

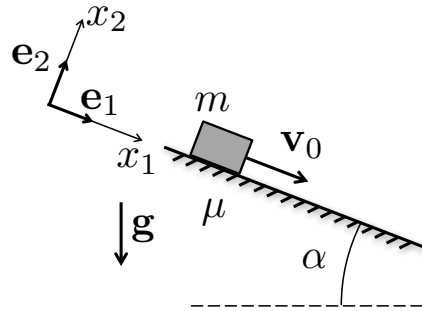
Technische Mechanik
151-0223-10

- Übung 10 -

Dr. Paolo Tiso

05. Dezember 2023

1. Ein Block der Masse m gleitet auf einer rauen schiefen Ebene mit dem Gleitreibungskoeffizienten μ und dem Neigungswinkel α . Der Block erhält zum Zeitpunkt t_0 eine Anfangsgeschwindigkeit \mathbf{v}_0 in Richtung \mathbf{e}_1 .

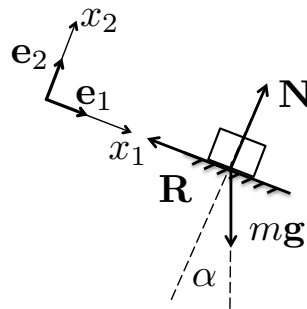


Wie viel Zeit t_s braucht der Block, um zum Stillstand zu kommen?

- (a) $t_s = \frac{v_0}{g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}$
 (b) $t_s = \frac{v_0}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}$
 (c) $t_s = \frac{gv_0}{(\mu \sin \alpha - \cos \alpha)}$
 (d) $t_s = \frac{v_0}{g(\mu \sin \alpha + \cos \alpha)}$
 (e) $t_s = \frac{v_0^2}{g(\mu \sin \alpha + \cos \alpha)}$

Lösung:

Es ist günstig, das Bezugssystem $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$ an der schiefen Ebene auszurichten, wie in der Abbildung gezeigt. Um den Impulssatz zu verwenden, müssen wir zunächst die Kräfte bestimmen, die auf den Block wirken. Die Freischnittskizze sieht dann wie folgt aus:



wobei die Reibungskraft mit \mathbf{R} bezeichnet wird. Es gilt, dass $|\mathbf{R}| = \mu|\mathbf{N}| = \mu N$. Aus dem Impulssatz erhalten wir:

$$\dot{\mathbf{P}} = m\ddot{x}_1\mathbf{e}_1 + m\ddot{x}_2\mathbf{e}_2 = (mg \sin \alpha - \mu N)\mathbf{e}_1 + (N - mg \cos \alpha)\mathbf{e}_2. \quad (1)$$

Die im System vorhandene Zwangsbedingung besagt, dass $x_2(t) = 0 \forall t$ und somit $\ddot{x}_2(t) = 0 \forall t$. Dies erlaubt uns, den Betrag der Reaktionskraft $N = mg \cos \alpha$ zu finden, indem wir die \mathbf{e}_2 -Komponente von Gl. (1) mit Null gleichsetzen. Setzt man

diesen Ausdruck in die \mathbf{e}_1 -Komponente von (1) ein, so erhält man die Beschleunigung des Blocks als

$$\ddot{x}_1(t) = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \quad (2)$$

Um die Geschwindigkeit zu erhalten, müssen wir (2) nach der Zeit integrieren:

$$\dot{x}_1(t) = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)t + v_0. \quad (3)$$

Der Block kommt zum Stillstand, wenn seine Geschwindigkeit Null wird, also wenn

$$\dot{x}_1(t_s) = 0. \quad (4)$$

Daraus ergibt sich

$$\dot{x}_1(t_s) = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)t_s + v_0 = 0 \rightarrow t_s = \frac{v_0}{g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}. \quad (5)$$

Die richtige Antwort auf diese Frage ist daher Antwort (a).

Man beachte auch, dass die Bedingung

$$\ddot{x}_1 < 0 \quad (6)$$

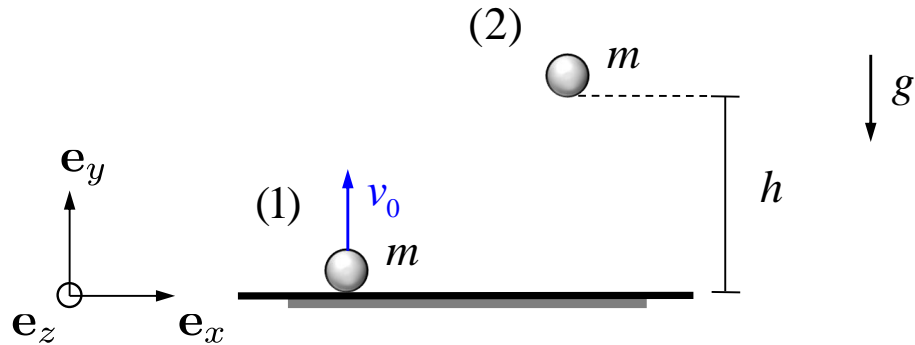
ausreichend ist, damit der Block anhält.

In diesem Fall muss gelten, dass

$$\ddot{x}_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) < 0 \rightarrow \mu > \tan \alpha, \quad (7)$$

d.h. je grösser der Neigungswinkel ist, desto grösser muss der Gleitreibungskoeffizient sein.

2. Zwei Massen m befinden sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in der unten skizzierten Ausgangslage. Masse (1) startet am Boden und hat die Anfangsgeschwindigkeit v_0 in \mathbf{e}_y -Richtung, Masse (2) fällt aus der Höhe h .



Anfangsbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{Masse 1: } y_1(t=0) &= 0 & v_{1,y}(t=0) &= v_0 \\ \text{Masse 2: } y_2(t=0) &= h & v_{2,y}(t=0) &= 0 \end{aligned}$$

Wie gross muss die Höhe h gewählt werden, damit beide Massen gleichzeitig (bei $t > 0$) den Boden berühren?

- (a) $h = \frac{2v_0}{g}$
- (b) $h = \frac{v_0^2}{g}$
- (c) $h = 4v_0^2$
- (d) $h = \frac{2v_0^2}{g}$
- (e) $h = \frac{v_0^2}{2g}$

Lösung:

Um die Höhe h zu bestimmen, werden die Höhen $y_1(t)$ und $y_2(t)$ der jeweiligen Massen benötigt. Diese können durch zweimaliges Integrieren der Beschleunigungsgleichung und Einsetzen der Anfangsbedingungen bestimmt werden. Die Beschleunigung lässt sich aus der Resultierenden des Kräftegleichgewichts ($\mathbf{R}_y = m\ddot{y}\mathbf{e}_y$) bestimmen.

Die Beschleunigung \ddot{y}_1 kann aus dem Kräftegleichgewicht in \mathbf{e}_y -Richtung der Masse 1 bestimmt werden:

$$m\ddot{y}_1 = -mg \quad \Rightarrow \quad \ddot{y}_1 = -g \quad (1)$$

Durch Integrieren und die Anfangsbedingungen erhält man y_1 :

$$\int_0^t \ddot{y}_1 d\tau = \int_0^t -g d\tau \quad \Rightarrow \quad \dot{y}_1(t) = \dot{y}_1(0) - gt = v_0 - gt \quad (2)$$

Die zweite Integration ergibt dann y_1 :

$$\int_0^t \dot{y}_1(\tau) d\tau = \int_0^t (v_0 - g\tau) d\tau \quad \Rightarrow \quad y_1(t) = y_1(0) + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (3)$$

Das gleiche Verfahren kann auf Masse 2 angewandt werden. Zuerst wird die Beschleunigung berechnet:

$$m\ddot{y}_2 = -mg \quad \Rightarrow \quad \ddot{y}_2 = -g \quad (4)$$

Folglich lautet die Geschwindigkeit \dot{y}_2 :

$$\int_0^t \ddot{y}_2 d\tau = \int_0^t -g d\tau \quad \Rightarrow \quad \dot{y}_2(t) = \dot{y}_2(0) - gt = -gt \quad (5)$$

Schliesslich finden wir die Position y_2 wie folgt:

$$\int_0^t \dot{y}_2(\tau) d\tau = \int_0^t -g\tau d\tau \quad \Rightarrow \quad y_2(t) = y_2(0) - \frac{1}{2}gt^2 = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad (6)$$

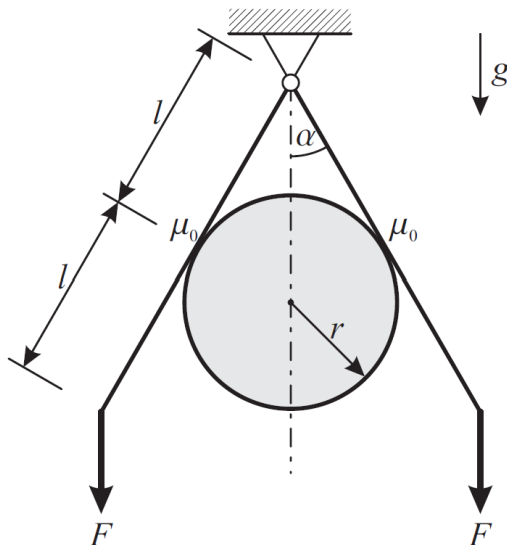
Aus Gleichung 3 kann die Berührungszeit t_f bestimmt werden:

$$y_1(t_f) = 0 = v_0 t_f - \frac{1}{2}gt_f^2 \quad \Rightarrow \quad t_f = \frac{2v_0}{g} \quad (7)$$

Zum Schluss wird aus Gleichung 6 und der Berührungszeit t_f die Höhe h bestimmt:

$$y_2(t_f) = 0 = h - \frac{1}{2}gt_f^2 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{1}{2}gt_f^2 = \frac{1}{2}g \cdot \frac{2^2 v_0^2}{g^2} = \frac{2v_0^2}{g} \quad (8)$$

3. ¹ Eine Kugel mit dem Gewicht F_G wird von zwei um $\alpha = 30^\circ$ geneigten gewichtslosen Platten laut Abbildung festgehalten. Die dabei aufgewendeten Kräfte vom Betrag F seien $5F_G$.

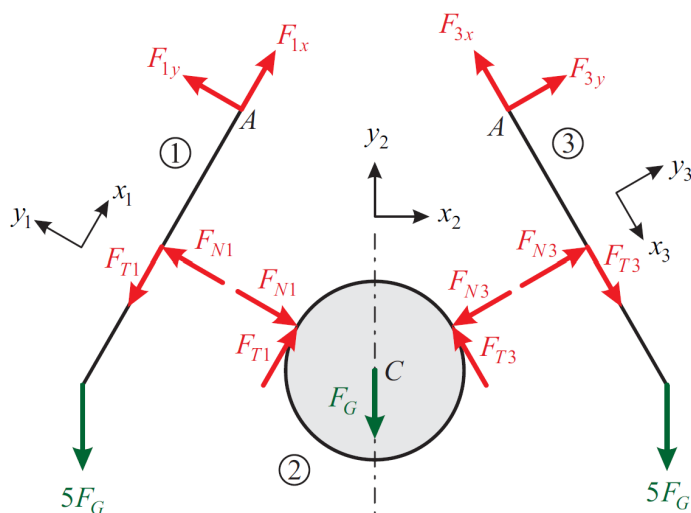


1. Wie gross muss der zwischen Platte und Kugel auftretende Haftreibungskoeffizient μ_0 mindestens sein, damit die Kugel nicht hinunterfällt?

Hinweis: Der Rollwiderstand ist vernachlässigbar.

Lösung:

1. Das System besteht aus 3 Körper: die zwei Platten und die Kugel. Wir schneiden sie frei wie in der Skizze und führen die Normalkräfte F_{N1} und F_{N3} als Druckkräfte (Reaktionsprinzip beachten!).



Wir können jetzt die Gleichgewichtsbedingungen für jeden Teilkörper wie folgt aufstellen:

¹Aufgabe aus der Übungsserie 10 der Vorlesung «151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

Körper 1:

$$KB(x_1) : \quad 0 = F_{1x} - F_{T1} - \frac{\sqrt{3}}{2}5F_G \quad (1)$$

$$KB(y_1) : \quad 0 = F_{1y} + F_{N1} - \frac{1}{2}5F_G \quad (2)$$

$$MB(A) : \quad 0 = -lF_{N1} + 2l\frac{1}{2}5F_G \quad (3)$$

Körper 2:

$$KB(x_2) : \quad 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_{N1} + \frac{1}{2}F_{T1} - \frac{\sqrt{3}}{2}F_{N3} - \frac{1}{2}F_{T3} \quad (4)$$

$$KB(y_2) : \quad 0 = -\frac{1}{2}F_{N1} + \frac{\sqrt{3}}{2}F_{T1} - \frac{1}{2}F_{N3} + \frac{\sqrt{3}}{2}F_{T3} - F_G \quad (5)$$

$$MB(C) : \quad 0 = rF_{T3} - rF_{T1} \quad (6)$$

Körper 3:

$$KB(x_3) : \quad 0 = -F_{3x} + F_{T3} + \frac{\sqrt{3}}{2}5F_G \quad (7)$$

$$KB(y_3) : \quad 0 = F_{3y} + F_{N3} - \frac{1}{2}5F_G \quad (8)$$

$$MB(A) : \quad 0 = lF_{N3} - 2l\frac{1}{2}5F_G \quad (9)$$

Wir lösen nach F_{N1} und F_{T1} auf und bekommen

$$(3) \Rightarrow F_{N1} = 5F_G \quad (10)$$

$$(6) \Rightarrow F_{T3} = F_{T1} \quad (11)$$

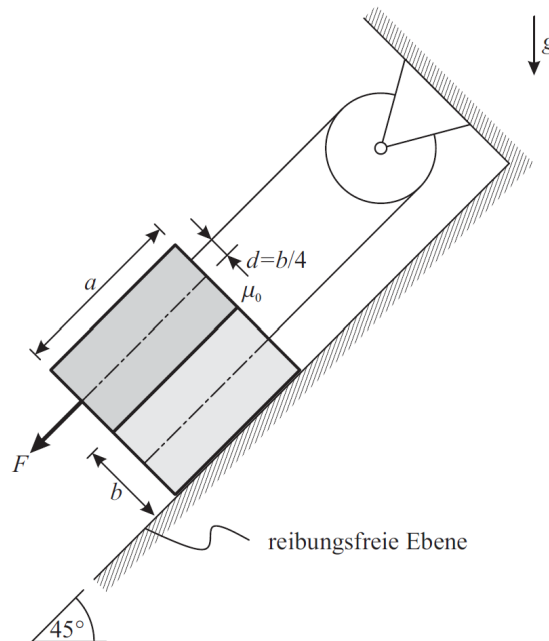
$$(4) \Rightarrow F_{N3} = F_{N1} \quad (12)$$

$$(5) \Rightarrow 0 = -F_{N1} + \sqrt{3}F_{T1} - F_G \Rightarrow F_{T1} = \frac{\sqrt{3}}{3}(F_{N1} + F_G) = 2\sqrt{3}F_G \quad (13)$$

Haftbedingung:

$$|F_{T1}| \leq \mu_0 F_{N1} \Rightarrow 2\sqrt{3}F_G \leq \mu_0 5F_G \Rightarrow \mu_0 \geq \frac{2\sqrt{3}}{5}. \quad (14)$$

- 4.² Zwei identische Quader (je Gewicht F_G , Länge a , Höhe b) liegen wie skizziert aufeinander und auf einer schiefen Ebene (Neigungswinkel 45°). Ein Seil verbindet die beiden Quader über eine Umlenkrolle. Am unteren Quader ist das Seil auf Höhe der Mittellinie befestigt, am oberen Quader $d = b/4$ oberhalb der Mittellinie. Zwischen den Quadern herrscht Haftreibung ($\mu_0 > 0$). Der Kontakt zwischen dem unteren Quader und der schiefen Ebene ist reibungsfrei. Die Gewichtskräfte der Quader und die skizzierte Kraft vom Betrag F bilden die Belastung.



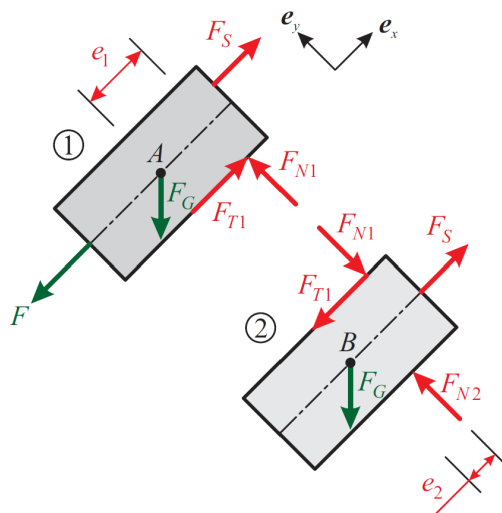
Annahmen: Ebenes System, Quader homogen, Seil undehnbar und masselos, Umlenkrolle reibungsfrei, Seilkräfte parallel zur Unterlage.

1. Schneiden Sie die Quader einzeln frei und führen Sie alle an ihnen angreifenden Kräfte ein.
2. Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen auf.
3. Berechnen Sie die Reibungskraft, die Seilkraft, die Normalkräfte und deren Angriffspunkte.
4. Gegeben seien F_G und μ_0 . Welche Bedingungen muss F erfüllen, damit das System nicht zu gleiten beginnt?
5. Welche Bedingung muss F erfüllen, damit das Seil gespannt bleibt?
6. Welche Ungleichungen stellen sicher, dass die Klötze nicht kippen? Diskutieren Sie diese Ungleichungen bei gegebenem a , b und F_G .

²Aufgabe aus der Übungsserie 10 der Vorlesung «151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

Lösung:

1. Freischnittsskizze:



2. Das Koordinatensystem wurde so gewählt, dass sich die Gleichgewichtsbedingungen einfach aufstellen lassen:

Körper(1):

$$KB(x) : \quad 0 = F_S - \frac{\sqrt{2}}{2} F_G - F + F_{T1} \quad (1)$$

$$KB(y) : \quad 0 = F_{N1} - \frac{\sqrt{2}}{2} F_G \quad (2)$$

$$MB(A) : \quad 0 = e_1 F_{N1} + \frac{b}{2} F_{T1} - \frac{b}{4} F_S \quad (3)$$

Körper(2):

$$KB(x) : \quad 0 = F_S - \frac{\sqrt{2}}{2} F_G - F_{T1} \quad (4)$$

$$KB(y) : \quad 0 = F_{N2} - F_{N1} - \frac{\sqrt{2}}{2} F_G \quad (5)$$

$$MB(B) : \quad 0 = e_2 F_{N2} - e_1 F_{N1} + \frac{b}{2} F_{T1} \quad (6)$$

3. Durch Auflösen der GGB erhalten wir die geforderte Kräfte und deren Angriffspunkte (siehe Skizze):

$$(2) \Rightarrow F_{N1} = \frac{\sqrt{2}}{2} F_G \quad (7)$$

$$(5) \Rightarrow F_{N2} = F_{N1} + \frac{\sqrt{2}}{2} F_G = \sqrt{2} F_G \quad (8)$$

$$(1) + (4) \Rightarrow 0 = 2F_S - \sqrt{2}F_G - F \Rightarrow F_S = \frac{\sqrt{2}F_G + F}{2} \quad (9)$$

$$(4) \Rightarrow F_{T1} = F_S - \frac{\sqrt{2}}{2}F_G = \frac{1}{2}F \quad (10)$$

$$(3) \Rightarrow e_1 = \frac{b}{4F_{N1}}(F_S - 2F_{T1}) = \frac{2b}{4\sqrt{2}F_G} \left(\frac{\sqrt{2}F_G + F}{2} - 2\frac{F}{2} \right) \\ = \frac{b}{4} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{F_G} \right) \quad (11)$$

$$(6) \Rightarrow e_2 = \frac{1}{F_{N2}} \left(e_1 F_{N1} - \frac{b}{2} F_{T1} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}F_G} \left[\frac{b}{4} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{F_G} \right) \frac{\sqrt{2}}{2} F_G - \frac{b}{2} \frac{F}{2} \right] \\ = \frac{\sqrt{2}b}{8F_G} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} F_G - \frac{2}{4} F - F \right) = \frac{b}{8} \left(1 - \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{F}{F_G} \right). \quad (12)$$

4. Bedingung für Haften:

$$F_{T1} \in [-1, 1]\mu_0 F_{N1} \Rightarrow \frac{F}{2} \in [-1, 1] \frac{\sqrt{2}}{2} \mu_0 F_G \Rightarrow \frac{F}{F_G} \in [-1, 1] \sqrt{2} \mu_0. \quad (13)$$

5. Bedingung für gespanntes Seil:

$$F_S \geq 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}F_G + F}{2} \geq 0 \Rightarrow F \geq -\sqrt{2}F_G. \quad (14)$$

6. Bedingung für kein Kippen:

Kontakt (1)

$$e_1 \in [-1, 1] \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{b}{4} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{F_G} \right) \in [-1, 1] \frac{a}{2} \\ \Rightarrow 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{F_G} \in [-1, 1] \frac{2a}{b} \\ \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{F_G} \in \left[-\frac{2a}{b} - 1, \frac{2a}{b} - 1 \right] \\ \Rightarrow F \in \left[1 - \frac{2a}{b}, 1 + \frac{2a}{b} \right] \sqrt{2}F_G; \quad (15)$$

Kontakt (2)

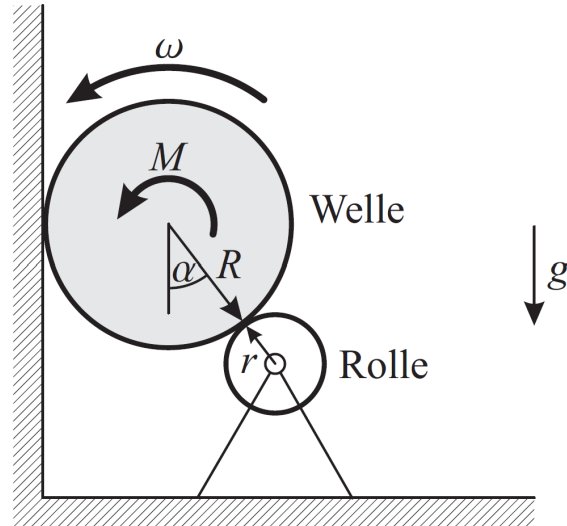
$$\begin{aligned}
e_2 \in [-1, 1] \frac{a}{2} &\Rightarrow \frac{b}{8} \left(1 - \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{F}{F_G} \right) \in [-1, 1] \frac{a}{2} \\
&\Rightarrow 1 - \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{F}{F_G} \in [-1, 1] \frac{4a}{b} \\
&\Rightarrow -\frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{F}{F_G} \in \left[-\frac{4a}{b} - 1, \frac{4a}{b} - 1 \right] \\
&\Rightarrow F \in \left[1 - \frac{4a}{b}, 1 + \frac{4a}{b} \right] \frac{\sqrt{2}}{3} F_G.
\end{aligned} \tag{16}$$

Sei $a/b > 1$, dann gilt mit (15) und (16)

$$\left[1 - \frac{4a}{b}, 1 + \frac{4a}{b} \right] \frac{\sqrt{2}}{3} F_G \in \left[1 - \frac{2a}{b}, 1 + \frac{2a}{b} \right] \sqrt{2} F_G. \tag{17}$$

Die Bedingungen für Kontakt (2) deckt einen kleineren Bereich ab und wird eher verletzt. Kontakt (2) ist daher der kritische Kontakt.

- 5.³ Eine Welle rotiert mit konstanter Rotationsschnelligkeit ω . Sie ist mit einer vertikalen Wand und einer Rolle abgestützt. Alle Berührungen sind rau. Der Haftreibungskoeffizient ist μ_0 , der Gleitreibungskoeffizient μ_1 . Die Rollwiderstandslänge ist μ_2 . Die Welle hat das Gewicht F_G . Die Rolle ist reibungsfrei gelenkig gelagert und dreht mit, ihr Gewicht kann vernachlässigt werden. Die Radien von Welle und Rolle sind R und r . Es sei $\alpha = 45^\circ$.

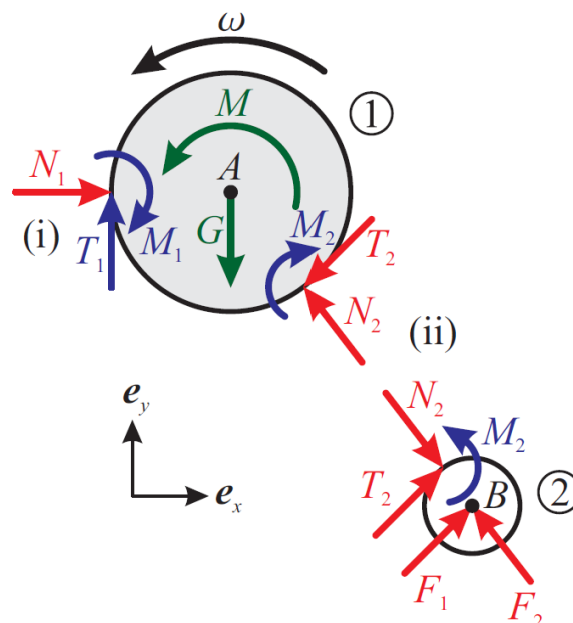


1. Bestimmen Sie alle Kräfte und Momente an Rolle und Welle, insbesondere auch das Antriebsmoment M .

Hinweis: Die Aufgabe ist als ebenes Problem mit den Methoden der Statik zu lösen.

Lösung:

1. Freischnittsskizze:



³Aufgabe aus der Übungsserie 10 der Vorlesung «151-0223-10 Technische Mechanik», HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

Wir können jetzt die Gleichgewichtsbedingungen für jeden Teilkörper wie folgt aufstellen:

Körper (1) - Welle:

$$KB(x) : \quad 0 = N_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}T_2 \quad (1)$$

$$KB(y) : \quad 0 = T_1 - G + \frac{\sqrt{2}}{2}N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}T_2 \quad (2)$$

$$MB(A) : \quad 0 = M - M_1 - M_2 - RT_1 - RT_2 \quad (3)$$

Körper (2) - Rolle:

$$KB(x) : \quad 0 = \frac{\sqrt{2}}{2}(F_1 + T_2 + N_2 - F_2) \quad (4)$$

$$KB(y) : \quad 0 = \frac{\sqrt{2}}{2}(F_1 + T_2 - N_2 + F_2) \quad (5)$$

$$MB(B) : 0 = M_2 - rT_2 \quad (6)$$

Wir betrachten die Berührungspunkte (i) und (ii) und stellen fest, dass die Rolle auf der Wand in Kontakt (i) gleitet

$$T_1 = \mu_1 N_1, \quad (7)$$

da sich der Berührungspunkt bewegt, während Welle und Rolle in Kontakt (ii) haften

$$|T_2| \leq \mu_0 N_2, \quad (8)$$

da der Berührungspunkt momentan in Ruhe ist. Entscheidend dafür ist die *relative Geschwindigkeit* des materiellen Punktes des betrachteten Körpers (hier die Welle) im Vergleich zum materiellen Punkt der Unterlage (hier die Wand bzw. die Rolle). Zudem genügen die zwei Rollwiderstandsmomente dem Rollwiderstandsgesetz, d.h. für Kontakt (i) gilt

$$M_1 = \mu_2 N_1 \quad (9)$$

und für Kontakt (ii)

$$M_2 = \mu_2 N_2 \quad (10)$$

Jetzt können wir nach der gesuchten Kräfte und Momente auflösen:

$$(6) \Rightarrow T_2 = \frac{M_2}{r} = \frac{\mu_2 N_2}{r} \quad (11)$$

$$(1) \Rightarrow 0 = N_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\mu_2 N_2}{r} = N_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\left(1 + \frac{\mu_2}{r}\right)N_2 \quad (12)$$

$$(2) \Rightarrow 0 = \mu_1 N_1 - G + \frac{\sqrt{2}}{2} N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\mu_2 N_2}{r} = \mu_1 N_1 - G + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 - \frac{\mu_2}{r}\right) N_2 \quad (13)$$

$$(13) \Rightarrow 0 = \mu_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 + \frac{\mu_2}{r}\right) N_2 - G + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 - \frac{\mu_2}{r}\right) N_2$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{\sqrt{2}G}{\mu_1 - \frac{\mu_2}{r} + 1 + \frac{\mu_1 \mu_2}{r}} \quad (14)$$

$$(12) \Rightarrow N_1 = \left(1 + \frac{\mu_2}{r}\right) \frac{\sqrt{2}}{2} N_2 = \frac{\left(1 + \frac{\mu_2}{r}\right) G}{\mu_1 - \frac{\mu_2}{r} + 1 + \frac{\mu_1 \mu_2}{r}} \quad (15)$$

$$(7) \Rightarrow T_1 = \mu_1 N_1 = \frac{\mu_1 \left(1 + \frac{\mu_2}{r}\right) G}{\mu_1 - \frac{\mu_2}{r} + 1 + \frac{\mu_1 \mu_2}{r}} \quad (16)$$

$$(9) \Rightarrow M_1 = \mu_2 N_1 = \frac{\mu_2 \left(1 + \frac{\mu_2}{r}\right) G}{\mu_1 - \frac{\mu_2}{r} + 1 + \frac{\mu_1 \mu_2}{r}} \quad (17)$$

$$(11) \Rightarrow T_2 = \frac{\mu_2 N_2}{r} = \frac{\sqrt{2} \frac{\mu_2}{r} G}{\mu_1 - \frac{\mu_2}{r} + 1 + \frac{\mu_1 \mu_2}{r}} \quad (18)$$

$$(10) \Rightarrow M_2 = \mu_2 N_2 = \frac{\sqrt{2} \mu_2 G}{\mu_1 - \frac{\mu_2}{r} + 1 + \frac{\mu_1 \mu_2}{r}} \quad (19)$$

$$(3) \Rightarrow M = M_1 + RT_1 + M_2 + RT_2 = \frac{(\mu_2 + \mu_1 R) \left(1 + \frac{\mu_2}{r}\right) + \sqrt{2} \mu_2 \left(1 + \frac{R}{r}\right)}{\mu_1 - \frac{\mu_2}{r} + 1 + \frac{\mu_1 \mu_2}{r}} G \quad (20)$$

$$(4) + (5) \Rightarrow 0 = \sqrt{2} F_1 + \sqrt{2} T_2 \Rightarrow F_1 = -T_2 = -\frac{\sqrt{2} \frac{\mu_2}{r} G}{\mu_1 - \frac{\mu_2}{r} + 1 + \frac{\mu_1 \mu_2}{r}} \quad (21)$$

$$(4) - (5) \Rightarrow 0 = \sqrt{2} N_2 - \sqrt{2} F_2 \Rightarrow F_2 = N_2 = \frac{\sqrt{2} G}{\mu_1 - \frac{\mu_2}{r} + 1 + \frac{\mu_1 \mu_2}{r}} \quad (22)$$