

Prüfungsvorbereitungskurs

Aufgaben

Erstellt von Maximilian Stralz in Kollaboration mit Lina Dehwindt

Für die Vorlesung "Technische Mechanik" von Dr. P. Tiso

ETH Zürich

Herbstsemester 2022

Revidiert & bearbeitet für HS23

Wer diesen PVK hält

⇒ Lina de Windt, ldewindt@student.ethz.ch

↳ Unterlagen: <http://n.ethz.ch/~ldewindt>

⇒ Maximilian Stralz, mstralz@student.ethz.ch

↳ Unterlagen: <https://polybox.ethz.ch/index.php/s/s6UrI7YqqAGfSHG>

Übersicht der TechMech-PVK-Materialien:

- Manuskript mit Lücken zum ausfüllen
- Manuskript (mit Lösungen)
- • Quizzes & Beispielaufgaben ← **You are here**
- Quizzes & Beispielaufgaben mit ausführliche Lösungswege
- Kompakte Übersicht von TechMech

Themen aus der Vorlesung, die wir nicht im PVK besprechen werden:

- Parallele Kräfte

Latest Updates:

10. 01. 2023 Publikation

02.01. 2024 Revision & Bearbeitung

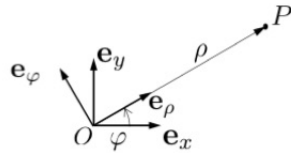
Quizzes

Quiz 1

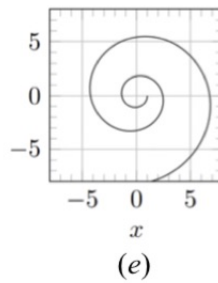
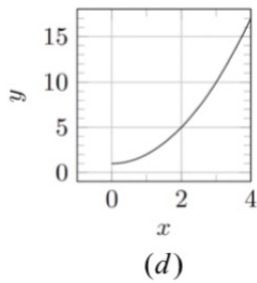
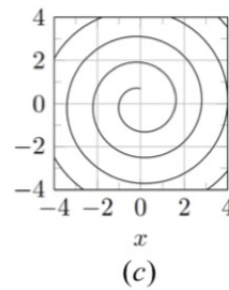
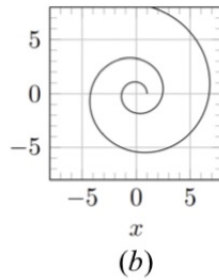
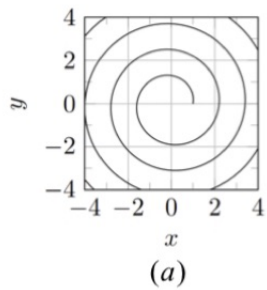
1. Eine Bahnkurve in der Ebene ist durch folgende Parametrisierung in Polarkoordinaten gegeben.

$$\begin{aligned}\rho(t) &= 1 + t^2, \\ \varphi(t) &= at,\end{aligned}\tag{1}$$

wobei $a = \frac{5}{3}\pi$ und $t \geq 0$. Die Polarkoordinaten sind in dem folgenden Diagramm definiert:



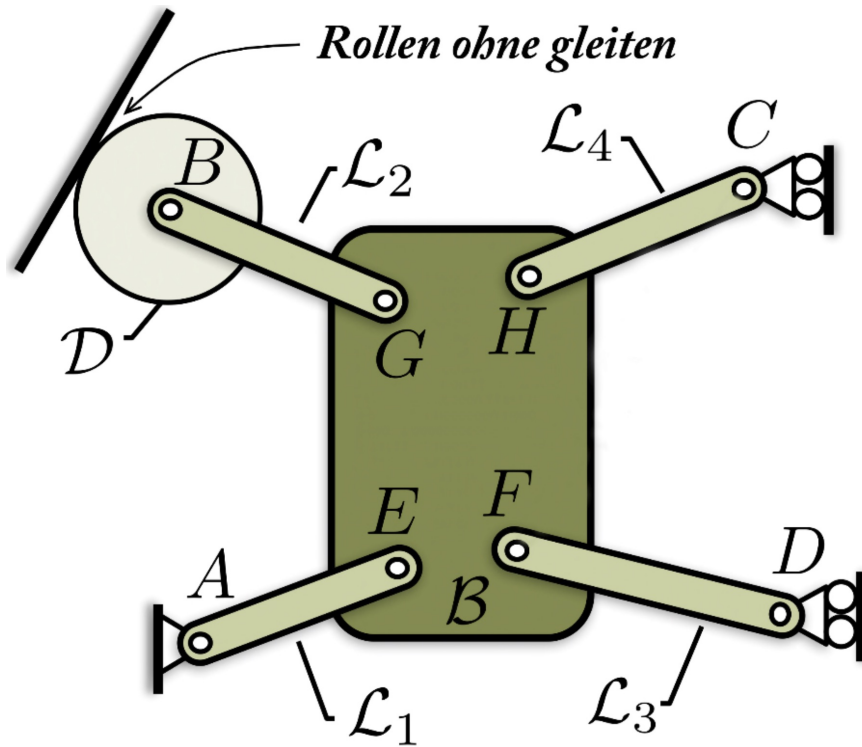
Welches der folgenden Diagramme ist die richtige Darstellung der Bahnkurve?



Quiz 2

4. Kolloquium HS 2022

Nie viele Freiheitsgrade hat das System?

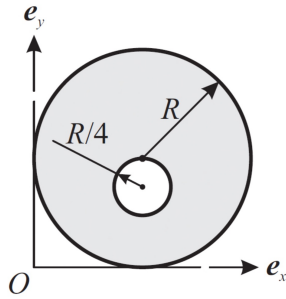


Lösung:

Quiz 3

Serie 6 HS 2022, Aufgabe 9

Finden Sie den Schwerpunkt des unten skizzierten, homogenen, ebenen Körpers.



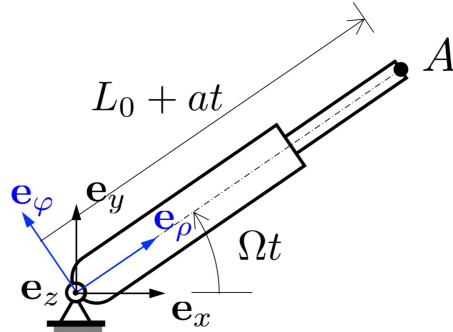
Annahme: Der Körper ist eben und hat eine homogene Massenverteilung.

Lösung:

Quiz 4

Serie 1 HS 2022, Aufgabe 3

Ein Antrieb, der im Gelenk O drehbar gelagert wird, rotiert um die $\mathbf{e}_z$ Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω und verlängert sich gleichzeitig gemäss dem Ausdruck $L(t) = L_0 + at$, wie in der folgenden Skizze dargestellt.



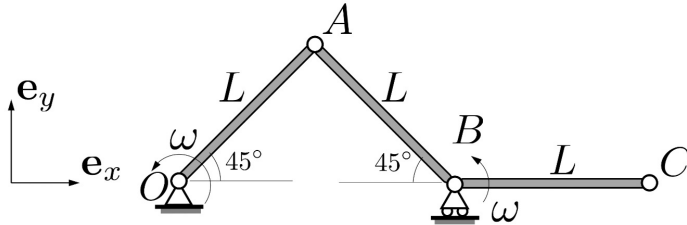
1. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_A$ des Punktes A in Polar- und kartesischen Koordinaten.
2. Bestimmen Sie die Schnelligkeit v_A des Punktes A .

Lösung:

Quiz 5

Basisprüfung FS 2022, Aufgabe 5 (Mc)

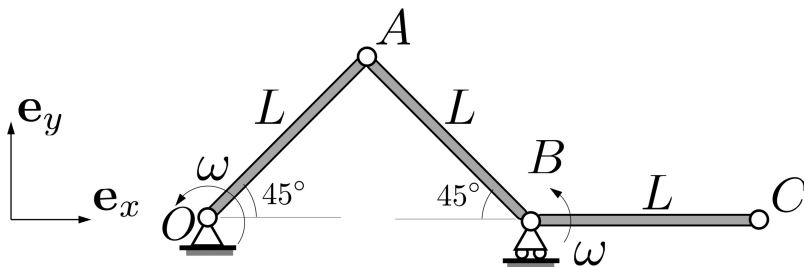
Das dargestellte System besteht aus drei Stäben gleicher Länge L , die an den Punkten A und B wie gezeigt gelenkig miteinander verbunden sind. Das System ist in Punkt O gelenkig gelagert und in Punkt B aufgelegt. Zum dargestellten Zeitpunkt stehen die Stäbe OA und AB senkrecht zueinander, während der Stab BC horizontal liegt. Die Stäbe OA und BC drehen sich mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω .



Was ist die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_C$?

- (a) $\mathbf{v}_C = -\sqrt{2}\omega L\mathbf{e}_x$
- (b) $\mathbf{v}_C = -\sqrt{2}\omega L\mathbf{e}_x + \omega L\mathbf{e}_y$
- (c) $\mathbf{v}_C = \omega L\mathbf{e}_x + \omega L\mathbf{e}_y$
- (d) $\mathbf{v}_C = \sqrt{3}\omega L\mathbf{e}_x + \sqrt{2}\omega L\mathbf{e}_y$
- (e) $\mathbf{v}_C = \sqrt{2}\omega L\mathbf{e}_x - \sqrt{2}\omega L\mathbf{e}_y$

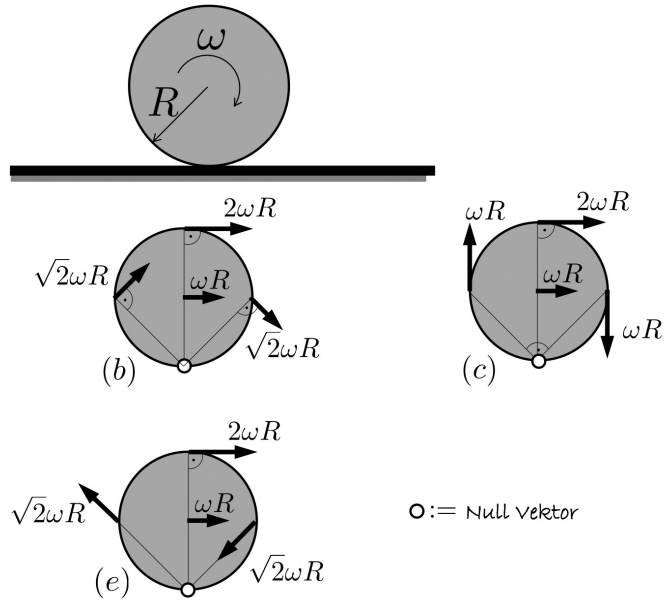
Lösung:



Quiz 6

Basisprüfung FS 2022, Aufgabe 1 (MC)

Eine Scheibe mit dem Radius R rollt ohne zu gleiten auf einer horizontalen Ebene mit der Winkelgeschwindigkeit ω . Welches der folgenden Diagramme stellt die Geschwindigkeiten der markierten Punkte richtig dar? Beachten Sie, dass ein weisser Kreis den Nullvektor darstellt.

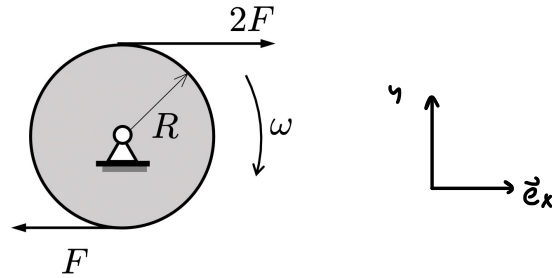


Lösung:

Quiz 7

Zwischenprüfung HS 2022, Aufgabe 6 (Mc)

Eine Scheibe mit dem Radius R ist in ihrem Mittelpunkt gelenkig gelagert und dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω im Uhrzeigersinn. Zwei horizontale Kräfte der Beträge $2F$ und F wirken auf den oberen und unteren Punkt der Scheibe in entgegengesetzter Richtung, wie gezeigt. Wie gross ist die Gesamtleistung $\mathcal{P}$?



Was ist die Gesamtleistung $\mathcal{P}$?

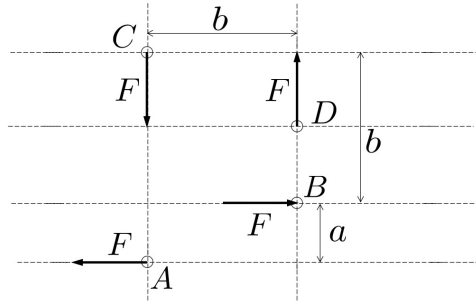
- (a) $\mathcal{P} = F\omega R$
- (b) $\mathcal{P} = 0$
- (c) $\mathcal{P} = -F\omega R$
- (d) $\mathcal{P} = 3F\omega R$
- (e) $\mathcal{P} = 5F\omega R$

Lösung:

Quiz 8

Basisprüfung FS 2022, Aufgabe 12 (Mc)

Die gezeigte Kräftegruppe besteht aus vier Kräften gleiches Betrags F , deren Wirkungslinien vertikal und horizontal liegen, wie dargestellt. Die Abstände zwischen den Wirkungslinien der Kräfte sind aus der Abbildung ersichtlich.



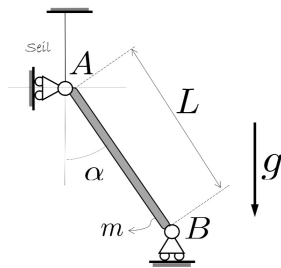
Welche Beziehung muss zwischen a und b bestehen, damit der Dyname $\mathcal{D}$ der Kräftegruppe für jeden Punkt in der Ebene $\mathcal{D} = \{0, 0\}$ ist?

- (a) $a = b$
- (b) $a = 2b$
- (c) $a = b/2$
- (d) $a = 0; b \neq 0$
- (e) $a = 3b/2$

Lösung:

Quiz 9'

Der Stab AB mit Länge L und Masse m steht auf einer vertikalen Ebene und unterliegt der Schwerkraft g . Die Spitzen des Stabes A und B sind verschiebbar gelagert, wobei die horizontale bzw. vertikale Bewegung eingeschränkt wird. Ausserdem wird der Punkt A durch ein vertikales Seil mit vernachlässigbarer Masse gehalten, wie gezeigt.



Wie gross ist der Betrag der Seilkraft S ?

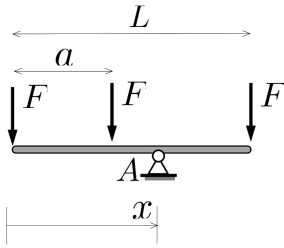
- (a) $S = \frac{mg}{3}$
- (b) $S = \frac{mg}{4}$
- (c) $S = 0$
- (d) $S = \frac{mg}{2}$
- (e) $S = mg$

Lösung:

Quiz 9"

Basisprüfung FS 2022, Aufgabe 9 (Mc)

Drei Kräfte der gleichen Grösse F wirken vertikal auf einen horizontalen Balken. Die Lagen der Angriffspunkte sind auf der Abbildung dargestellt.



In welchem Abstand x von der linken Spitze des Balkens muss ein Auflager angebracht werden, um das Gleichgewicht zu gewährleisten?

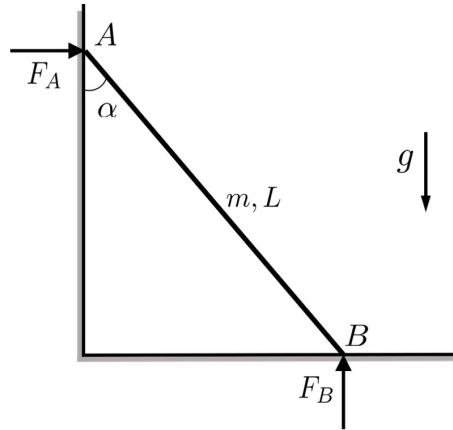
- (a) $x = \frac{L - a}{3}$
- (b) $x = \frac{L}{2}$
- (c) $x = \frac{L + a}{2}$
- (d) $x = \frac{L - a}{2}$
- (e) $x = \frac{L + a}{3}$

Lösung:

Quiz 9'''

Basisprüfung FS 2022, Aufgabe 15 (Mc)

Ein homogener Stab mit der Masse m und der Länge L stützt sich an den Punkten A bzw. B auf eine glatte Wand bzw. auf eine glatte Ebene. Der Stab bildet einen Winkel α mit der Wand, und die Schwerkraft g wirkt nach unten, wie gezeigt. Die Reaktionskräfte an den Punkten A und B sind auf der Abbildung dargestellt.



Welche der unteren Bedingungen muss für die Beträge der Reaktionskräfte $|\mathbf{F}_A|$ bzw. $|\mathbf{F}_B|$ gelten, damit sich das System im Gleichgewicht befindet?

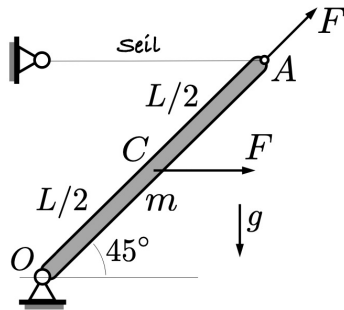
- (a) Nur wenn $|\mathbf{F}_B| = mg$ und $|\mathbf{F}_A| = 0$.
- (b) Nur wenn $|\mathbf{F}_B| = \frac{mg}{2}$ und $|\mathbf{F}_A| = \frac{mg}{2} \tan \alpha$.
- (c) Nur wenn $|\mathbf{F}_B| = mg$.
- (d) Das System befindet sich unter *keiner* Bedingung im Gleichgewicht.
- (e) Nur wenn $|\mathbf{F}_A| = |\mathbf{F}_B|$, mit $|\mathbf{F}_A| \neq 0$ und $|\mathbf{F}_B| \neq 0$.

Lösung:

Quiz 10

Zwischenprüfung HS 2022, Aufgabe 10 (Mc)

Ein Stab OA der Länge L und der Masse m ist in O gelenkig gelagert und wird durch ein horizontales Seil in einem Winkel von 45° zur Horizontalrichtung gehalten. Die Schwerkraft g wirkt, wie gezeigt, nach unten. An der Spitze des Stabes A und dem Mittelpunkt C wirken zwei Kräfte von gleichem Betrag F in Richtung des Stabes bzw. in horizontaler Richtung, wie dargestellt.



Wie gross ist der Betrag S der Seilkraft, die das Gleichgewicht gewährleistet?

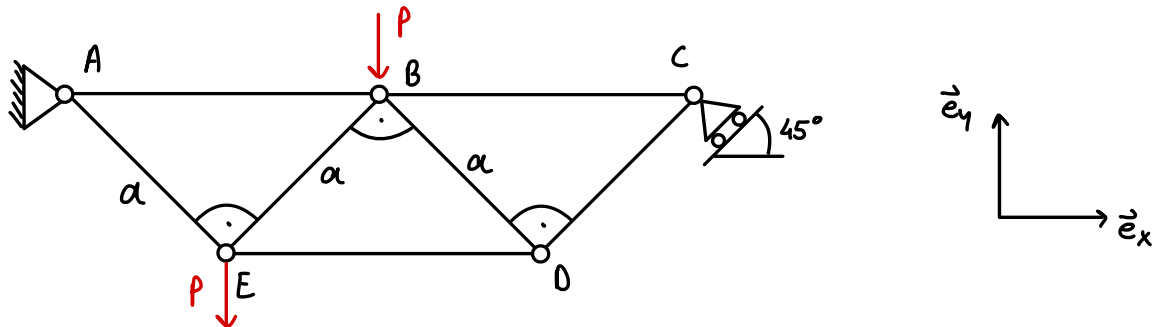
- (a) $S = \frac{mg}{2} - \frac{F}{2}$
- (b) $S = \frac{mg}{2} + \frac{F}{2}$
- (c) $S = \frac{mg}{2} + \frac{2F}{\sqrt{2}}$
- (d) $S = mg$
- (e) $S = mg + \frac{\sqrt{2}F}{2}$

Lösung:

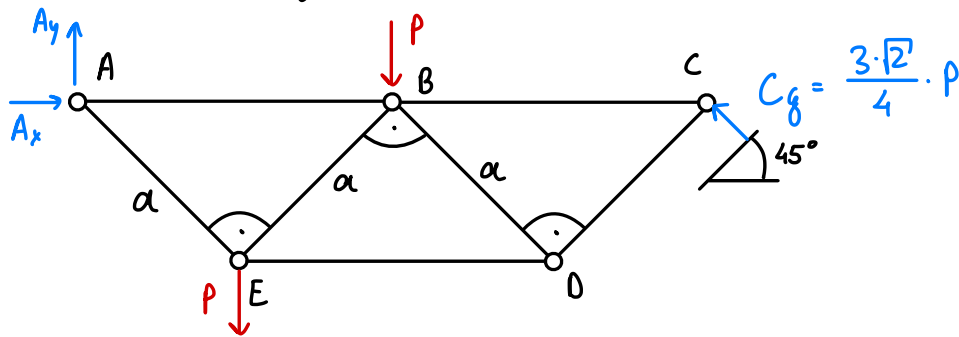
Quiz 11

Adaptiertes Beispiel aus der Vorlesung HS 2022

Gegeben sei folgende Konstruktion:



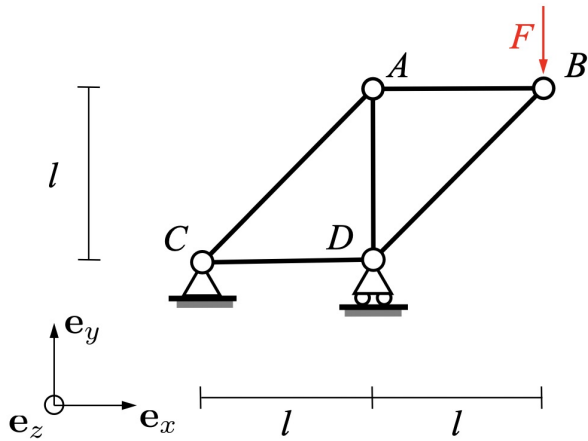
Und der Freischnitt, wobei C_g bekannt ist:



Berechne die Stabkraft S_{BD} .

Lösung:

Das unten skizzierte Fachwerk besteht aus 5 masselosen gelenkig miteinander verbundenen Stäben. Die entsprechenden Längen können aus der Skizze abgelesen werden. Eine Kraft F wirkt im Punkt B in negativer $\mathbf{e}_y$ Richtung, Punkt C ist gelenkig gelagert und Punkt D ist mit einem Rolllager verbunden (siehe Skizze).

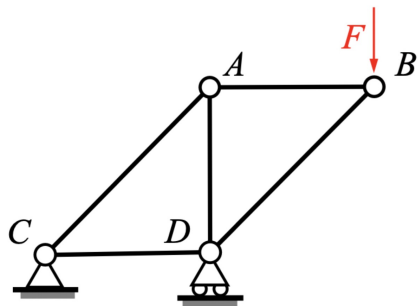


Welche der folgenden Aussagen über die Stabkräfte ist richtig (positive Werte sind Zugstäbe und negative Druckstäbe)?

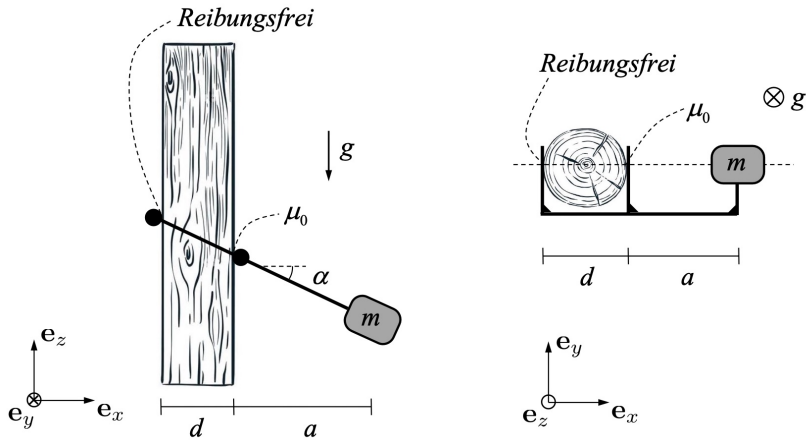
- (a) $S_{AC} = S_{BD} = 2F$
- (b) $S_{AC} = \frac{1}{2} S_{BD} = -F$
- (c) $S_{AC} = -S_{BD} = \sqrt{2}F$
- (d) $S_{AC} = S_{BD} = -\sqrt{2}F$
- (e) $S_{AC} = -\sqrt{2} S_{BD} = F$

Hinweis: Benutzen Sie den 3-Kräftechnitt

Lösung:



Man betrachtet einen Holzstrommast. Um Wartungsarbeiten durchzuführen, klettert das Fachpersonal mit speziellen Schuhen auf den Holzmast. Diese Schuhe klemmen sich durch das Gewicht des Benutzers an den Mast. Eine schematische Darstellung eines Schuhs ist in der folgenden Skizze zu sehen. Der Einfachheit halber sind die Schuhe durch eine Stabkonstruktion ersetzt worden. Die Vorderseite des Schuhs hat den Reibungswert μ_0 und die Rückseite ist reibungsfrei. Alle erforderlichen Abmessungen und Richtungen sind in der Skizze angegeben.



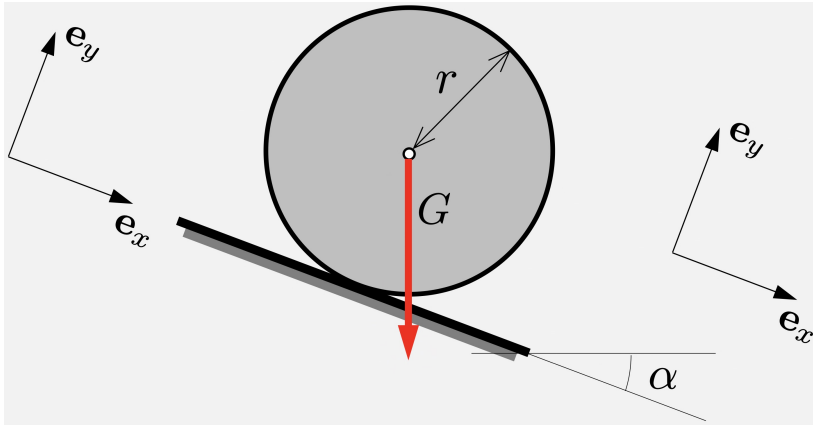
1. Wie gross muss der Abstand a des Schuhs vom Mast gewählt werden, damit ein Mitarbeiter mit Masse m sicher auf den Mast klettern kann?
2. Welche Änderungen müssen an den Schuhen vorgenommen werden, wenn ein doppelt so schwerer Mitarbeiter ($2m$) die Schuhe benutzt?

Lösung:

Quiz 13"

Beispiel aus der Vorlesung HS 2022

Gegeben sei ein Rad im Gleichgewicht auf einer schrägen Ebene (siehe Skizze):



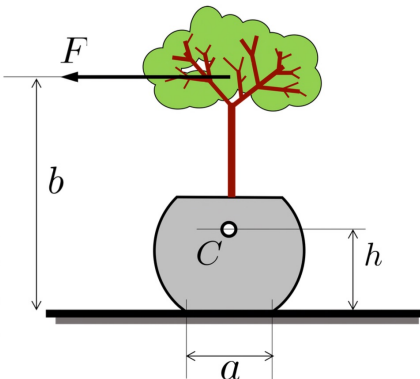
Was müssen μ_0 und μ_2 für Bedingungen für Ruhe erfüllen?

Lösung:

Quiz 14

Basisprüfung FS 2022, Aufgabe 2 (Mc)

Betrachten Sie den kleinen Baum und den Topf, die hier skizziert sind. Der Massenschwerpunkt des gesamten Systems (d.h. Topf + Baum) liegt im Punkt C , auf einer Höhe h über dem Boden. Die Breite der Basis vom Topf ist a und die Masse des gesamten Systems wird durch M bezeichnet. Der Wind übt eine horizontale Kraft F in einer Höhe b über dem Boden aus. Nehmen Sie an, dass es keine Relativbewegung zwischen dem Baum und dem Topf gibt, d.h. das ganze System verhält sich wie ein starrer Körper.



Welche Bedingung muss F erfüllen, damit das System nicht kippt?

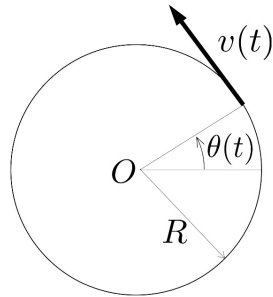
- (a) $F < Mg \frac{a}{b}$
- (b) $F < Mg \frac{hb}{a^2}$
- (c) $F < Mg \frac{a}{2b}$
- (d) $F < Mg \frac{h}{b}$
- (e) $F < Mg$

Lösung:

Quiz 15

Basisprüfung FS 2022, Aufgabe 7 (MC)

Ein materieller Punkt durchläuft die dargestellte Kreisbahn mit dem Radius R und dem Mittelpunkt O mit einer Geschwindigkeit, deren Betrag durch die Funktion $|\mathbf{v}(t)| = at$ gegeben ist, wobei a eine Konstante der Einheit $[a] = m/s^2$ ist. Die Ausgangslage ($t = 0$) entspricht einem Winkel $\theta(0) = 0$.



Was ist der Betrag der radialen Beschleunigung a_ρ wenn $\theta = 2\pi$, d.h. wenn der Punkt eine ganze Umdrehung durchgeführt hat?

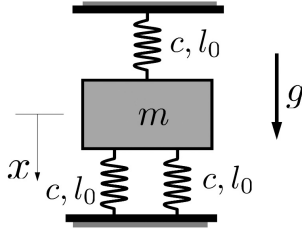
- (a) $a_\rho = \frac{\pi a}{4}$
- (b) $a_\rho = 2\pi a$
- (c) $a_\rho = \pi a$
- (d) $a_\rho = 4\pi a$
- (e) $a_\rho = \frac{\pi a}{2}$

Lösung:

Quiz 16

Basisprüfung FS 2022, Aufgabe 10 (10c)

Ein Block der Masse m befindet sich in der vertikalen Ebene. Er ist an drei Federn mit Elastizitätskonstante c und ungestreckter Länge l_0 aufgehängt. Die Position des Blockes wird mit x bezeichnet; bei $x = 0$ sind alle Federn ungespannt. Die Schwerkraft g wirkt nach unten.



Wie lautet die Bewegungsgleichung des Systems?

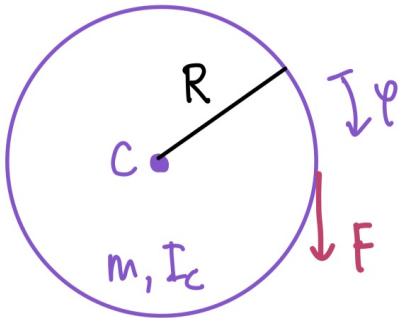
- (a) $m\ddot{x} + 3c(x - l_0) = 0$
- (b) $m\ddot{x} - cl_0 + 3cx = mg$
- (c) $m\ddot{x} - c(x + l_0) = 3mg$
- (d) $m\ddot{x} - cx = mg$
- (e) $m\ddot{x} + 3cx = mg$

Lösung:

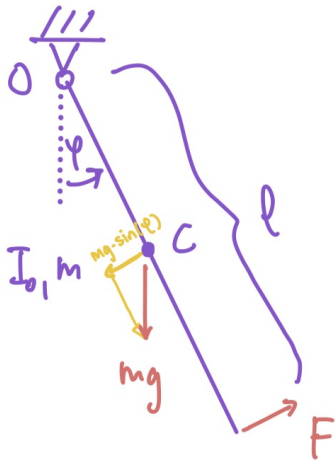
Quiz 17

Beispiele Drallsatz aufstellen:

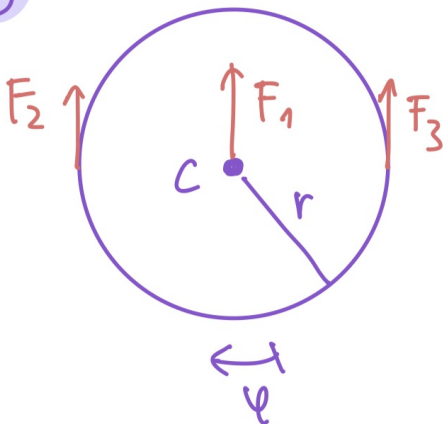
①



②



③

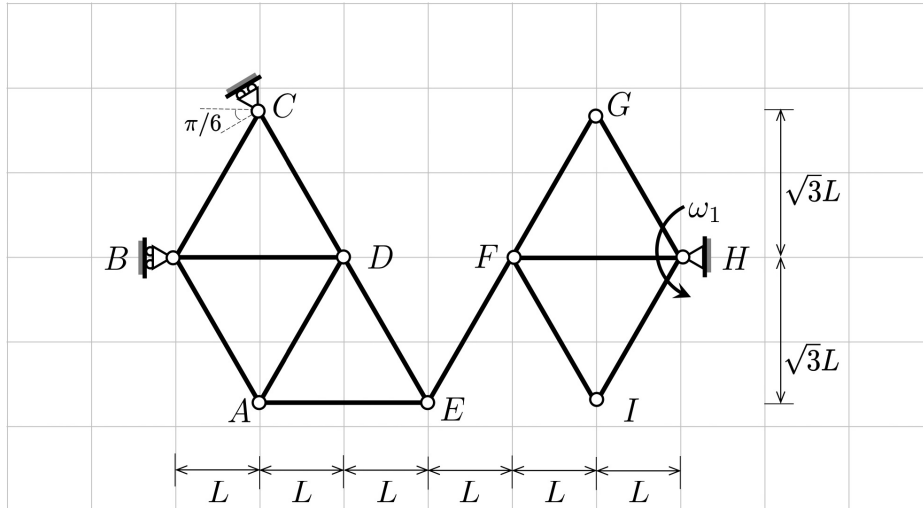


Beispielaufgaben

Beispielaufgabe 1

Basisprüfung FS 2022, Aufgabe 1 (Rechenteil) (Subaufgaben 1, 2, 3)

Betrachten Sie das abgebildete Fachwerk, das aus masselosen, miteinander gelenkig verbundenen Stäben mit gegebener Länge $2L$ besteht. Alle Stäbe schliessen einen Winkel von $\pi/3$ ein. Im Punkt H ist das Fachwerk fest gelagert, im Punkt B ist es vertikal verschiebbar, während es im Punkt C durch ein verschiebbares Auflager gelagert ist, wobei es einen Winkel von $\pi/6$ mit der Horizontalen einschliesst. Die Winkelgeschwindigkeit ω_1 sei gegeben.

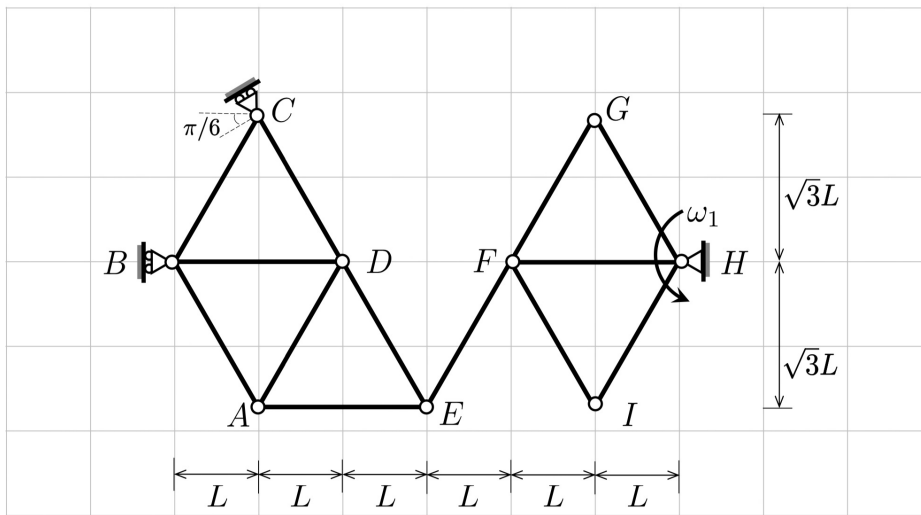


1. Berechnen Sie den Freiheitsgrad des Fachwerks (geben Sie die Anzahl der Körper und Bindungen genau an). [1 Punkt]

Lösung:

2. Finden Sie die Momentanzentren und Winkelgeschwindigkeiten aller starren Körper, aus den das Fachwerk besteht. [1.5 Punkte]

Lösung:

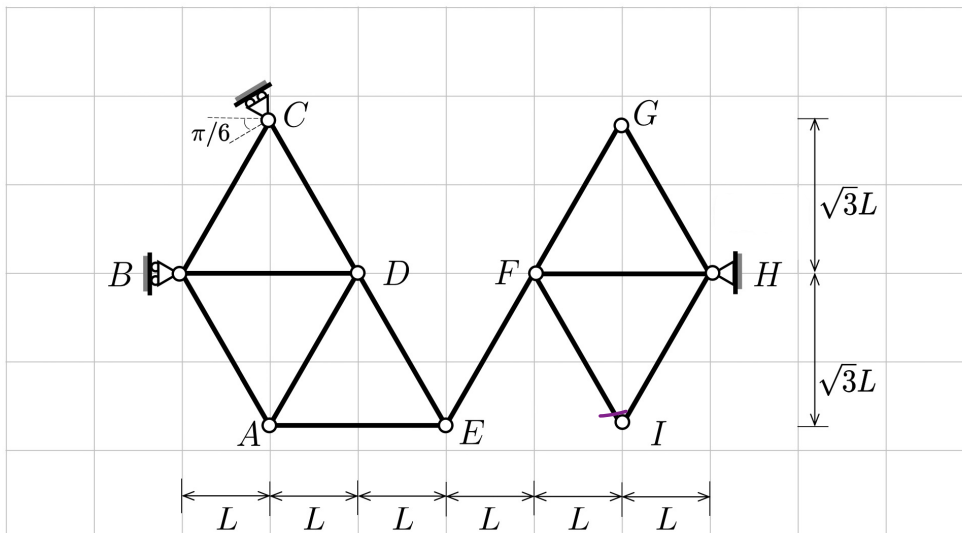


3. Nehmen Sie an, Sie haben einen zusätzlichen Stab der Länge $2L$, den Sie dem System hinzufügen können. *Der Stab kann nur zwischen den Knotenpunkten des Fachwerks verbunden werden.*

Wo sollte er angebracht werden, um das System zu blockieren? Zeichnen Sie es auf der Skizze ein und begründen Sie Ihre Antwort.

[1.5 Punkte]

Platz für die Antwort auf der nächsten Seite!

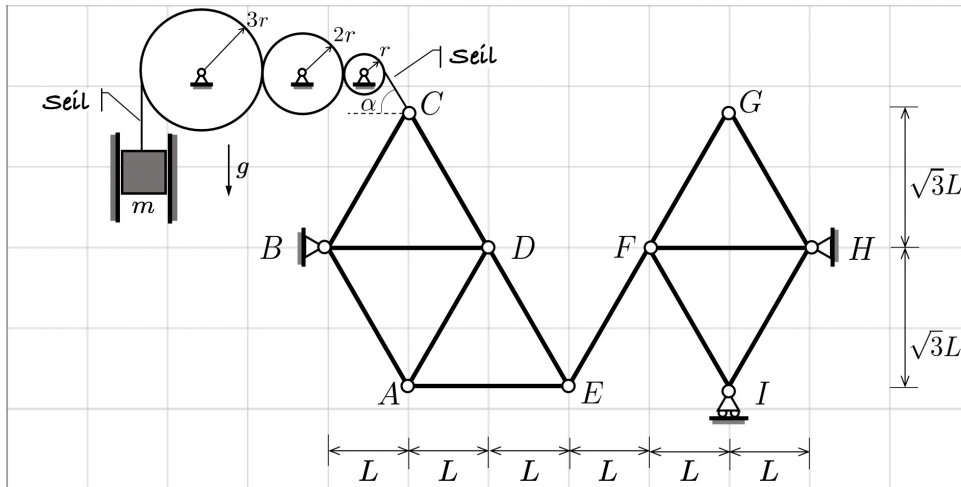


Lösung:

Beispielaufgabe 2

Basisprüfung FS 2022, Aufgabe 1 (Rechenteil) (Subaufgaben 4.5)

Betrachten Sie nun das geänderte System, das aus zwei Teilen besteht, nämlich aus einem Fachwerk und einer Gruppe von Rollen. In den Punkten B bzw. H ist das Fachwerk fest gelagert, während es in I horizontal verschiebbar gelagert ist. Im Punkt C ist es mit der Gruppe von Rollen durch ein Seil verbunden, wobei das Seil einen Winkel $\alpha = \pi/3$ mit der Horizontalen einschliesst. Dieses Teilsystem besteht aus drei masselosen Rollen mit Radius r , $2r$ bzw. $3r$. Eine dimensionslose Masse, die sich nur vertikal bewegen kann, ist über ein zweites Seil mit der grössten Rolle verbunden. Beide Seile sind dimensionslos und wickeln sich um die Rolle ohne zu gleiten.



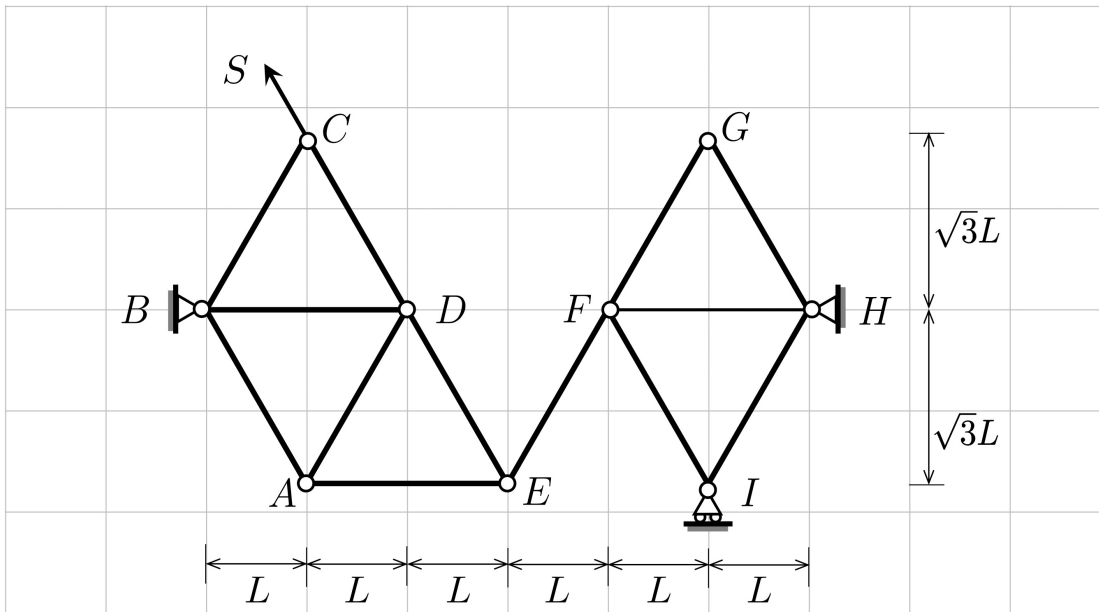
4. Finden Sie die Seilkraft, die im Punkt C auswirkt.
Hinweis: Betrachten Sie nur die Gruppe von Rollen.

[1 Punkt]

Lösung:

5. Finden Sie die Reaktionskraft im Punkt I mit dem PdvL.

[2 Punkte]



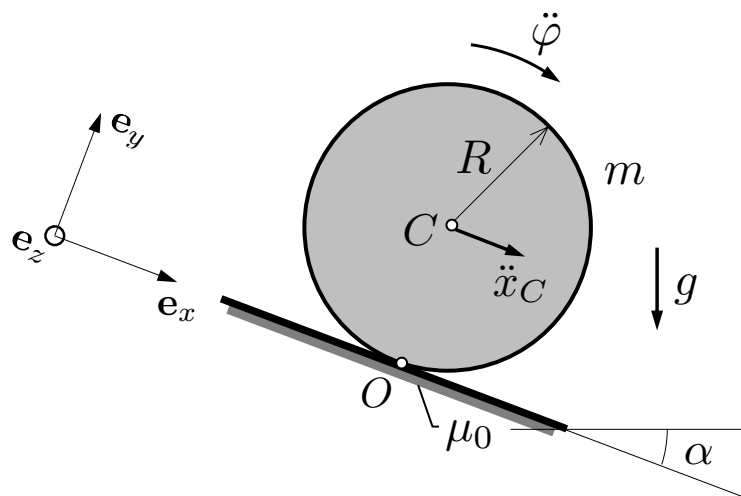
Lösung:

Beispielaufgabe 3

– Basisprüfung HS22 Aufgabe 2 (Rechenteil)

[8 Punkte]

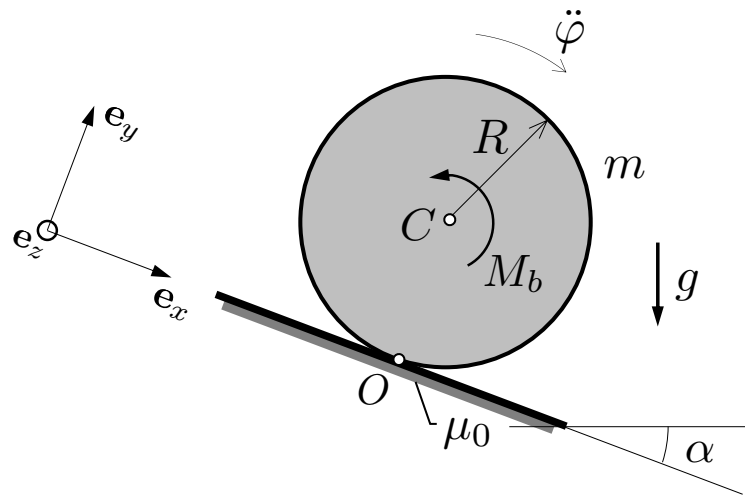
Betrachten Sie eine homogene Scheibe mit dem Radius R , der Masse m und dem Trägheitsmoment $I_C = \frac{1}{2}mR^2$ bezüglich ihres Schwerpunkts C . Die Scheibe rollt ohne zu gleiten auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α und Haftreibungskoeffizient μ_0 . Die Schwerkraft wirkt nach unten. Die Winkelbeschleunigung ist im Uhrzeigersinn als positiv angenommen, sodass $\ddot{x}_C = R\ddot{\varphi}$, wo $\ddot{x}_C$ die Beschleunigung des Schwerpunktes C ist.



1. Bestimmen Sie durch Anwendung des Drallsatzes bezüglich des Berührungspunktes O die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ der Scheibe. [2 Punkte]

Lösung:

In den folgenden Teilaufgaben wirkt ein zusätzliches Bremsmoment $\mathbf{M}_b$ (bzw. $2\mathbf{M}_b$ für die Teilaufgaben 3, 4 und 5) auf die Scheibe. Das Bremsmoment greift im Punkt C an (siehe Skizze).



2. Bestimmen Sie das Moment $\mathbf{M}_b = M_b \mathbf{e}_z$, das auf die Scheibe ausgeübt werden muss, damit die Winkelgeschwindigkeit konstant bleibt. [1 Punkt]

Lösung:

3. Das Bremsmoment wird nun auf $2\mathbf{M}_b$ erhöht. Was ist die resultierende Winkelbeschleunigung? [1 Punkt]

Lösung:

4. Betrachten Sie nun eine Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(0) = -\Omega_0 \mathbf{e}_z$ und das in Teilaufgabe 3 eingeführte Bremsmoment $2\mathbf{M}_b$. Wie lange dauert es, bis die Scheibe zum Stillstand kommt? [2 Punkte]

Lösung:

5. Wie lautet bei dem in Teilaufgabe 3 eingeführten Bremsmoment $2\mathbf{M}_b$ die Bedingung für μ_0 (Haftreibungskoeffizient zwischen Scheibe und Ebene), damit Rollen ohne Gleiten gewährleistet ist? [2 Punkte]

Lösung: