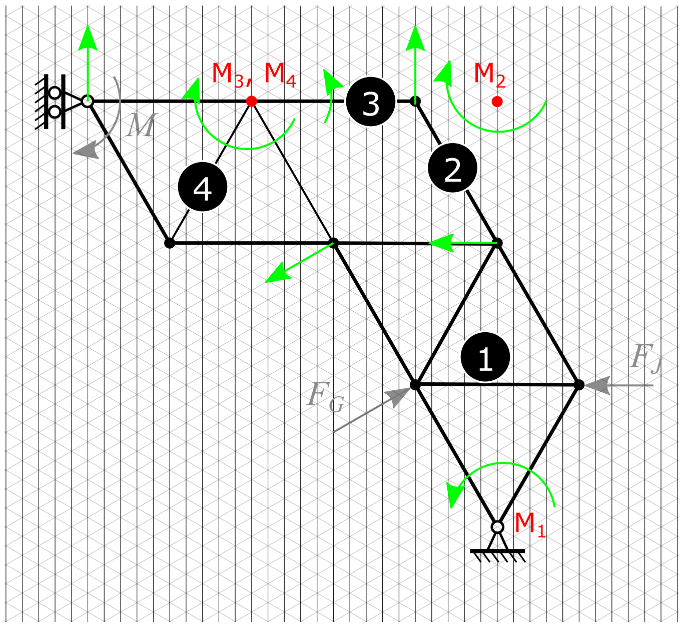
Aufgabe 1

a.)



Winkelgeschwindigkeiten müssen gemäss eingeführtem Bewegungszustand richtig sein. Das heisst im Speziellen, dass die Verhältnisse der einzelnen Winkelgeschwindigkeiten wie unten sein müssen:

$$\begin{aligned}
\widetilde{\omega}_1 &= \widetilde{\omega} \\
\widetilde{\omega}_2 &= 2\widetilde{\omega} \\
\widetilde{\omega}_3 &= \widetilde{\omega} \\
\widetilde{\omega}_4 &= 2\widetilde{\omega}
\end{aligned}$$

b.)

Die Lösungen müssen absolut richtig sein, gemäss eines mit den Bindungen verträglichen virtuellen Bewegungszustands, wie er in a.) eingeführt wurde. Insbesondere die Vorzeichen können je nach eingeführten Drehrichtungen variieren, müssen aber konsistent sein.

$$\begin{aligned}
P_{FG} &= \mp\sqrt{3}FL\widetilde{\omega} \\
P_{FJ} &= \pm FL\widetilde{\omega}\cos(30°) = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}FL\widetilde{\omega} \\
P_{SD} &= \mp S2L\widetilde{\omega}\cos(30°) = \mp\sqrt{3}SL\widetilde{\omega} \\
P_{SE} &= \mp SL\widetilde{\omega}\cos(30°) = \mp\frac{\sqrt{3}}{2}SL\widetilde{\omega}
\end{aligned}$$

c.)

Prinzip der virtuellen Leistungen:

$$\sum_i P_i = 0$$

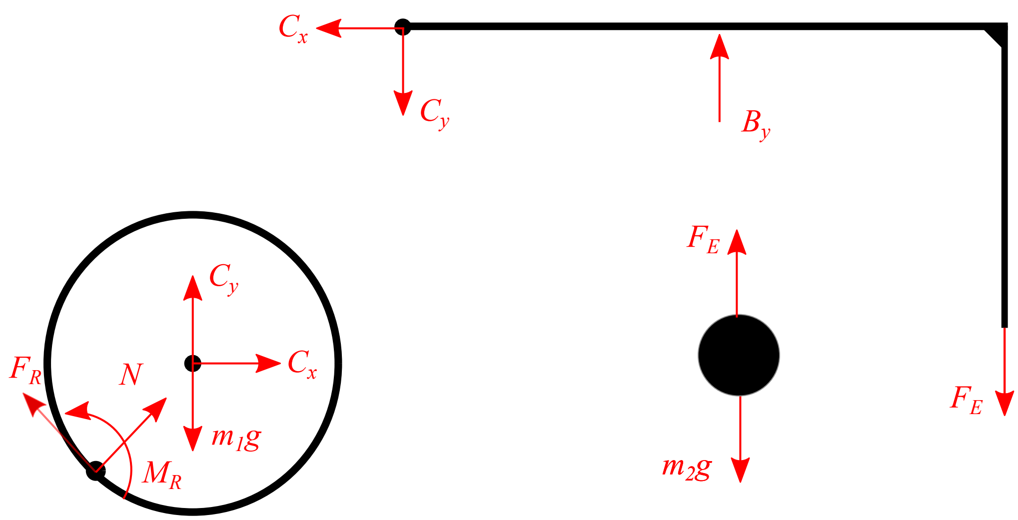
$$-\sqrt{3}FL\widetilde{\omega} + \frac{\sqrt{3}}{2}FL\widetilde{\omega} - \sqrt{3}SL\widetilde{\omega} - \frac{\sqrt{3}}{2}SL\widetilde{\omega} = 0$$

$$\Rightarrow S = -\frac{F}{3}$$

(Für $F > 0$): $S > 0 \Rightarrow$ Druckstab

Aufgabe 2

a.)



b.)

Punkte Masse:

$$F_E = m_2 g$$

System aus Balken, Komponenten- und Momentengleichgewicht:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{KB}(x): \quad C_x = 0 \\
&\mathrm{KB}(y): \quad B_y - m_2 g - C_y = 0 \\
&\mathrm{MB}(C, z): \quad L B_y - 2 L m_2 g = 0 \\
&\Rightarrow B_y = 2 m_2 g \\
&\Rightarrow C_y = m_2 g
\end{aligned}$$

Rolle:

$$\text{KB}(x): \quad C_x = \frac{\sqrt{2}}{2}N_A - \frac{\sqrt{2}}{2}F_R \tag{1}$$

$$\text{KB}(y): \quad C_y - m_1 g + \frac{\sqrt{2}}{2}N_A + \frac{\sqrt{2}}{2}F_R = 0 \tag{2}$$

$$\text{MB}(C,z): \quad \frac{L}{2}F_R + M_R = 0 \tag{3}$$

Aus 2:

$$N_A = F_R \tag{4}$$

Aus 2, 3, 4

$$N_A = \frac{(m_1 - m_2)g}{\sqrt{2}}$$

$$F_R = \frac{(m_1 - m_2)g}{\sqrt{2}}$$

$$M_R = \frac{L}{2}\frac{(m_1 - m_2)g}{\sqrt{2}}$$

c.)

Rolle hebt nicht ab für $N_A > 0$. $\Rightarrow m_1 > m_2$

d.)

Bedingung an Haftreibung: $|F_R| \leq \mu_0 |N_A|$.

Aus 4 folgt der kritische Wert:

$$\mu_0 = 1$$

e.)

Bedingung an Rollwiderstand $|M_R| \leq \mu_2 |N_A|$

Somit ist die minimale Länge:

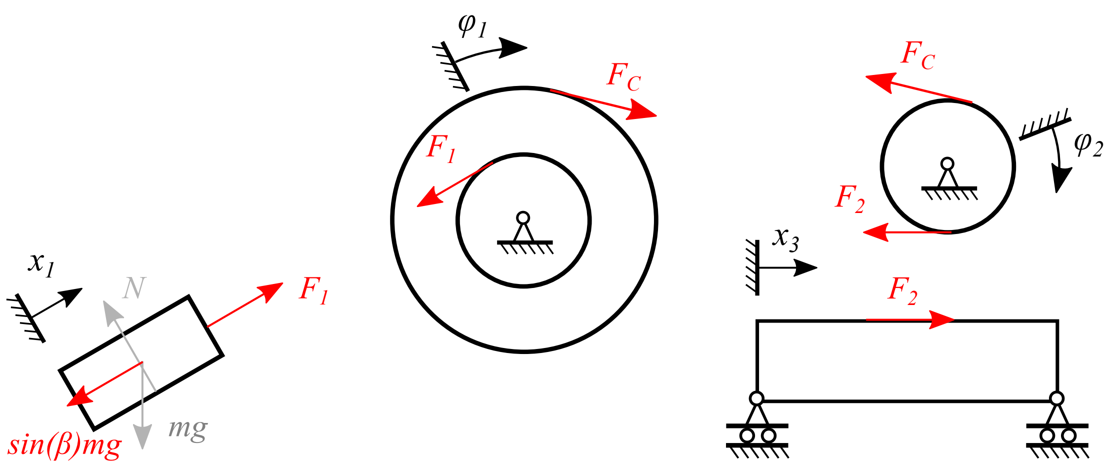
$$\mu_2 = L/2$$

Aufgabe 3

a.)

Das System hat 2 Freiheitsgrade.

b.)



Einen Punkt pro Bindung: , , , .

c.)

Quader A:

$$m\ddot{x}_1 = -\frac{1}{2}mg + F_1 \tag{1}$$

Stufenrolle C:

$$I_C\ddot{\varphi}_1 = -R_1F_1 + R_2F_k \tag{2}$$

$$\frac{4R^2m\ddot{\varphi}_1}{2} = -RF_1 + 2RF_k \tag{3}$$

$$2Rm\ddot{\varphi}_1 = -F_1 + 2F_k \tag{4}$$

Rolle D:

$$I_D\ddot{\varphi}_2 = -R_3F_k + R_3F_2 \tag{5}$$

$$\frac{R^2m}{2}\ddot{\varphi}_2 = -RF_k + RF_2 \tag{6}$$

$$\frac{Rm}{2}\ddot{\varphi}_2 = -F_k + F_2 \tag{7}$$

Quader B:

$$m\ddot{x}_3 = F_2 \tag{8}$$

d.)

$$\dot{x}_1 = R_1\dot{\varphi}_1 = R\dot{\varphi}_1 \tag{9}$$
$$\dot{x}_2 = R_2\dot{\varphi}_1 = 2R\dot{\varphi}_1 \tag{10}$$
$$\dot{x}_3 = -R_3\dot{\varphi}_2 = -R\dot{\varphi}_2 \tag{11}$$
$$2\dot{x}_1 = \dot{x}_2 \tag{12}$$

e.)

$$F_k = k(-x_2 + R_3\varphi_2) \tag{13}$$

Aus 11:

$$\varphi_2 = -\frac{x_3}{R} + \text{Const.} = -\frac{x_3}{R} \tag{14}$$

Aus 12:

$$x_2 = 2x_1 \tag{15}$$

Somit folgt die Federkraft:

$$F_k = k(-2x_1 - x_3) \tag{16}$$

f.)

Aus 1:

$$F_1 = m\ddot{x}_1 + \frac{1}{2}mg \tag{17}$$

9, 16, 17 in 4:

$$2Rm\ddot{\varphi}_1 = -(m\ddot{x}_1 + \frac{1}{2}mg) + 2k(-2x_1 - x_3) \tag{18}$$

$$2m\ddot{x}_1 = -(m\ddot{x}_1 + \frac{1}{2}mg) + 2k(-2x_1 - x_3) \tag{19}$$
$$3m\ddot{x}_1 + 4kx_1 + 2kx_3 = -\frac{1}{2}mg \tag{20}$$
$$\ddot{x}_1 + \frac{4k}{3m}x_1 + \frac{2k}{3m}x_3 = -\frac{1}{6}g \tag{21}$$

4, 11, 16 in 7

$$\frac{Rm}{2}\ddot{\varphi}_2 = -F_k + F_2 \tag{22}$$
$$\tag{23}$$

$$\frac{m}{2}\ddot{x}_3 = -k(2x_1 + x_3) - m\ddot{x}_3 \tag{24}$$
$$\frac{3m}{2}\ddot{x}_3 + 2kx_1 + kx_3 = 0 \tag{25}$$
$$\ddot{x}_3 + \frac{4k}{3m}x_1 + \frac{2k}{3m}x_3 = 0 \tag{26}$$

Aufgabe 4

a.)

Starrkörperformel für Geschwindigkeiten

$$\boldsymbol{v}_A = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{BA} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{r}_{BA} = \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Komponentenweise

$$\begin{aligned} v_{Ax} &= 0 + \omega_z a \qquad (3) \\ v &= 0 - \omega_z a \qquad (4) \\ 0 &= v_{Bz} - \omega_x a + \omega_y a \qquad (5) \end{aligned}$$

Aus 4

$$\omega_z = -\frac{v}{a} \tag{6}$$

Aus 3 und 6

$$v_{Ax} = -v \tag{7}$$

Reine Rotation, zweite Invariante ist Null: $\Rightarrow\ I_2 = 0$

$$\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{v}_A = 0 \tag{8}$$

$$\Rightarrow\ \omega_x = \omega_y \tag{9}$$

Aus 5 und 9

$$v_{Bz} = 0 \tag{10}$$

Aus der Aufgabenstellung $|\boldsymbol{\omega}| = \frac{v}{a}$

$$\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2 = \left(\frac{v}{a}\right)^2 \tag{11}$$

Aus 6, 9 und 11

$$\omega_x = \omega_y = 0 \tag{12}$$

b.)

$$\{\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\omega}\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -v/a \end{pmatrix} \right\} \tag{13}$$

c.)

Da $\boldsymbol{v}_B = \boldsymbol{0} \quad \Rightarrow \; B \in \mu$

$$\boldsymbol{r}_0 = \begin{pmatrix} a \\ a \\ b \end{pmatrix} \tag{14}$$

$\boldsymbol{e}_\omega$ in Richtung $\boldsymbol{\omega}$

$$\Rightarrow \boldsymbol{e}_\omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{15}$$