

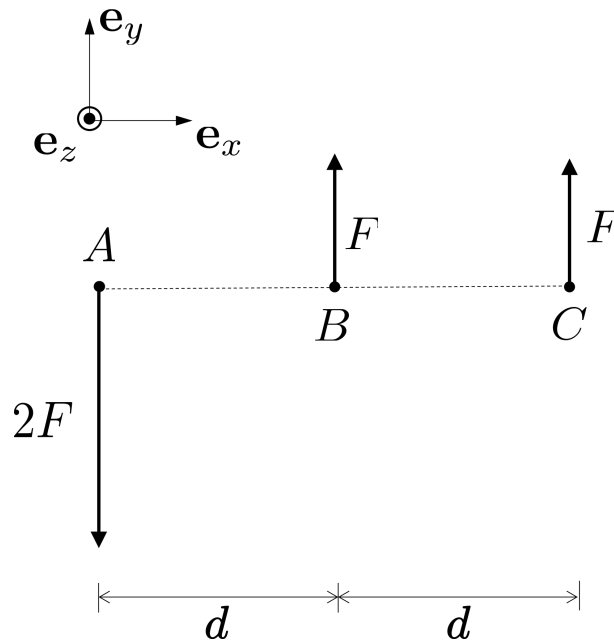
Technische Mechanik  
151-0223-10

**- Übung 6 -**

Dr. Paolo Tiso

31. Oktober 2023

1. Betrachten Sie die aus drei Kräften bestehende Kräftegruppe, die unten skizziert ist. Beträge und Richtungen der Kräfte sind der Skizze zu entnehmen.



Wozu ist die dargestellte Kräftegruppe äquivalent?

- (a) Einem Kräftepaar  $\mathbf{M}_A = 3F d \mathbf{e}_z$
- (b) Einer Dyname  $\mathbf{R} = 2F \mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{M}_A = 2F d \mathbf{e}_z$
- (c) Einer Resultierenden  $\mathbf{R} = 4F \mathbf{e}_y$
- (d) Einem Kräftepaar  $\mathbf{M}_A = 2F d \mathbf{e}_z$
- (e) Einem Nullsystem

*Lösung:*

Die drei Kräfte wirken alle in y-Richtung, also kann die Resultierende einfach berechnet werden als

$$\mathbf{R} = (-2F + F + F) \mathbf{e}_y = \mathbf{0}. \quad (1)$$

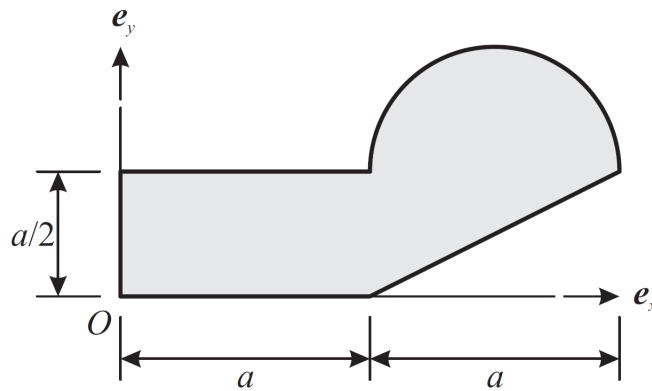
Das Moment bezüglich Punkt A kann einfach berechnet werden als

$$\mathbf{M}_A = 3F d \mathbf{e}_z. \quad (2)$$

Also ist die Kräftegruppe zu einem Kräftepaar  $\mathbf{M}_A = 3F d \mathbf{e}_z$  äquivalent.

*Bemerkung:* das Moment bezüglich allen Punkte ist gleich ( $\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_B = \mathbf{M}_C$ ).

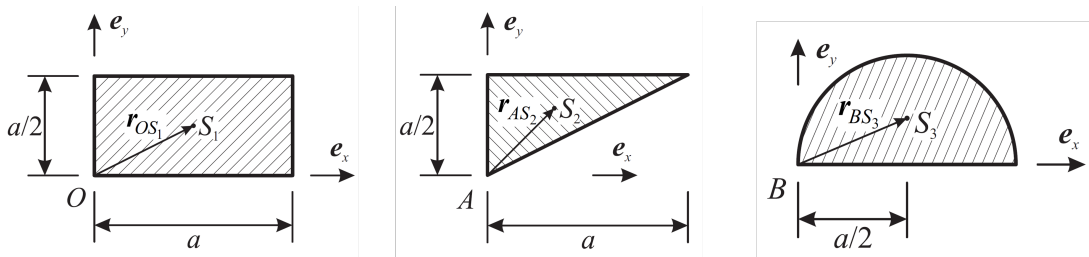
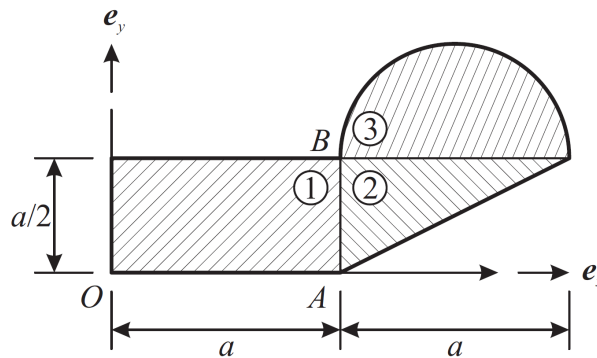
2. <sup>1</sup> Finden Sie den Schwerpunkt des unten skizzierten, homogenen, ebenen Körpers.



Annahme: Der Körper ist eben und hat eine homogene Massenverteilung.

Lösung:

Der Körper setzt sich zusammen aus (1) Rechteck mit Kantenlängen  $a$  und  $a/2$ ; (2) rechtwinkligem Dreieck mit den Kathetenlängen  $a$  und  $a/2$ ; (3) Halbkreis mit Radius  $a/2$ .



Die Fläche bzw. der Schwerpunkt von Teilkörper (1) sind

$$A_1 = \frac{1}{2}a^2; \quad \mathbf{r}_{OS_1} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/4 \end{pmatrix} a; \quad (1)$$

für Teilkörper (2) erhält man

$$A_2 = \frac{1}{4}a^2; \quad \mathbf{r}_{AS_2} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} a \quad (2)$$

<sup>1</sup>Aufgabe aus der Übungsserie 6 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik », HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

und für Teilkörper (3)

$$A_3 = \frac{\pi}{8}a^2; \quad \mathbf{r}_{BS_3} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 2/(3\pi) \end{pmatrix} a. \quad (3)$$

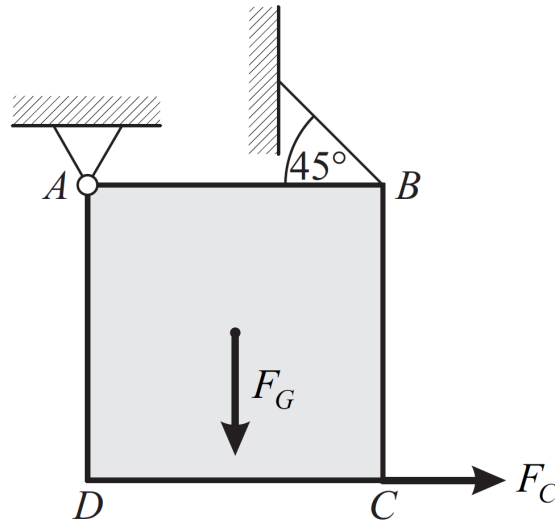
Wir bezeichnen mit  $A$  die Gesamtfläche als

$$A = A_1 + A_2 + A_3. \quad (4)$$

Der Schwerpunkt des Gesamtkörpers ist dann

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{OS} &= \frac{1}{A}(A_1\mathbf{r}_{OS_1} + A_2\mathbf{r}_{OS_2} + A_3\mathbf{r}_{OS_3}) \\ &= \frac{1}{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{\pi}{8}\right)a^2} \left( \frac{1}{2}a^2 \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/4 \end{pmatrix} a + \frac{1}{4}a^2 \begin{pmatrix} 1 + 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} a + \frac{\pi}{8}a^2 \begin{pmatrix} 1 + 1/2 \\ 1/2 + 2/(3\pi) \end{pmatrix} a \right) \\ &= \frac{8a}{6 + \pi} \begin{pmatrix} 1/4 + 1/4 + 1/12 + \pi/8 + \pi/16 \\ 1/8 + 1/12 + \pi/16 + 1/12 \end{pmatrix} \\ &= \frac{a}{6(6 + \pi)} \begin{pmatrix} 28 + 9\pi \\ 14 + 3\pi \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

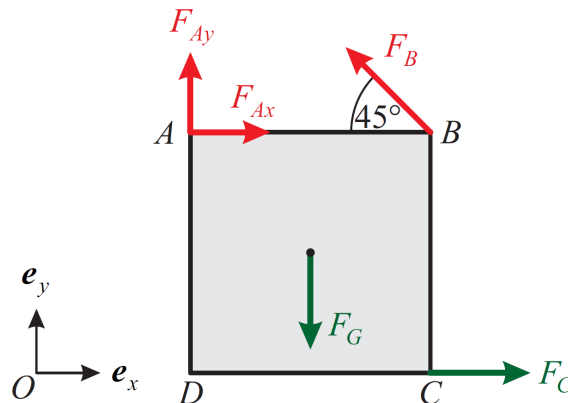
- 3.<sup>2</sup> Eine homogene Quadratplatte ist durch ihr Eigengewicht  $F_G$  sowie durch eine horizontale Kraft vom Betrag  $F_C$  belastet. Die Platte ist in der Ecke  $A$  gelenkig reibungsfrei gelagert sowie mit einem gewichtslosen Faden an der Ecke  $B$  gestützt.



1. Ermitteln Sie alle an der Platte angreifenden Bindungskräfte.
2. Wie gross darf  $F_C$  höchstens sein, damit die Platte noch ruht?

*Lösung:*

1. Die an der Platte angreifenden Bindungskräfte sind gemäss Skizze die Reaktionen  $F_{Ax}$ ,  $F_{Ay}$ ,  $F_B$ .



Nun stellen wir die Gleichgewichtsbedingungen (GGB) auf :

$$KB(x) : \quad 0 = F_{Ax} - \frac{\sqrt{2}}{2} F_B + F_C \quad (1)$$

$$KB(y) : \quad 0 = F_{Ay} + \frac{\sqrt{2}}{2} F_B - F_G \quad (2)$$

---

<sup>2</sup>Aufgabe aus der Übungserie 6 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik », HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

$$MB(A, z) : \quad 0 = l \frac{\sqrt{2}}{2} F_B + l F_C - \frac{l}{2} F_G. \quad (3)$$

Durch auflösen der Gleichungen ergibt sich

$$(3) \quad \Rightarrow \quad F_B = \frac{\sqrt{2}}{2} F_G - \sqrt{2} F_C \quad (4)$$

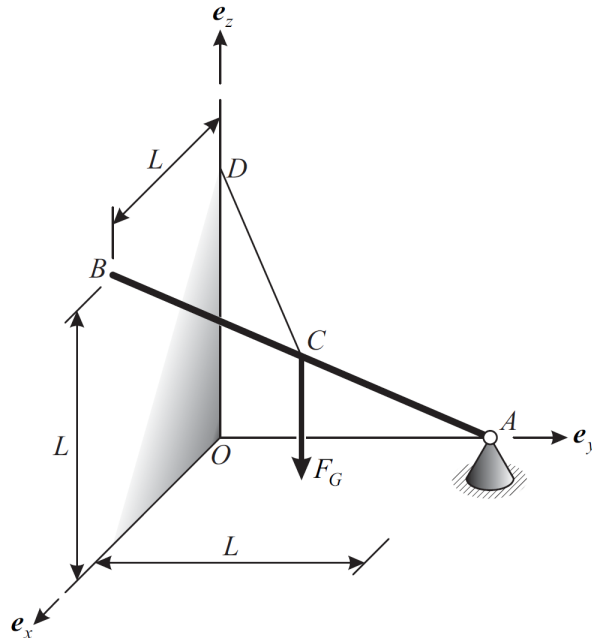
$$(2) \quad \Rightarrow \quad F_{Ay} = F_G - \frac{\sqrt{2}}{2} F_B = F_C + \frac{F_G}{2} \quad (5)$$

$$(1) \quad \Rightarrow \quad F_{Ax} = \frac{\sqrt{2}}{2} F_B - F_C = \frac{F_G}{2} - 2F_C. \quad (6)$$

2. Die Platte ruht solange das Seil in  $B$  auf Zug belastet wird. Die Seilkraft wurde als Zugkraft eingeführt, darum lautet die Zusatzbedingung  $F_B \geq 0$ . Daraus folgt

$$F_B \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{2}}{2} F_G - \sqrt{2} F_C \geq 0 \quad \Rightarrow \quad F_C \leq \frac{F_G}{2}. \quad (7)$$

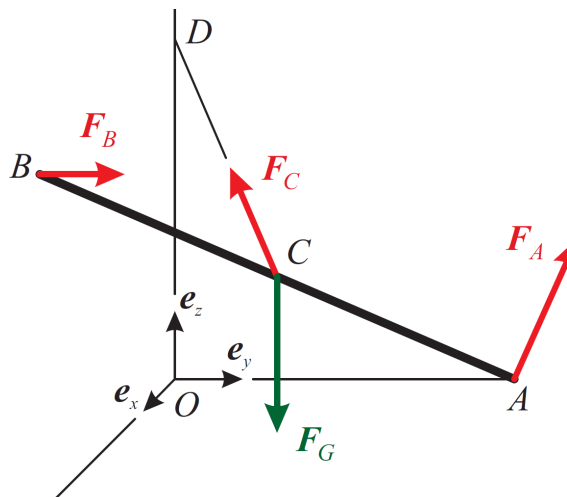
- 4.<sup>3</sup> Wir betrachten einen starren Balken (Länge  $\sqrt{3}L$ ) im Raum. Er ist im Punkt  $A$  reibungsfrei gelenkig gelagert und wird im Punkt  $B$  reibungsfrei von der Wand (xz-Ebene) abgestützt. Zwischen den Punkten  $C$  (Mittelpunkt des Balkens) und  $D$  ist ein gewichtsloses Seil gespannt. Auf den Balken wirkt sein Eigengewicht  $F_G$  im Massenmittelpunkt  $C$ .



Berechnen Sie die Bindungskräfte in den Punkten  $A$ ,  $B$  und  $C$ .

*Lösung:*

Die Bindungskräfte sind gemäss Skizze die Reaktionen  $\mathbf{F}_A$ ,  $\mathbf{F}_B$ ,  $\mathbf{F}_C$ .



Wir erhalten die Krafrichtung von  $\mathbf{F}_C$  als

$$\mathbf{e}_C = \frac{\mathbf{r}_{CD}}{|\mathbf{r}_{CD}|} = \frac{2}{\sqrt{3}L} \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} L = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

<sup>3</sup>Aufgabe aus der Übungserie 6 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik », HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

Die Kraftrichtung von  $\mathbf{F}_B$  ist einfach

$$\mathbf{e}_B = \mathbf{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Wir stellen das Kräftegleichgewicht auf als

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_G = \mathbf{0} \\ &= \mathbf{F}_A + F_B \mathbf{e}_B + F_C \mathbf{e}_C - F_G \mathbf{e}_z \\ &= \begin{pmatrix} F_{Ax} \\ F_{Ay} \\ F_{Az} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} F_B + \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} F_C + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} F_G \\ &= \begin{pmatrix} F_{Ax} - F_C/\sqrt{3} \\ F_{Ay} + F_B - F_C/\sqrt{3} \\ F_{Az} + F_C/\sqrt{3} - F_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

Das Momentengleichgewicht bezüglich  $C$  ergibt sich als

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_C &= \mathbf{r}_{CA} \times \mathbf{F}_A + \mathbf{r}_{CB} \times \mathbf{F}_B = \mathbf{0} \\ &= \frac{L}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F_{Ax} \\ F_{Ay} \\ F_{Az} \end{pmatrix} + \frac{L}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} F_B \\ &= \begin{pmatrix} F_{Az} + F_{Ay} \\ -F_{Ax} + F_{Az} \\ -F_{Ay} - F_{Ax} \end{pmatrix} \frac{L}{2} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{L}{2} F_B \\ &= \begin{pmatrix} F_{Az} + F_{Ay} - F_B \\ -F_{Ax} + F_{Az} \\ -F_{Ay} - F_{Ax} + F_B \end{pmatrix} \frac{L}{2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

*Bemerkung: Den 5 unbekannten Zwangskräften  $F_{Ax}$ ,  $F_{Ay}$ ,  $F_{Az}$ ,  $F_B$ ,  $F_C$  stehen die 6 skalaren Gleichungen (3), (4) aus den Gleichgewichtsbedingungen gegenüber. Es ist jedoch erkennbar, dass die 3 Gleichungen in (4) linear abhängig sind und damit nur 5 linear unabhängige Gleichungen zur Verfügung stehen.*

Durch auflösen der Gleichungen ergibt sich

$$(4) \Rightarrow F_{Az} = F_{Ax} \quad (5)$$

$$(3) \Rightarrow 0 = -\frac{F_C}{\sqrt{3}} - \frac{F_C}{\sqrt{3}} + F_G \Rightarrow F_C = \frac{\sqrt{3}}{2} F_G \quad (6)$$

$$(3) \Rightarrow F_{Ax} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{2} F_G = \frac{1}{2} F_G \quad (7)$$

$$(3) \Rightarrow 0 = 2F_{Ay} - \frac{F_C}{\sqrt{3}} + F_{Az} = 2F_{Ay} - \frac{F_G}{2} + \frac{F_G}{2} \Rightarrow F_{Ay} = 0 \quad (8)$$

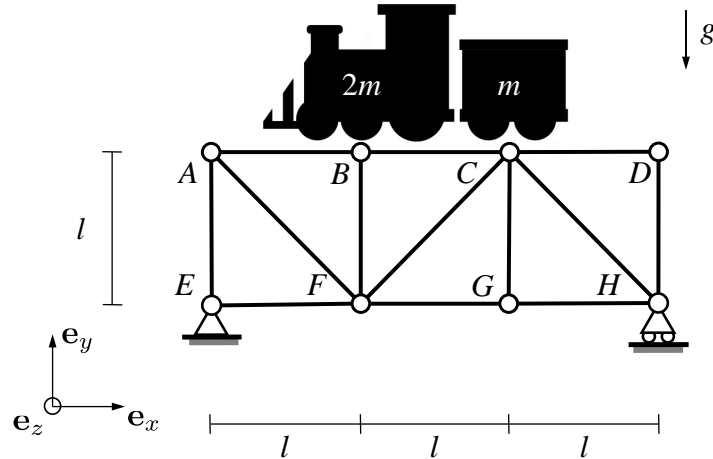
$$(4) \Rightarrow F_B = F_{Ay} + F_{Az} = \frac{1}{2} F_G \quad (9)$$

Die aus den obigen Gleichungen zusammengefassten Lagerkräfte lauten

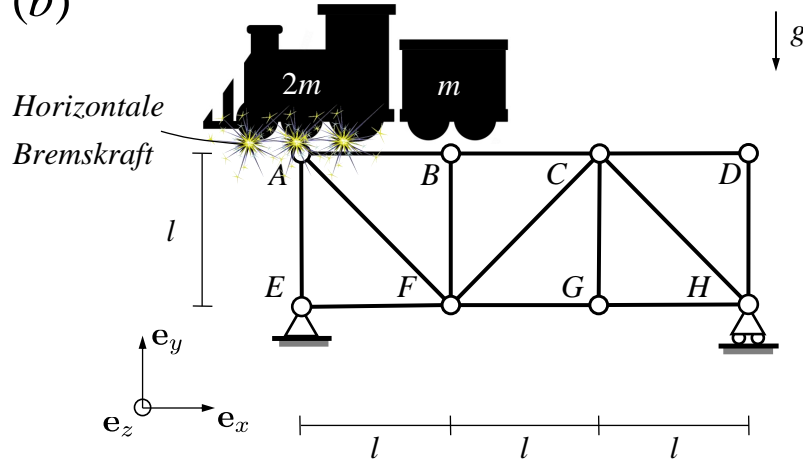
$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_A &= \begin{pmatrix} F_{Ax} \\ F_{Ay} \\ F_{Az} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{F_G}{2}; \\
 \mathbf{F}_B &= \begin{pmatrix} 0 \\ F_B \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{F_G}{2}; \\
 \mathbf{F}_C &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} F_C = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{F_G}{2}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

5. Ein Zug, bestehend aus einer  $2m$  schweren Lokomotive und einem  $1m$  schweren Waggon, fährt über eine Fachwerkbrücke. Zug und Waggon können als Punktmassen modelliert werden und die erzeugten Kräfte wirken direkt auf die darunterliegenden Punkte, z.B. wirken die Kräfte der Lokomotive im ersten Aufgabenteil (Abbildung a) nur auf Punkt  $B$ . Die starr gebaute Brücke ist im Punkt  $E$  mit einem Festlager und im Punkt  $H$  mit einem beidseitigen Auflager verbunden (siehe Skizze).

(a)



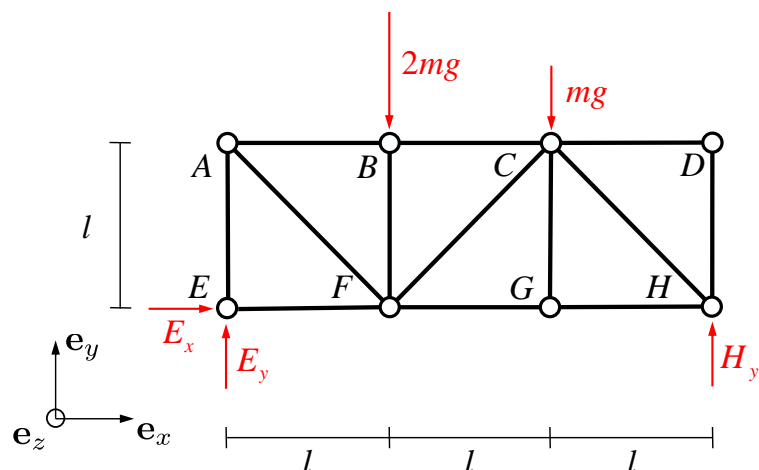
(b)



1. Berechnen Sie die Reaktionskräfte in den Punkten  $E$  und  $H$  für den in Abbildung (a) gezeigten Fall.
2. Der Zug muss am Ende der Brücke eine Notbremsung durchführen, siehe Abbildung (b). Die Bremskräfte werden nur von der Lokomotive in negativer  $\mathbf{e}_x$  Richtung erzeugt und betragen die Hälfte der Gewichtskraft der Lokomotive. Wie gross sind die Reaktionskräfte in den Lagern  $E$  und  $H$ ?

Lösung:

1. Die Kräfte des Zuges sind in der folgenden Abbildung dargestellt:  $2mg$  für die Lokomotive und  $1mg$  für den Waggon, beide greifen vertikal an der Fachwerkbrücke an.



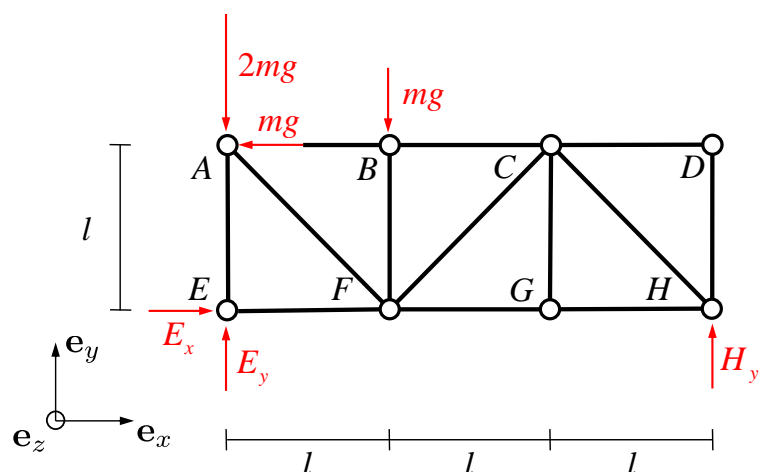
Daraus ergeben sich die folgenden Gleichgewichtsbedingungen (Moment im Punkt  $E$  berechnet, so dass  $E_x$  und  $E_y$  keine Wirkung haben):

$$KB(x) : \quad 0 = E_x \quad \Rightarrow \quad E_x = 0 \quad (1)$$

$$MB(E, z) : \quad 0 = -2mg \cdot l - mg \cdot 2l + H_y \cdot 3l \quad \Rightarrow \quad H_y = \frac{4}{3}mg \quad (2)$$

$$KB(y) : \quad 0 = -2mg - mg + E_y + H_y \quad \Rightarrow \quad E_y = \frac{5}{3}mg \quad (3)$$

2. Zusätzlich zu den Kräften aus Teilaufgabe 1 (diesmal an den Punkten  $A$  und  $B$  greifend), wirkt am Punkt  $A$  eine horizontale Bremskraft von  $1mg$  (siehe Skizze).



Die Gleichgewichtsbedingungen lauten dann:

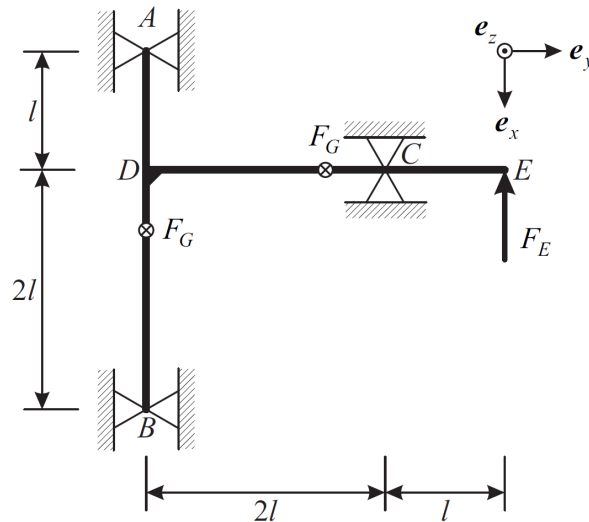
$$KB(x) : \quad 0 = E_x - mg \quad \Rightarrow \quad E_x = mg \quad (4)$$

$$MB(E, z) : \quad 0 = +mg \cdot l - mg \cdot l + H_y \cdot 3l \quad \Rightarrow \quad H_y = 0 \quad (5)$$

$$KB(y) : \quad 0 = -2mg - mg + E_y + H_y \quad \Rightarrow \quad E_y = 3mg \quad (6)$$

- 6.<sup>4</sup> Zwei gleichlange Stäbe der Länge  $3l$  sind in  $D$  gemäss Skizze rechtwinklig zusammengeschweisst. Sie haben jeweils das Gewicht  $F_G$ . Das System liegt in einer Horizontalebene. Es ist in  $A$ ,  $B$  und  $C$  durch kurze räumliche Querlager gelagert. In  $E$  wirkt eine horizontale Kraft vom Betrag  $F_E$ .

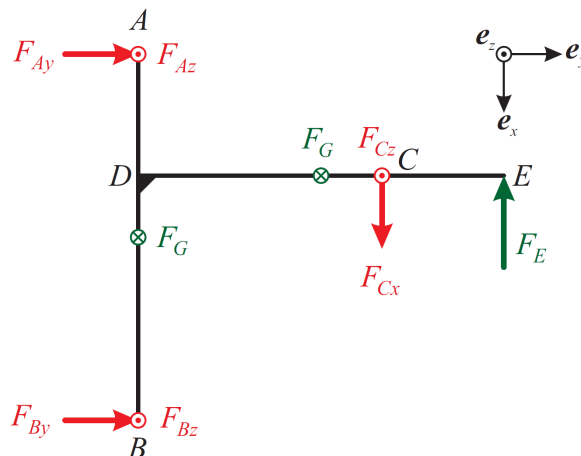
*Tipp: Führen Sie in  $A$  und  $B$  Lagerkräfte in  $y$ - und  $z$ -Richtung ein, in  $C$  Lagerkräfte in  $x$ - und  $z$ -Richtung.*



Bestimmen Sie die Lagerkräfte in  $A$ ,  $B$  und  $C$ .

*Lösung:*

Die Lagerkräfte sind gemäss Skizze die Reaktionen  $F_{Ay}$ ,  $F_{Az}$ ,  $F_{By}$ ,  $F_{Bz}$ ,  $F_{Cx}$  und  $F_{Cz}$ .



Wir stellen die GGB auf als

$$KB(x) : \quad 0 = F_{Cx} - F_E \quad (1)$$

$$KB(y) : \quad 0 = F_{Ay} + F_{By} \quad (2)$$

<sup>4</sup>Aufgabe aus der Übungsserie 6 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik », HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.

$$KB(z) : \quad 0 = F_{Az} + F_{Bz} + F_{Cz} - F_G - F_G \quad (3)$$

$$MB(A, x) : \quad 0 = 2LF_{Cz} - \frac{3}{2}LF_G \quad (4)$$

$$MB(A, y) : \quad 0 = -3LF_{Bz} - LF_{Cz} + LF_G + \frac{3}{2}LF_G \quad (5)$$

$$MB(A, z) : \quad 0 = 3LF_{By} - 2LF_{Cx} + 3LF_E. \quad (6)$$

Durch auflösen der Gleichungen erhalten wir

$$(1) \Rightarrow F_{Cx} = F_E \quad (7)$$

$$(4) \Rightarrow F_{Cz} = \frac{3}{4}F_G \quad (8)$$

$$(6) \Rightarrow F_{By} = \frac{2}{3}F_{Cx} - F_E = \frac{2}{3}F_E - F_E = -\frac{1}{3}F_E \quad (9)$$

$$(2) \Rightarrow F_{Ay} = -F_{By} = \frac{1}{3}F_E \quad (10)$$

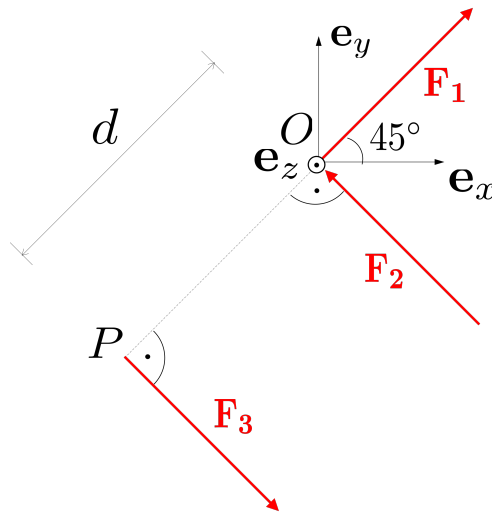
$$(5) \Rightarrow F_{Bz} = \frac{5}{6}F_G - \frac{1}{3}F_{Cz} = \frac{5}{6}F_G - \frac{1}{4}F_G = \frac{7}{12}F_G \quad (11)$$

$$(3) \Rightarrow F_{Az} = 2F_G - F_{Bz} - F_{Cz} = \frac{2}{3}F_G \quad (12)$$

Zusammengefasst lauten die Lagerkräfte

$$\begin{aligned} F_{Ay} &= \frac{1}{3}F_E; & F_{Az} &= \frac{2}{3}F_G; \\ F_{By} &= -\frac{1}{3}F_E; & F_{Bz} &= \frac{7}{12}F_G; \\ F_{Cx} &= F_E; & F_{Cz} &= \frac{3}{4}F_G. \end{aligned} \quad (13)$$

7. Betrachten Sie die skizzierte, aus den drei Kräften  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{F}_2$ ,  $\mathbf{F}_3$  bestehende Kräftegruppe, wobei jede Kraft den Betrag  $F$  hat. Der Abstand zwischen Punkt  $O$  und  $P$  ist gegeben als  $d$ .



Wozu ist die dargestellte Kräftegruppe äquivalent?

- (a) Einem Nullsystem
- (b) Einer Dyname  $\mathbf{M}_O = Fd\mathbf{e}_z$ ,  $\mathbf{R} = \frac{F}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$
- (c) Einer einzelnen Kraft  $\mathbf{F} = \frac{F}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$
- (d) Einer einzelnen Kraft  $\mathbf{F} = \frac{F}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y)$
- (e) Einem Kräftepaar  $\mathbf{M}_O = Fd\mathbf{e}_z$

*Lösung:*

Vektoriell ausgedrückt lauten die drei Kräfte:

$$\mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} F; \quad \mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} F; \quad \mathbf{F}_3 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} F. \quad (1)$$

Die Resultierende kann dementsprechend wie folgt berechnet werden:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = \mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} F; \quad (2)$$

wobei  $\mathbf{F}_2$  und  $\mathbf{F}_3$  sich gegenseitig aufheben und darum die Resultierende gleich  $\mathbf{F}_1$  ist.

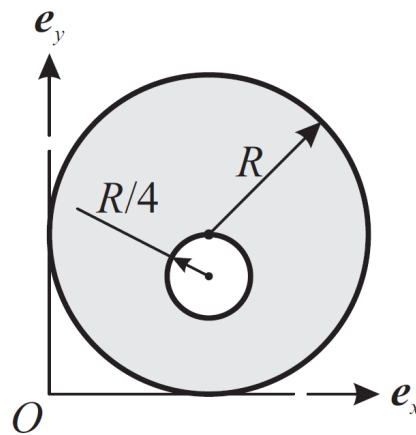
Das Moment bezüglich Punkt  $O$  kann dann wie folgt berechnet werden (der Vektor zeigt aus dem Blatt heraus, daher ist das Moment im Gegenuhrzeigersinn positiv):

$$\mathbf{M}_O = Fd\mathbf{e}_z, \quad (3)$$

Also ist die Kräftegruppe statisch äquivalent zu folgender Dyname:

$$\mathbf{M}_O = Fd\mathbf{e}_z; \quad \mathbf{R} = \frac{F}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y). \quad (4)$$

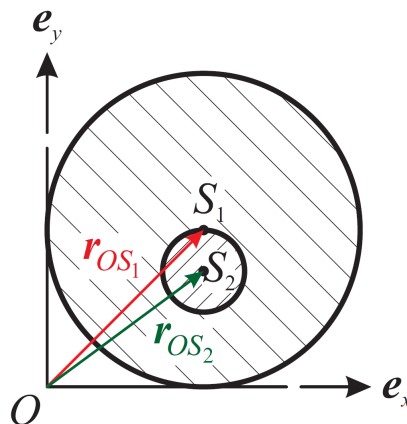
- 8.<sup>5</sup> Finden Sie den Schwerpunkt des unten skizzierten, homogenen, ebenen Körpers.



*Annahme: Der Körper ist eben und hat eine homogene Massenverteilung.*

*Lösung:*

Der Körper wird aus einem grossen Kreis abzüglich eines kleinen Kreises gebildet.



Der grosse Kreis hat Fläche bzw. Schwerpunkt

$$A_1 = R^2\pi; \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{r}_{OS_1} = R \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Der kleinere Kreis hat Fläche bzw. Schwerpunkt

$$A_2 = \left(\frac{R}{4}\right)^2 \pi = \frac{R^2\pi}{16}; \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{r}_{OS_2} = R \begin{pmatrix} 1 \\ 1 - 1/4 \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} 1 \\ 3/4 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Wir finden den Schwerpunkt des Gesamtkörpers als

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{OS} &= \frac{1}{A_1 - A_2} (A_1 \mathbf{r}_{OS_1} - A_2 \mathbf{r}_{OS_2}) \\ &= \frac{1}{R^2\pi(1 - 1/16)} \left( R^2\pi \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} R - \frac{R^2\pi}{16} \begin{pmatrix} 1 \\ 3/4 \end{pmatrix} R \right) \\ &= \frac{16}{15} \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 16 - 1 \\ 16 - 3/4 \end{pmatrix} R = \begin{pmatrix} 1 \\ 61/60 \end{pmatrix} R. \end{aligned} \quad (3)$$

<sup>5</sup>Aufgabe aus der Übungserie 6 der Vorlesung « 151-0223-10 Technische Mechanik », HS 2019, Prof. Dual/Prof. Glocker.