ETH Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IMES Institut für Mechanische Systeme

Technische Mechanik

Klausur II — 19. November 2013, 08:15 - 09:15

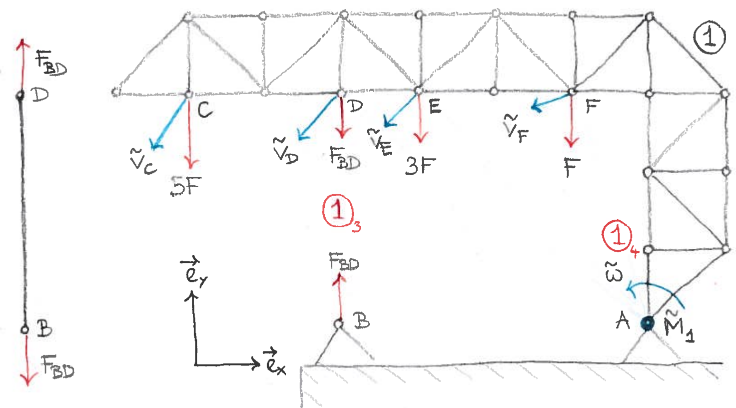
Dr. Stephan Kaufmann — **Musterlösung** — **Herbstsemester 2013**

Aufgabe 1 (20 Punkte)

a) • Nein, das System ist nicht kinematisch unbestimmt gelagert, da keine zulässigen momentanen Bewegungszustände möglich sind ($f=0$).

• Nein, das System ist nicht statisch unbestimmt gelagert, da Anzahl Lagerkräfte $\ngtr$ Anzahl linear unabhängiger Gleichgewichtsbedingungen

b) Partieller Freischnitt und virtueller Bewegungszustand



Bitte wenden!

Virtuelle Geschwindigkeiten

$$\tilde{\vec{v}}_C = \begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix} a\tilde{\omega}, \quad \tilde{\vec{v}}_D = \begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix} a\tilde{\omega}, \quad \tilde{\vec{v}}_E = \begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix} a\tilde{\omega}, \quad \tilde{\vec{v}}_F = \begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix} a\tilde{\omega}$$

Prinzip der virtuellen Leistung (PdvL)

$$0 \stackrel{!}{=} \tilde{\mathcal{P}} = \tilde{\vec{v}}_C \cdot \vec{F}_C + \tilde{\vec{v}}_D \cdot \vec{F}_D + \tilde{\vec{v}}_E \cdot \vec{F}_E + \tilde{\vec{v}}_F \cdot \vec{F}_F \qquad \forall \tilde{\vec{v}} \text{ zulässig}$$

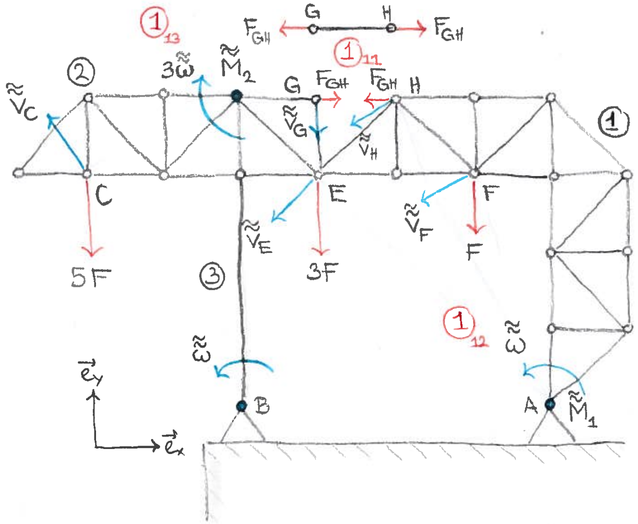
$$= a\tilde{\omega}\left[\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-5F\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-F_{BD}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-3F\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-F\end{pmatrix}\right] \quad \forall\tilde{\omega}$$

$$= a\tilde{\omega}\,(30F + 4F_{BD} + 9F + F) = 4a\tilde{\omega}\,(10F + F_{BD}) \quad \forall\tilde{\omega}$$

$$\Rightarrow \underline{F_{BD} = -10F}$$

c) Die Pendelstütze BD ist auf Druck beansprucht, da beim Freischneiden die Stabkraft F_{BD} als Zugkraft eingeführt wurde und $F_{BD} < 0$ resultiert.

d) Partieller Freischnitt und virtueller Bewegungszustand



Virtuelle Geschwindigkeiten

$$\tilde{\tilde{\vec v}}_C = \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}3a\tilde{\tilde{\omega}},\quad \tilde{\tilde{\vec v}}_E = \begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix}a\tilde{\tilde{\omega}},\quad \tilde{\tilde{\vec v}}_F = \begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}a\tilde{\tilde{\omega}},\quad \tilde{\tilde{\vec v}}_G = \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}3a\tilde{\tilde{\omega}},\quad \tilde{\tilde{\vec v}}_H = \begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}a\tilde{\tilde{\omega}}$$

①$_{14}^{k.r.}$ ①$_{15}^{k.r.}$ ①$_{16}^{k.r.}$

Prinzip der virtuellen Leistung (PdvL)

$$0 \overset{!}{=} \tilde{\tilde{\mathcal{P}}} = \tilde{\tilde{\vec v}}_C\cdot\vec F_C + \tilde{\tilde{\vec v}}_E\cdot\vec F_E + \tilde{\tilde{\vec v}}_F\cdot\vec F_F + \tilde{\tilde{\vec v}}_G\cdot\vec F_G + \tilde{\tilde{\vec v}}_H\cdot\vec F_H \qquad \forall\,\tilde{\tilde{\vec v}} \text{ zulässig}$$

$$= a\tilde{\tilde{\omega}}\left[\begin{pmatrix}-3\\6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-5F\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-3F\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-F\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}F_{GH}\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-F_{GH}\\0\end{pmatrix}\right] \quad ①_{17}^{k.r.} \quad \forall\,\tilde{\tilde{\omega}}$$

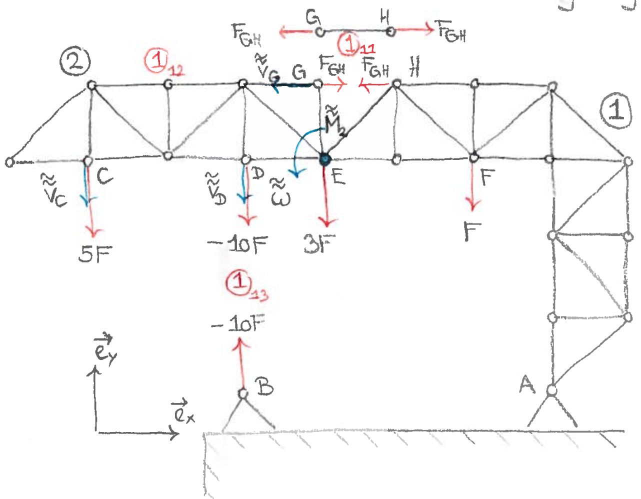
$$= a\tilde{\tilde{\omega}}(-30F + 9F + F + 4F_{GH}) = 4a\tilde{\tilde{\omega}}(F_{GH} - 5F) \quad \forall\,\tilde{\tilde{\omega}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F_{GH} = 5F}} \quad ①_{18}^{a.r.}$$

e) Der Stab GH ist auf Zug ①$_{19}$ beansprucht, da beim Freischneiden die Stabkraft F_{GH} als Zugkraft eingeführt wurde und $F_{GH} > 0$ resultiert. ①$_{20}$

Alternativer Lösungsweg für d)

Partieller Freischnitt und virtueller Bewegungszustand



Virtuelle Geschwindigkeiten

$$\tilde{\tilde{\vec v}}_C = \begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}a\tilde{\tilde{\omega}},\quad \tilde{\tilde{\vec v}}_D = \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}a\tilde{\tilde{\omega}},\quad \tilde{\tilde{\vec v}}_G = \begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}a\tilde{\tilde{\omega}}$$

①$_{14}^{k.r.}$ ①$_{15}^{k.r.}$ ①$_{16}^{k.r.}$

Prinzip der virtuellen Leistung (PdvL)

$$0 \overset{!}{=} \tilde{\tilde{\mathcal{P}}} = \tilde{\tilde{\vec v}}_C\cdot\vec F_C + \tilde{\tilde{\vec v}}_D\cdot\vec F_D + \tilde{\tilde{\vec v}}_G\cdot\vec F_G \qquad \forall\,\tilde{\tilde{\vec v}} \text{ zulässig}$$

$$= a\tilde{\tilde{\omega}}\left[\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-5F\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\10F\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}F_{GH}\\0\end{pmatrix}\right] ①_{17}^{k.r.} \;\forall\,\tilde{\tilde{\omega}}$$

$$= a\tilde{\tilde{\omega}}(15F - 10F - F_{GH}) = a\tilde{\tilde{\omega}}(5F - F_{GH}) \quad \forall\,\tilde{\tilde{\omega}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F_{GH} = 5F}} \quad ①_{18}^{a.r.}$$

Punkteschlüssel zu Aufgabe 1

$1_{1}^{a.r.}$ Kinematische Unbestimmtheit absolut richtig angegeben.

$1_{2}^{a.r.}$ Statische Unbestimmtheit absolut richtig angegeben.

1_{3} Pendelstütze BD freigeschnitten und Schnittkraft F_{BD} eingeführt.

1_{4} Virtueller Bewegungszustand so gewählt, dass Stabkraft F_{DB} bestimmbar

$1_{5}^{k.r.}$, $1_{6}^{k.r.}$ Notwendige virtuelle Geschwindigkeiten konsequent richtig zum gewählten Bewegungszustand angegeben. Pro Fehler 1 Punkt Abzug.

$1_{7}^{k.r.}$ Prinzip der virtuellen Leistung (PdvL) konsequent richtig zu den virtuellen Geschwindigkeiten eingesetzt.

$1_{8}^{a.r.}$ Stabkraft F_{DB} absolut richtig angegeben.

$1_{9}^{a.r.}$ Belastungsart (Zug/Druck) absolut richtig angegeben.

$1_{10}^{k.r.}$ Begründung konsequent richtig zur Belastungsart angegeben.

1_{11} Stab GH freigeschnitten und Stabkraft F_{GH} eingeführt.

1_{12} Virtueller Bewegungszustand so gewählt, dass Stabkraft F_{GH} bestimmbar

$1_{13}^{a.r.}$ Momentanzentrum $\tilde{\tilde{M}}_2$ und Rotationsschnelligkeit $3\tilde{\tilde{\omega}}$ absolut richtig angegeben <u>oder</u> F_{DB} berücksichtigt.

$1_{14}^{k.r.}$, $1_{15}^{k.r.}$, $1_{16}^{k.r.}$ Notwendige virtuelle Geschwindigkeiten konsequent richtig zum gewählten Bewegungszustand angegeben. Pro Fehler 1 Punkt Abzug.

$1_{17}^{k.r.}$ Prinzip der virtuellen Leistung (PdvL) konsequent richtig zu den virtuellen Geschwindigkeiten eingesetzt.

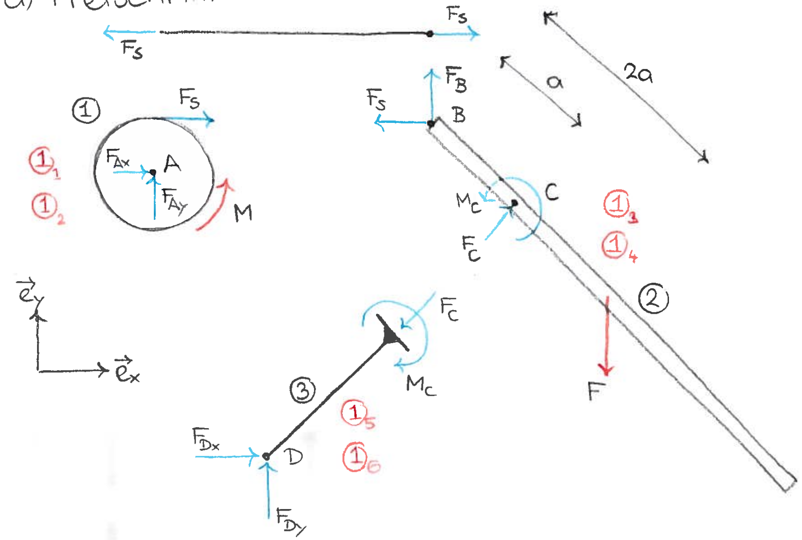
$1_{18}^{a.r.}$ Stabkraft F_{GH} absolut richtig angegeben.

$1_{19}^{k.r.}$ Belastungsart (Zug/Druck) konsequent richtig zur Stabkraft F_{GH} angegeben.

$1_{20}^{k.r.}$ Begründung konsequent richtig zur Belastungsart angegeben.

Aufgabe 2 (20 Punkte)

a) Freischnitt



b) Gleichgewichtsbedingungen

① $\rightarrow$: $0 = F_{Ax} + F_S$ (1)

$\uparrow$: $0 = F_{Ay}$ (2)

$\curvearrowleft A$: $0 = M - \frac{a}{2} F_S$ (3)

② $\rightarrow$: $0 = -F_S + \frac{\sqrt{2}}{2} F_C$ (4)

$\uparrow$: $0 = F_B + \frac{\sqrt{2}}{2} F_C - F$ (5)

$\curvearrowleft B$: $0 = aF_C - \sqrt{2}aF + M_C$ (6)

③ $\rightarrow$: $0 = F_{Dx} - \frac{\sqrt{2}}{2} F_C$ (7)

$\uparrow$: $0 = F_{Dy} - \frac{\sqrt{2}}{2} F_C$ (8)

$\curvearrowleft D$: $0 = -M_C$ (9)

c) Ja, das System ist kinematisch unbestimmt, da sich der Mechanismus bewegen lässt ($f=1$)

d) Nein, das System ist nicht statisch unbestimmt, da Anzahl Unbekannte (8 Zwangskräfte + 1 äusseres Moment) $\ngtr$ Anzahl linear unabhängiger Gleichgewichtsbedingungen (9 Gleichungen)

e) Auflösen

(2) $\Rightarrow$ $F_{Ay} = 0$

(9) $\Rightarrow$ $M_C = 0$ (10)

(6) $\Rightarrow$ $F_C = \sqrt{2}F - \frac{M_C}{a} \overset{(10)}{=} \sqrt{2}F$ (11)

(4) $\Rightarrow$ $F_S = \frac{\sqrt{2}}{2} F_C \overset{(11)}{=} F$ (12)

(5) $\Rightarrow$ $F_B = F - \frac{\sqrt{2}}{2} F_C \overset{(11)}{=} 0$

(7) $\Rightarrow$ $F_{Dx} = \frac{\sqrt{2}}{2} F_C \overset{(11)}{=} F$

(8) $\Rightarrow$ $F_{Dy} = \frac{\sqrt{2}}{2} F_C \overset{(11)}{=} F$

(1) $\Rightarrow$ $F_{Ax} = -F_S \overset{(12)}{=} -F$

(3) $\Rightarrow$ $M = \frac{a}{2} F_S = \frac{a}{2} F$

Punkteschlüssel zu Aufgabe 2

1_{1}, 1_{2} Winde freigeschnitten sowie Lagerkräfte F_{Ax}, F_{Ay}, F_S und eingeprägtes Moment eingezeichnet. Pro Fehler 1 Punkt Abzug.

1_{3}, 1_{4} Garagentor freigeschnitten sowie Lagerkräfte F_S, F_{By}, F_C, M_C und eingeprägte Kraft F eingezeichnet. Pro Fehler 1 Punkt Abzug.

1_{5}, 1_{6} Hebel freigeschnitten sowie Lagerkräfte F_C, M_C, F_{Dx}, F_{Dy} eingezeichnet. Pro Fehler 1 Punkt Abzug.

$1_{7}^{k.r.}$, $1_{8}^{k.r.}$ Gleichgewichtsbedingungen für Winde konsequent richtig zu Freischnitt aufgestellt. Pro Fehler 1 Punkt Abzug.

$1_{9}^{k.r.}$, $1_{10}^{k.r.}$ Gleichgewichtsbedingungen für Garagentor konsequent richtig zu Freischnitt aufgestellt. Pro Fehler 1 Punkt Abzug.

$1_{11}^{k.r.}$, $1_{12}^{k.r.}$ Gleichgewichtsbedingungen für Hebel konsequent richtig zu Freischnitt aufgestellt. Pro Fehler 1 Punkt Abzug

$1_{13}^{a.r.}$ Kinematische Unbestimmtheit absolut richtig angegeben.

1_{14} Korrekte Begründung angegeben.

$1_{15}^{a.r.}$ Statische Unbestimmtheit absolut richtig angegeben.

1_{16} Korrekte Begründung angegeben.

$1_{17}^{a.r.}$, $1_{18}^{a.r.}$, $1_{19}^{a.r.}$, $1_{20}^{a.r.}$ Lagerkräfte F_{Ax}, F_{Ay}, F_S, F_C, M_C, F_{Dx}, F_{Dy} und Betrag des Kräftepaars M absolut richtig angegeben. Pro Fehler 1 Punkt Abzug.