ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IMES
Institut für Mechanische Systeme

Technische Mechanik

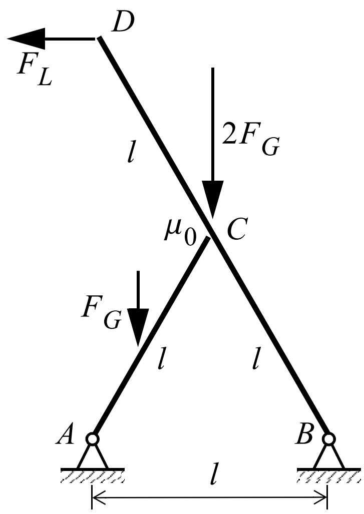
Basisprüfung 6. August 2015, 15:00–17:00

Dr. Stephan Kaufmann **Sommer 2015**

Name:	Vorname:	ETH-Nummer:	Studiengang: D–

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Punkte	Punkte	Note
1. Korrektur							
Assistent							
2. Korrektur							
Assistent							

Aufgabe 1 (17 Punkte)

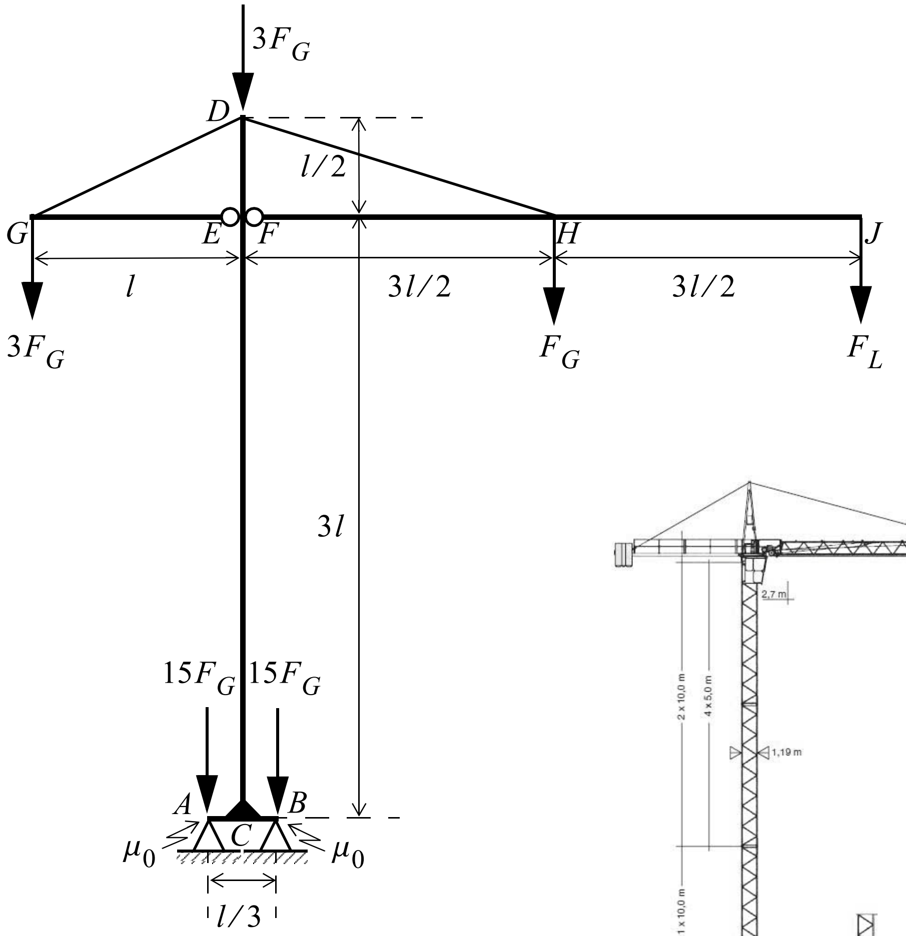


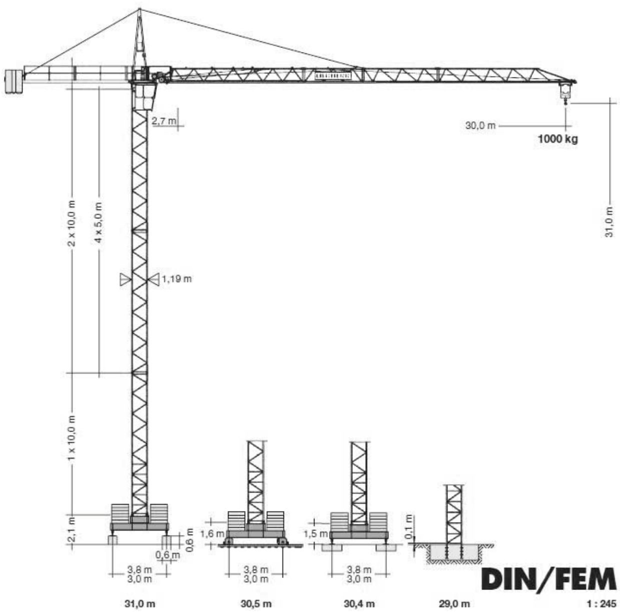
Zwei homogene Balken (Länge l, Gewicht F_G bzw. Länge $2l$, Gewicht $2F_G$) sind wie skizziert als ebenes System modelliert und in Ruhe. Die Gelenke in A und B sind reibungsfrei, im Auflager in C herrscht Haftreibung zwischen den Balken. Zusätzlich zu den Gewichtskräften greift in D die horizontale Kraft F_L an, welche in beiden Richtungen wirken kann ($F_L \gtrless 0$).

a) Die Reibung in C sei in dieser ersten Betrachtung ideal rau modelliert ($\mu_0 \to \infty$, $\mu_2 = 0$). Bestimmen Sie die Normalkraft zwischen den Balken in C und daraus Bedingungen an F_L (bei gegebenem F_G), damit das System in Ruhe sein kann. *[7 Punkte]*

b) Nun sei der Haftreibungskoeffizient in C gegeben durch $\mu_0 = \sqrt{3}/4$ (weiterhin: $\mu_2 = 0$). Berechnen Sie Bedingungen an F_L (bei gegebenem F_G), damit das System in Ruhe sein kann. *[10 Punkte]*

***Aufgabe 2** (18 Punkte)*





Der Turmdrehkran LC 30 wird wie skizziert als ebenes System aus vertikalen und horizontalen starren Körpern und masselosen Seilen modelliert. Das Turmstück CD (Länge $7l/2$) ist mit dem Bodenstück AB mittig in C starr verbunden (Gesamtgewicht von Turm und Bodenstück: $3F_G$). Das Bodenstück liegt in A und B (Abstand $l/3$) auf (Haftreibungskoeffizient μ_0) und ist in diesen Punkten mit Gewichten von je $15F_G$ belastet. Der Ausleger FJ (Länge $3l$, Gewicht F_G in H) ist in F reibungsfrei gelenkig und durch ein Seil HD am Turm befestigt. Der Gegenausleger EG (Länge l, Gewicht $3F_G$ in G) ist in E reibungsfrei gelenkig und mit dem Seil GD am Turm befestigt. Die Belastung besteht aus den gegebenen Gewichtskräften und der Lastkraft F_L in J, alle sind vertikal nach unten gerichtet.

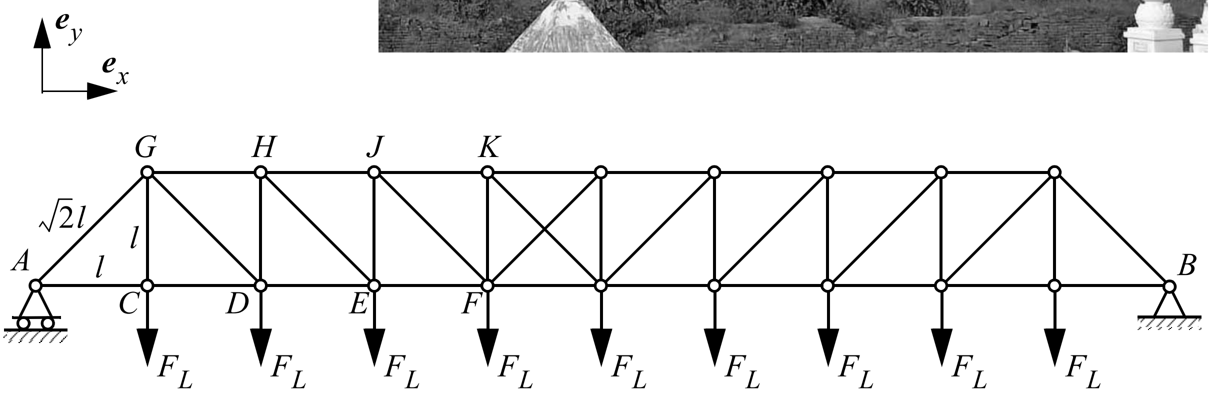
a) Ist das System statisch unbestimmt? Begründen Sie Ihre Antwort! *[2 Punkte]*

b) Bestimmen Sie die Normalkräfte auf das Bodenstück in A und B und daraus das maximale F_L für Ruhe. *[7 Punkte]*

c) Bestimmen Sie die Seilkraft in GD und die Gelenkkraft in E. *[4 Punkte]*

d) Bestimmen Sie die Seilkraft in HD und die Gelenkkraft in F. *[5 Punkte]*

Aufgabe 3 *(21 Punkte)*



Ein Tragelement der Inwa-Brücke über den Ayeyarwaddy wird wie skizziert als ideales, ebenes Fachwerk mit Stäben der Länge l bzw. $\sqrt{2}l$ modelliert. Der zu diskutierende Lastfall berücksichtigt die skizzierten 9 gleich grossen vertikalen Kräfte F_L ($F_L > 0$).

a) Ist dieses System statisch unbestimmt? Begründen Sie Ihre Antwort! *[1 Punkt]*

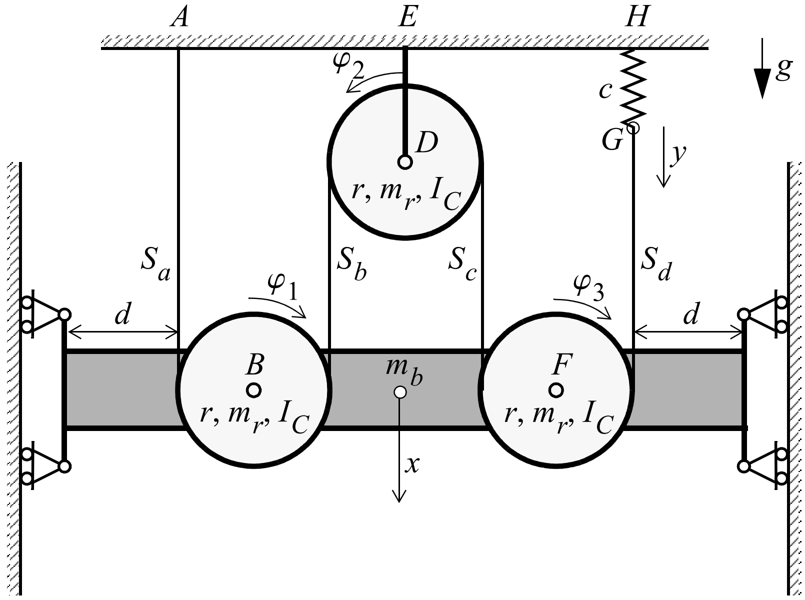
Verwenden Sie zur Lösung der folgenden Aufgaben das Prinzip der virtuellen Leistungen, indem Sie einen Stab entfernen und die zulässige Bewegung des so entstandenen Mechanismus bestimmen. Zeichnen Sie alle Momentanzentren und Rotationsschnelligkeiten sowie die relevanten Geschwindigkeiten im Skizzenblatt ein, entweder komponentenweise oder mit eindeutig angegebenen Richtungen und Winkeln.

b) Bestimmen Sie die Stabkraft in CG. Ist es eine Zug- oder eine Druckkraft? *[5 Punkte]*

c) Bestimmen Sie die Stabkraft in AG. Ist es eine Zug- oder eine Druckkraft? *[6 Punkte]*

d) Bestimmen Sie die Stabkraft in FJ. Ist es eine Zug- oder eine Druckkraft? *[9 Punkte]*

***Aufgabe 4** (22 Punkte)*



Wir betrachten ein eben modelliertes System, bestehend aus einem homogenen Balken (Masse m_b) und drei gleichen Rollen (Radius r, Masse m_r, Massenträgheitsmoment bez. Mittelpunkt I_C). Der Balken wird mit masselos modellierten Parallelführungen links und rechts zu einer reinen Translationsbewegung in x-Richtung gezwungen. In B und F sind auf gleicher Höhe zwei der Rollen drehbar mit dem Balken verbunden. Die dritte Rolle ist in D drehbar mit einem starren Balken verbunden, welcher in E in der Decke eingespannt ist. Ein Seil ist in A an der Decke befestigt. Es führt, wie skizziert, über die drei Rollen und ist an die Feder GH (Federkonstante c) geheftet. Die Feder ist in H an der Decke fixiert. Die Feder und die Seilstücke zwischen den Rollen bzw. Befestigungen sind immer vertikal. Es wirkt die Gravitationskraft (Erdbeschleunigung g in x-Richtung). Das System wird aus der skizzierten Anfangslage mit ungespannter Feder losgelassen. Wir betrachten die erste Phase, wo sich der Balken in positiver x-Richtung bewegt und interessieren und für die Bewegungsdifferentialgleichungen, die Seilkräfte S_d, S_c, S_b, S_a und die Gelenkkräfte in B, D, F.

Weitere Annahmen: Seil masselos, undehnbar und immer gespannt; Kontakte zwischen Seil und Rollen ohne Schlupf, alle anderen Reibungen vernachlässigbar.

a) Bestimmen Sie den Freiheitsgrad des Systems. *[1 Punkt]*

b) Schneiden Sie den Balken, die drei Rollen und die Feder frei und führen Sie alle relevanten Kräfte ein. *[4 Punkte]*

c) Ist der Balken statisch unbestimmt gelagert? Falls ja: wievielfach? *[1 Punkt]*

d) Stellen Sie die relevanten Gleichungen für den Balken und die Rollen in Richtung der in der obigen Skizze eingezeichneten inertialen Koordinaten auf. Verwenden Sie dabei die im Freischnitt eingeführten Kräfte. Formulieren Sie das Kraftgesetz der Feder in Abhängigkeit von der Koordinate y. *[8 Punkte]*

e) Formulieren Sie die kinematischen Relationen und drücken Sie $\dot{\varphi}_1$, $\dot{\varphi}_2$, $\dot{\varphi}_3$ und $\dot{y}$ durch $\dot{x}$ aus. *[5 Punkte]*

f) *Bonusaufgabe*: Drücken Sie die Seilkräfte S_d, S_c, S_b, S_a und die Gelenkkräfte in B, D, F durch x und $\ddot{x}$ aus. Ermitteln Sie die Bewegungsdifferentialgleichung in x, $\ddot{x}$ und den gegebenen Konstanten. *[3 Punkte]*
Tipp: Bestimmen Sie die Kräfte in der gegebenen Reihenfolge.