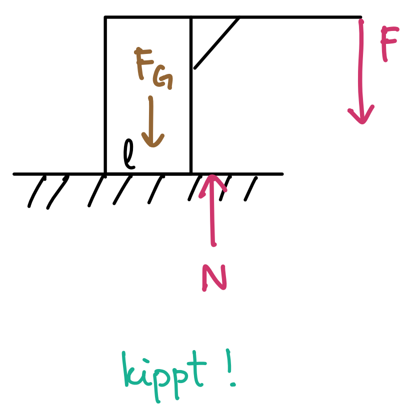
Hinweis: Die Bedingung des Rollens ohne Gleiten setzt voraus, dass die Geschwindigkeiten der Körper in den jeweiligen Berührungspunkten gleich sein müssen.

Teil 2: Recap der Theorie für die aktuelle Serie

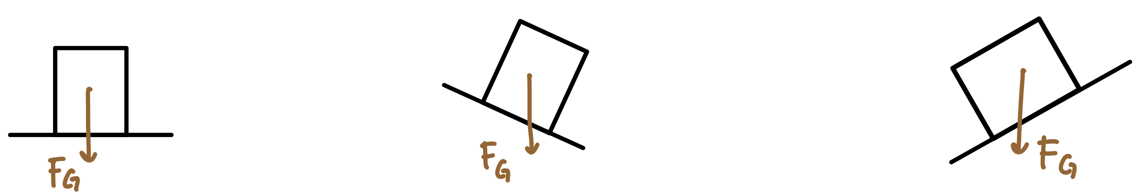
2. (nicht) Kippen:

Um zu prüfen, in welchem Fall ein Körper kippt, muss die Normalkraft mit der Ebene, auf die der Körper steht, eingeführt werden.
Damit der Körper nicht kippt, muss die Kraft innerhalb der Kontaktfläche / Standfläche angreifen:



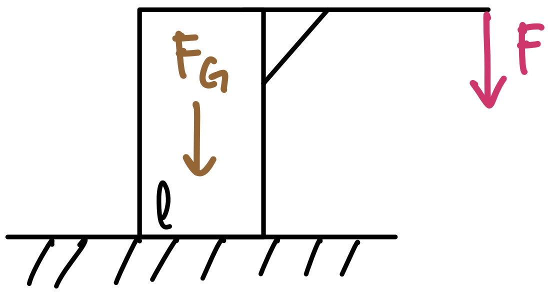


Bem: Die Normalkraft N muss man immer senkrecht zur Auflagefläche einführen!



Doch wie können wir Bedingungen für das (nicht) kippen berechnen?

① Wir führen eine Abstandsvariable für N ein:

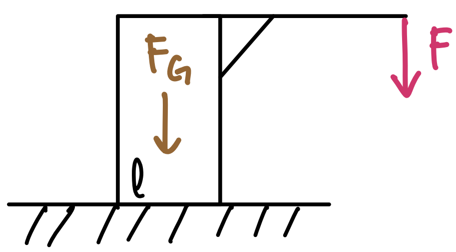


② Und wir stellen eine Bedingung für diese Abstandsvariable auf:

nicht kippen: $\boxed{}$ wenn a wie oben eingeführt wurde*

*Wir dürfen die Variable beliebig einführen, doch dann muss man die Gleichung für (nicht) kippen entsprechend anpassen.

z.B. wenn wir es so einführen:



Dann ist die Bedingung für nicht kippen: $a \in [0, \ell]$

⚠ Math-stuff: nützliche mathematische Eigenschaften für den Betrag:

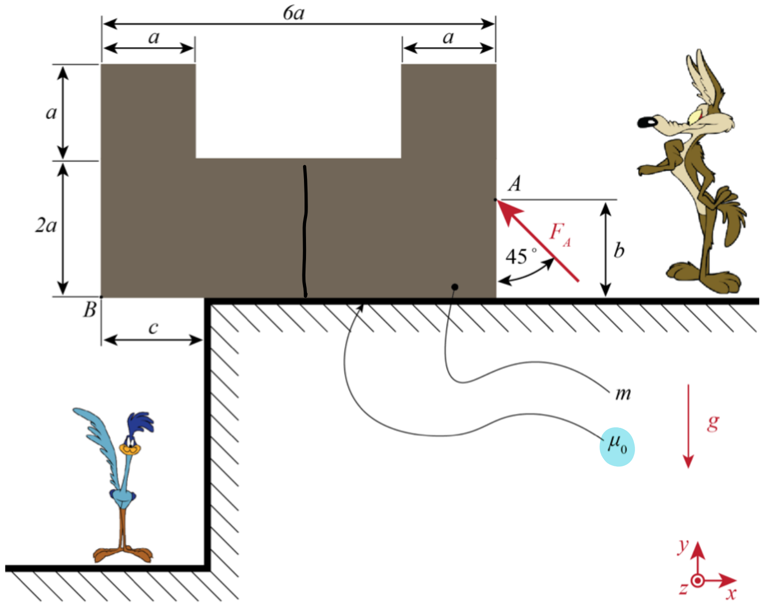
(wirst du evtl. brauchen bei nicht-kippen-Aufgaben)

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ gilt:

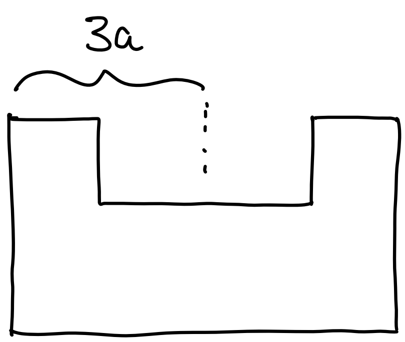
- $|a| \geq 0$
- $|a| = 0 \iff a = 0$
- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ (und $|a^n| = |a|^n$)
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ (und $\left|\frac{1}{a^n}\right| = \frac{1}{|a|^n}$)
- $|a| \leq b \iff -b \leq a \leq b$
- $|a| \leq c \cdot |b| \iff a \in [-1, 1] \cdot c \cdot b$
- $|a+b| \leq |a| + |b|$

Beispielaufgabe 1: Zwischenklausur 3 HS20, Aufgabe 1:

Coyote versucht, ein Sofa auf den Roadrunner zu schieben. Das Sofa hat eine homogene Masse m, während seine Abmasse in Abbildung 1 durch eine Konstante a angegeben ist. Im Punkt A, der b vom Boden entfernt ist, wirkt $F_A = F$ in einem Winkel von $45°$ auf das Sofa. Die Erdbeschleunigung g ist in $-y$ Richtung gerichtet. Zwischen dem Sofa und dem Boden wird der Reibungskoeffizient als μ_0 definiert.



(c) Bestimmen Sie c, so dass der Körper kippt. Antworten Sie mit den bekannten Grössen (m, g, a, F, b, μ_0). [*3 Punkte*]



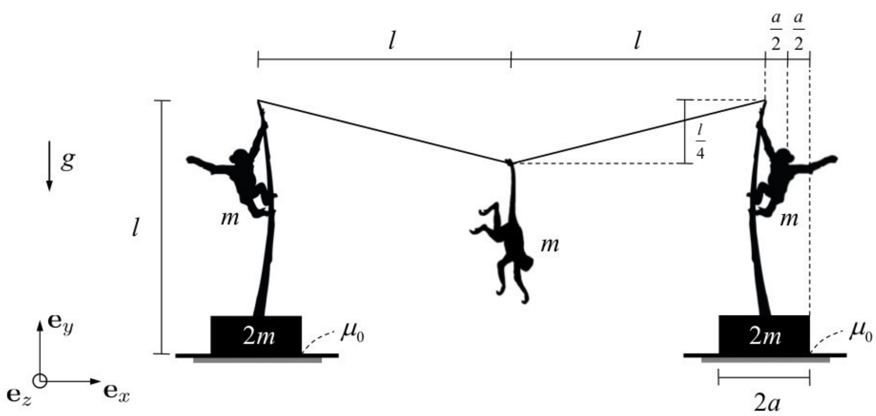
aus vorherigen Berechnungen (hier nicht gemacht siehe ,Mulö bei Interesse) wissen wir, dass:

$$\begin{cases} N = mg - \frac{\sqrt{2}}{2} F \quad \text{und} \\ Ne = \frac{\sqrt{2}}{2} F \cdot (3a + b) \end{cases}$$

Bedingung für Kippen:

Beispielaufgabe 2: Serie 9 Aufgabe 6

6. Willkommen im Dschungel! Dort spielen oft Affen und diesmal sind es gerade 3 in einer spiegelsymmetrischen Anordnung (siehe Skizze). Der Affe in der Mitte hängt am Schwanz an einem Seil und die beiden anderen an der Seite hängen in einem Abstand $\frac{a}{2}$ vom Baum. Die masselosen Bäume sind fest in der Mitte eines $2m$ schweren Erdblocks verwurzelt und können als gerade angenommen werden. Die Bodenblöcke liegen auf einer festen Oberfläche, deren Reibungswert μ_0 beträgt. Das Gewicht eines Affen ist m und die anderen Abmessungen können der Skizze entnommen werden.



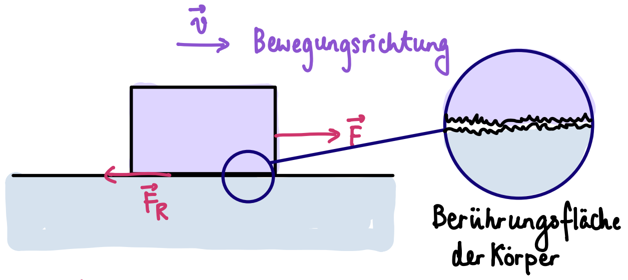
1. Wie gross muss die Länge a (halbe Breite des Bodenblocks) mindestens sein, damit die Bäume bei der gegebenen Konfiguration nicht umkippen?
   (a) $a \geq \frac{3}{7}l$
   (b) $a \geq \frac{1}{2}l$
   (c) $a \geq \frac{4}{7}l$
   (d) $a \geq \frac{2}{3}l$
   (e) $a \geq \frac{4}{5}l$

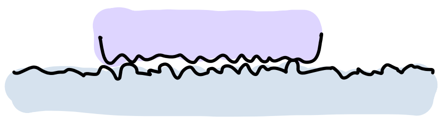
2. Was ist der minimale Reibungswert μ_0, bei dem die Bäume nicht zusammenrutschen können?
   (a) $\mu_0 \geq \frac{1}{3}$
   (b) $\mu_0 \geq \frac{1}{2}$
   (c) $\mu_0 \geq \frac{4}{7}$
   (d) $\mu_0 \geq \frac{4}{5}$
   (e) $\mu_0 \geq 1$

1) Wir haben 2 Blöcke:

2. Reibung:

Körper sind in der Realität nicht reibungsfrei, sondern es treten Reibungskräfte auf.



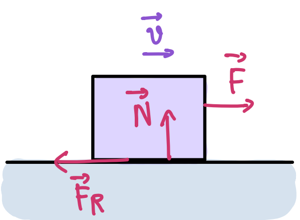


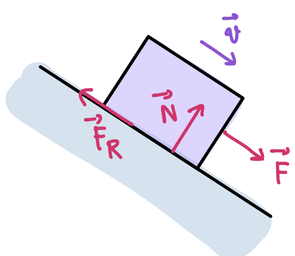
$\vec{F}$: Kraft, die die Bewegung hervorruft
$\vec{F}_R$: Reibungskraft

Intuitiv: je grösser F_R, desto schwieriger ist es, den Klotz zu bewegen.

Was bedeutet das für uns?
→ Wenn in einer Aufgabe angegeben wird, dass Reibung stattfindet, müssen wir einfach auch die Reibungskräfte im Freischnitt einzeichnen & in den Berechnungen berücksichtigen.

Die Reibungskraft wirkt entgegen der Bewegungsrichtung und ist immer senkrecht zur Normalkraft.



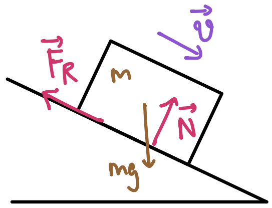


Bem: Reibungskräfte treten zwischen 2 Körper auf.

Wir unterscheiden zwischen Haftreibung, Gleitreibung und Rollreibung.

1.1 Haftreibung:

Bei der Haftreibung findet keine Bewegung der Körper zueinander statt.



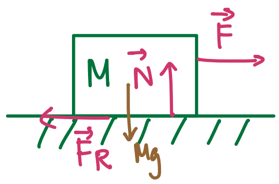
$\vec{v} = 0$

← Das ist die Bedingung, s.d. der Körper haftet!

μ_0 heisst Haftreibungskoeffizient.

Bem: Haften liefert uns eine zusätzliche Bedingung!

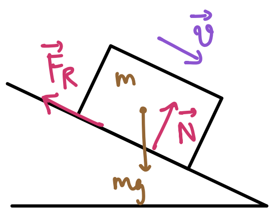
Bsp:



Sei $\vec{N} = \begin{pmatrix} 0 \\ Mg \end{pmatrix}$, $\vec{F}_R = \begin{pmatrix} -F \\ 0 \end{pmatrix}$. Wie gross muss μ_0 mind. sein, s.d. der Quader haftet?

1.2 Gleitreibung:

Bei der Gleitreibung bewegen sich die Oberflächen der Körper relativ zueinander.
Dabei gleitet der Körper und erfährt eine konstante Reibungskraft.



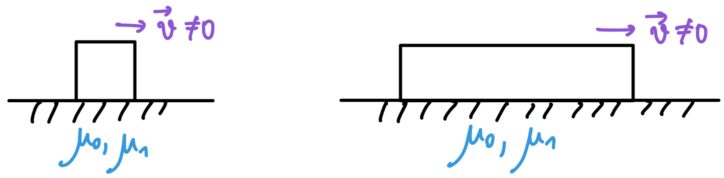
$\vec{v} \neq 0$

μ_1 heisst Gleitreibungskoeffizient.

Bem: Gleiten liefert eine zusätzliche Gleichung!

Zusatzinfos zu μ_0, μ_1:

μ_0, μ_1 sind Materialeigenschaften. Sie sind unabhängig von $\vec{N}$ und der Grösse der Berührungsfläche. Es gilt $\mu_0, \mu_1 > 0$.



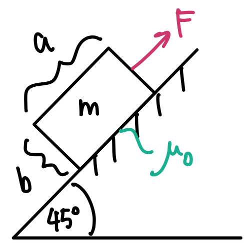
μ_0, μ_1 bleiben gleich!

Bsp. einige Haft- (μ_0) und Gleitreibungskoeffizienten (μ_1): (nicht prüfungsrelevant)

	μ_0	μ_1
Stahl-Stahl	0,1 ~ 0,5	0,1 ~ 0.4
Holz-Metall	0,5 ~ 0,65	0,2 ~ 0,5
Ski-Schnee	0,1 ~ 0.3	0,04 ~ 0,2

Beispielaufgabe 1: (von mir erstellt :))

Ein Quader liegt wie skizziert auf einer schiefen Ebene. Zwischen dem Quader und der Ebene herrscht Haftreibung mit Gleitreibungskoeffizient μ_0. Eine Kraft F greift auf den Quader wie skizziert:



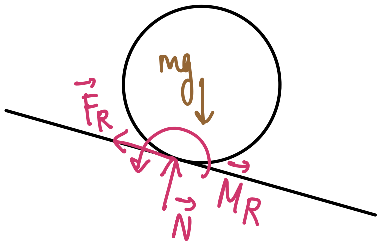
① Schneide den Quader frei & führe alle an ihn angreifende Kräfte ein:

② Stelle die Gleichgewichtsbedingungen auf:

③ Welche Bedingung muss F erfüllen, damit das System nicht zu gleiten beginnt?

1.3 Rollwiderstand (≙ Rollreibung):

Rollreibung tritt auf, wenn ein Körper über einen anderen Körper rollt. Sie ist auch entgegen der Bewegung gerichtet. Wichtig: Rollreibung ist ein Moment!

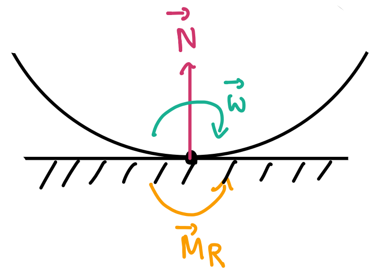


$\vec{M}_R$ beschreibt das Rollmoment.

Beim Rollen unterscheiden wir auch zw. Körper in Ruhe & in Bewegung (relativ zueinander)

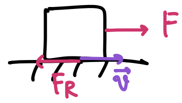
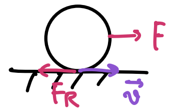
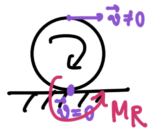
im Fall der Ruhe : (auch "Haftreibung")

im Fall der Bewegung: (auch "Gleitreibung")

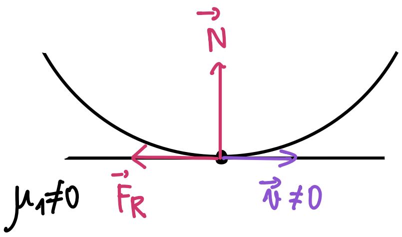


μ_2 heisst Rollwiderstandslänge / Rollreibungslänge

Vektoriell: $\vec{M}_R = -\mu_2 \cdot |\vec{N}| \cdot \frac{\vec{\omega}}{|\vec{\omega}|}$

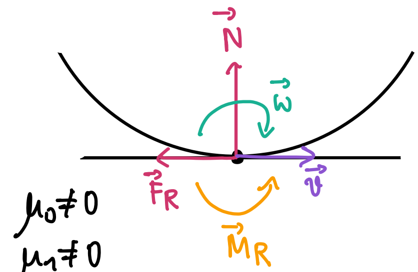
⚠ Achtung: Passt auf, Haften / Gleiten   nicht mit Rollwiderstand  zu verwechseln! Lest die Aufgabenstellungen genau & schaut, was man einführen muss und was nicht.

V.a: tritt nur Reibung oder auch Rollwiderstand auf?



nur Reibung

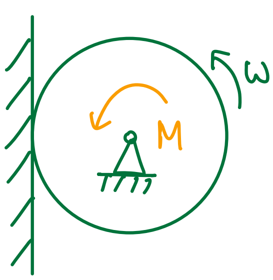
(Wenn das Rad nicht rollt oder wenn $\mu_2 = 0$)



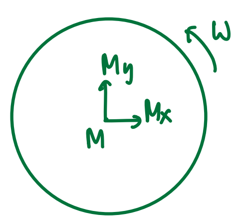
beides

(Rad rollt und hat $\mu_2 \neq 0$ und haftet / gleitet gleichzeitig.)

Bsp: Rotierende Welle an einer Wand:



Freischnitt



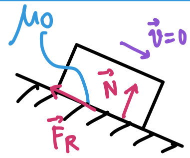
Good to know: Eine Berührung ist ideal rau, wenn $\mu_0 = \infty$, $\mu_2 = 0$.

Alles auf einen Blick:

kein Rollen:

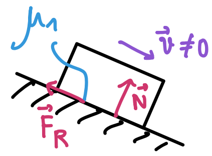
Haften: $\boxed{|\vec{F}_R| \leq \mu_0 |\vec{N}|}$

μ_0 = Haftreibungskoeffizient



Gleiten: $\boxed{|\vec{F}_R| = \mu_1 |\vec{N}|}$

μ_1 = Gleitreibungskoeffizient

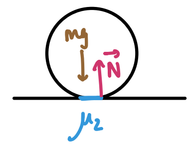


⚠ $\vec{F}_R \perp \vec{N}$

zusätzliche Bedingung

Rollen:

im Fall der Ruhe: $\boxed{|\vec{M}_R| \leq \mu_2 |\vec{N}|}$



im Fall der Bewegung: $\boxed{|\vec{M}_R| = \mu_2 |\vec{N}|}$

zusätzliche Gleichung

μ_2 = Rollwiderstandslänge / Rollreibungslänge

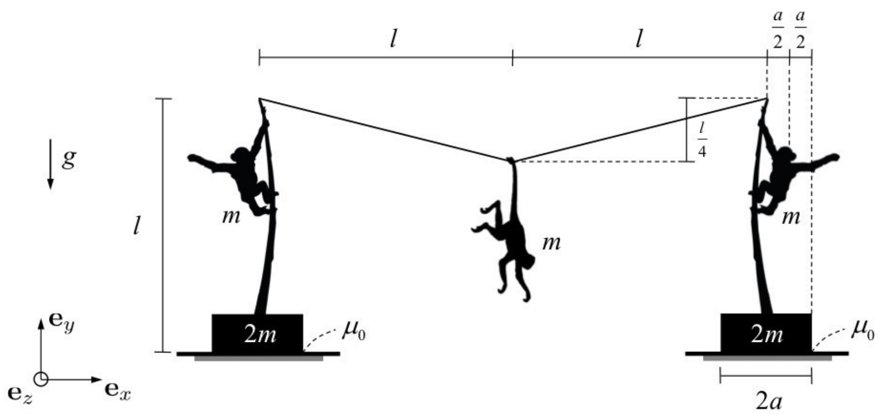
Kochrezept Aufgaben mit Reibungskräften:

1. System freischneiden & geeignetes Koordinatensystem einführen.
2. Lagerkräfte einzeichnen (inkl. Normalkräfte → Abstandsvariable nicht vergessen!)
3. Reibungs- & Rollwiderstandskräfte als unbekannte Grössen einführen:
   Entgegen der zur erwartenden Bewegungsrichtung (wenn nicht klar, dann egal)
   und Senkrecht zur Normalkraft.
4. Gleichgewichtsbedingungen aufstellen (Gleiten liefert zusätzliche Gleichungen!)
5. Diskussion (über Wertebereich von μ_0, μ_1, μ_2, über gewisse Kräfte usw.)

↳ schauen wir uns das anhand eines Beispiels an! :)

Beispielaufgabe: Serie 9 Aufgabe 6 (Teilaufgabe 2)

6. Willkommen im Dschungel! Dort spielen oft Affen und diesmal sind es gerade 3 in einer spiegelsymmetrischen Anordnung (siehe Skizze). Der Affe in der Mitte hängt am Schwanz an einem Seil und die beiden anderen an der Seite hängen in einem Abstand $\frac{a}{2}$ vom Baum. Die masselosen Bäume sind fest in der Mitte eines $2m$ schweren Erdblocks verwurzelt und können als gerade angenommen werden. Die Bodenblöcke liegen auf einer festen Oberfläche, deren Reibungswert μ_0 beträgt. Das Gewicht eines Affen ist m und die anderen Abmessungen können der Skizze entnommen werden.

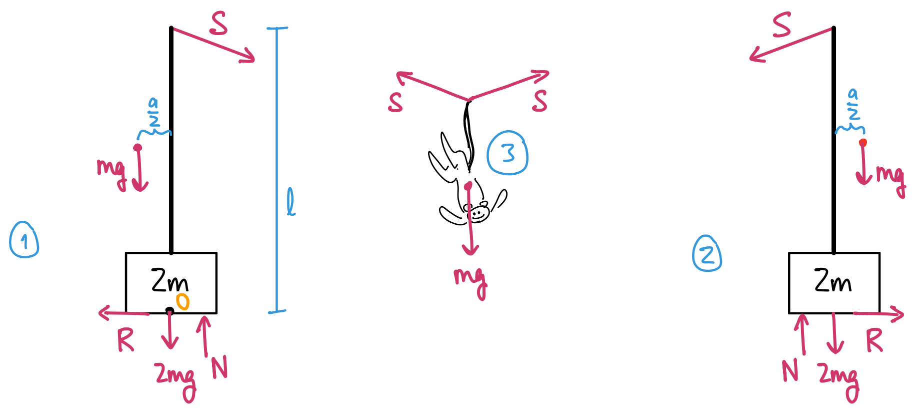


1. Wie gross muss die Länge a (halbe Breite des Bodenblocks) mindestens sein, damit die Bäume bei der gegebenen Konfiguration nicht umkippen?
   (a) $a \geq \frac{3}{7}l$
   (b) $a \geq \frac{1}{2}l$
   (c) $a \geq \frac{4}{7}l$
   (d) $a \geq \frac{2}{3}l$
   (e) $a \geq \frac{4}{5}l$

2. Was ist der minimale Reibungswert μ_0, bei dem die Bäume nicht zusammenrutschen können?
   (a) $\mu_0 \geq \frac{1}{3}$
   (b) $\mu_0 \geq \frac{1}{2}$
   (c) $\mu_0 \geq \frac{4}{7}$
   (d) $\mu_0 \geq \frac{4}{5}$
   (e) $\mu_0 \geq 1$

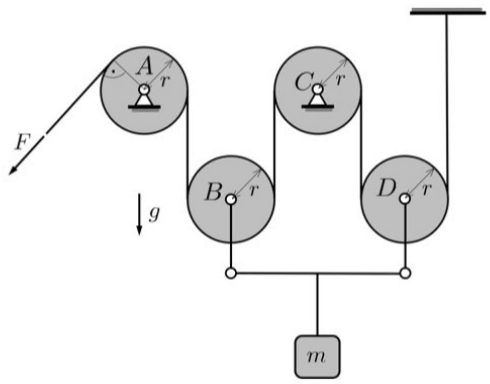
2) nicht zusammenrutschen → d.h. es muss haften.

aus 1) haben wir den Freischnitt:



Bedingung für Haften:

2. Betrachten Sie das dargestellte System, das aus 4 masselosen Rollen mit gleichem Radius r besteht. Die Rollen sind durch ein undehnbares Seil verbunden, das um die Rollen gewickelt ist und nicht rutscht. Die 2 oberen Rollen sind in ihren Mittelpunkten A und C gelenkig gelagert, während ein Ende des Seils im Punkt E an der Decke befestigt ist. Ein Körper der Masse m ist durch masselose Stäbe mit den unteren Rollen verbunden. Die Erdbeschleunigung g wirkt nach unten.



Wie gross ist der Betrag der Kraft **F**, die auf das Seil ausgeübt werden muss, um ein statisches Gleichgewicht zu erreichen?

(a) $F = 0$

(b) $F = \dfrac{mg}{4}$

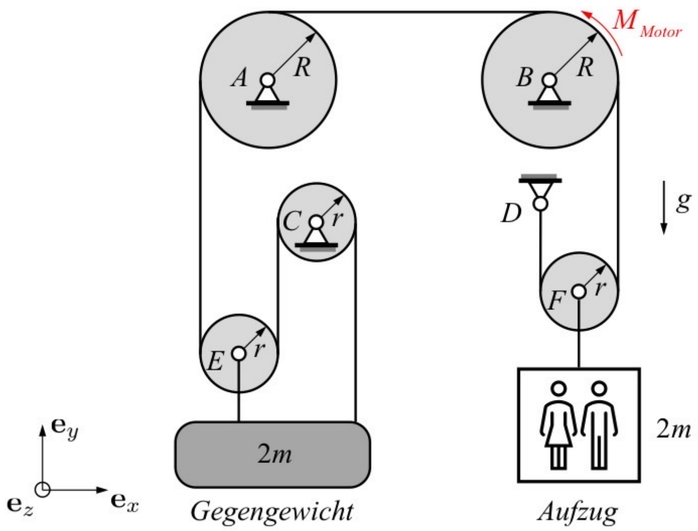
(c) $F = \dfrac{mg}{3}$

(d) $F = \dfrac{mg}{2}$

(e) $F = mg$

Tipps: Mit PdvL geht diese Aufgabe <u>sehr</u> schnell! :)

3. In der folgenden Skizze ist ein Aufzug und das dazugehörige Rollensystem eingezeichnet. Das Tragseil ist am Punkt D befestigt, durchläuft das gesamte Rollensystem und ist im Gegengewicht verankert (siehe Skizze). Der Motor für den Aufzug ist in der Rolle B eingebaut und wird durch das Kräftepaar M_{Motor} beschrieben. Das Tragseil rutscht nicht auf den Rollen und alle Rollen (ausser der Motorrolle B) können sich frei drehen.



Welches Kräftepaar M_{Motor} muss der Motor liefern, um das System in Ruhe zu halten?

(a) $M_{Motor} = -\frac{2}{3}mgR$

(b) $M_{Motor} = 0$

(c) $M_{Motor} = \frac{1}{3}mgR$

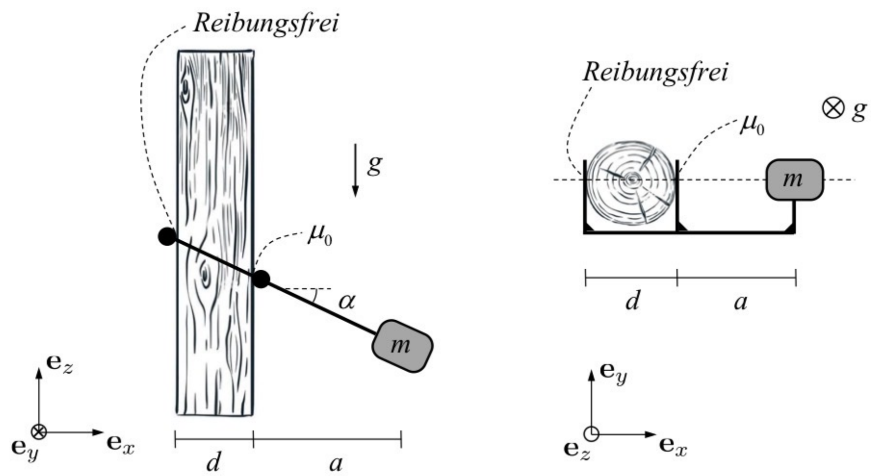
(d) $M_{Motor} = \frac{2}{3}mgR$

(e) $M_{Motor} = mg$

Hinweis: Am Gegengewicht muss kein Momentengleichgewicht berechnet werden. Es genügt die Summe der Kräfte in $\mathbf{e}_y$-Richtung.

Tipps:
- Tipps an Anfang der Übung (Slide 3 & 4 von Heute) anwenden!
- Hauptsatz der Statik anwenden
  (also freischneiden, GGW-Gleichungen aufstellen
  → jeweils geeigneter SK dafür wählen!)

5. Man betrachtet einen Holzstrommast. Um Wartungsarbeiten durchzuführen, klettert das Fachpersonal mit speziellen Schuhen auf den Holzmast. Diese Schuhe klemmen sich durch das Gewicht des Benutzers an den Mast. Eine schematische Darstellung eines Schuhs ist in der folgenden Skizze zu sehen. Der Einfachheit halber sind die Schuhe durch eine Stabkonstruktion ersetzt worden. Die Vorderseite des Schuhs hat den Reibungswert μ_0 und die Rückseite ist reibungsfrei. Alle erforderlichen Abmessungen und Richtungen sind in der Skizze angegeben.



1. Wie gross muss der Abstand a des Schuhs vom Mast gewählt werden, damit ein Mitarbeiter mit Masse m sicher auf den Mast klettern kann?
2. Welche Änderungen müssen an den Schuhen vorgenommen werden, wenn ein doppelt so schwerer Mitarbeiter ($2m$) die Schuhe benutzt?

Tipps: 1) Genau wie in den Bsp.- Aufgaben vorgehen:

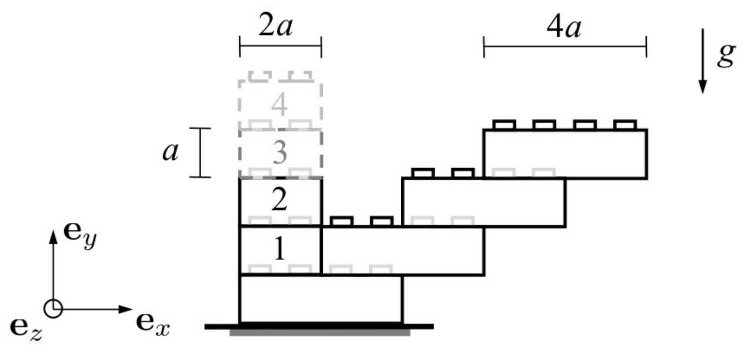
① Freischnitt

② GGW - Gleichungen um Reaktionskräfte zu bestimmen

③ Bedingung für Haften aufstellen & nach a auflösen.

2) Muss nichts berechnen, interpretiert das Ergebnis aus Teilaufgabe 1).

7. Der unten abgebildete Legoturm besteht aus 4 grossen Teilen und einer unbestimmten Anzahl von vertikal gestapelten kleinen Teilen. Die grossen Teile haben die Breite $4a$, Höhe a und Masse m, die kleinen Teile haben die Breite $2a$, Höhe a und Masse $\frac{m}{2}$.



Wie viele kleine Legosteine werden benötigt, um den Turm vom Kippen zu sichern?

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(e) 4

Tipps: Wo greifen die einzelnen Gewichtskräfte an? → Schwerpunkt

Kannst du daraus bestimmen, wo der Schwerpunkt des Gesamtsystems ist?

Was muss für diese Gewichtskraft gelten, s.d. das System nicht kippt?