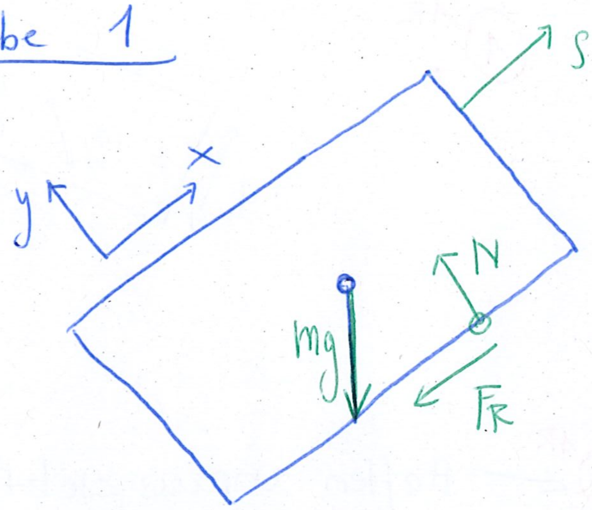
Technische Mechanik Klausur III

Musterlösung

Aufgabe 1

a.)



Angriffspunkt von N noch nicht definiert

1^{AR}_1, 1^{AR}_2 falls alles richtig.

Pro Fehler -1, min 0 Pkt.

b.)

$$S = \sin(\beta)mg = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

$$KB(x): \quad S - F_R - \sin(\alpha)mg = 0$$

$$KB(y): \quad N - \cos(\alpha)mg = 0$$

$$\underline{\underline{N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg}} \qquad 1^{AR}_3$$

$$\underline{\underline{F_R = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)mg}} \qquad 1^{AR}_4$$

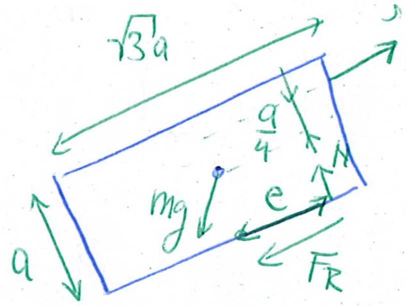
c.)

$$\mu_0 |N| \geq |F_R| \qquad 1^{AR}_5$$

$$\mu_0 \frac{\sqrt{3}}{2}mg \geq \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)mg$$

$$\underline{\underline{\mu_0 \geq \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}}} \qquad 1_6$$

d.) Für Kippen: Momentengleichgewicht (bzgl. Mittelpunkt)



$$e N - \frac{a}{4} S - \frac{a}{2} F_R = 0 \quad 1^{AR}_{7}$$

$$N = \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{2} m_2 g$$

$$F_R = \frac{\sqrt{3}}{2} m_2 g - \frac{1}{2} m_1 g \quad 1^{AR}_{8} \leftarrow \text{Haften vorausgesetzt}$$

Kritischer Fall: $e = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad 1^{AR}_{9}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} a \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g - \frac{a}{4} \frac{\sqrt{3}}{2} m_2 g - \frac{a}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} m_2 g - \frac{1}{2} m_1 g \right) = 0 \quad 1^{AR}_{10}$$

$$3 m_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} m_2 - \sqrt{3} m_2 + m_1 = 0$$

$$4 m_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} m_2$$

$$\underline{\underline{m_2 \leq \frac{\sqrt{3}\, 8}{9} m_1}} \quad 1^{AR}_{11} \quad 1^{AR}_{12}$$

Beide Punkte für richtige Ungleichung. (-1) falls nur Gleichung steht.

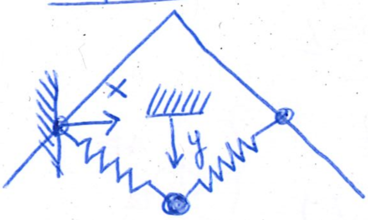
Aufgabe 2

a.) Das System hat <u>zwei</u> Freiheitsgrade 1^{AR}_{1}

(Bewegung eines Punktes in der Ebene.)

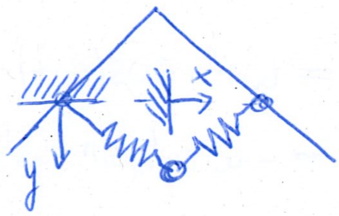
b.) z.B.

<u>Option 1</u>



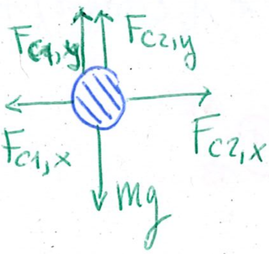
oder

<u>Option 2</u>



oder...

c.)



1^{ARGZ}_{3} 1^{ARGZ}_{4}

Beide Punkte falls alles richtig.

-1 pro Fehler, min. 0 Pkt.

d.) <u>Federkräfte gemäss Option 1</u>

$$\left.\begin{aligned} F_{c1,x} &= c_1 x \\ F_{c1,y} &= c_1 y \end{aligned}\right\} 1^{ARGZ}_{5}$$

$$\left.\begin{aligned} F_{c2,x} &= (\sqrt{2}L - x)\, c_2 \\ F_{c2,y} &= c_2 y \end{aligned}\right\} 1^{ARGZ}_{6}$$

$$m\ddot{x}(t) = -c_1 x + c_2(\sqrt{2}L - x) \qquad 1^{ARGZ}_{7}$$

$$m\ddot{y}(t) = -c_1 y - c_2 y + mg \qquad 1^{ARGZ}_{8}$$

e.) $\ddot{y}(t) = 0$

$$0 = -2cy + mg \quad 1^{AR}_{9} \quad \Rightarrow \quad \underline{y = \frac{mg}{2c}} \quad 1^{AR}_{10}$$

f.)

$$\ddot{x}(t) + \frac{2c}{m} x(t) = \frac{\sqrt{2}c}{m} L \quad 1^{AR}_{11}$$

$$x(t) = A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t) + \frac{\sqrt{2}}{2} L$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \omega A_1 \cos(\omega t) - \omega A_2 \sin(\omega t) \\ \ddot{x}(t) &= -\omega^2 A_1 \sin(\omega t) - \omega^2 A_2 \cos(\omega t) \end{aligned}\right\} 1^{AR}_{12}$$

$$-\omega^2 \left(A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t)\right) + \frac{2c}{m}\left(A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t) + \frac{\sqrt{2}}{2} L\right) = \frac{\sqrt{2}c}{m} L$$

$$\omega^2 = \frac{2c}{m} \quad \Rightarrow \quad \underline{\omega = \sqrt{\frac{2c}{m}}} \quad 1^{AR}_{13}$$

$$x(0) = \frac{\sqrt{2}L}{4} = A_1 \sin(0) + A_2 \cos(0) + \frac{\sqrt{2}}{2} L = A_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} L$$

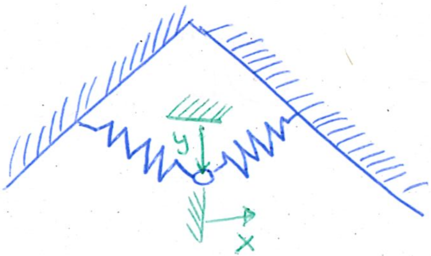
$$\underline{A_2 = -\frac{\sqrt{2}}{4} L} \quad 1^{AR}_{14}$$

$$\dot{x}(0) = 0 = \omega A_1 \cos(0) - \omega A_2 \sin(0) = \omega A_1$$

$$\underline{A_1 = 0} \quad 1^{AR}_{15}$$

$\Rightarrow$ Für andere Lagekoordinaten bitte wenden!

d.) Federkraft gemäss Option 2



$$\left.\begin{aligned} F_{c1,x} &= c_1 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} L + x \right) \\ F_{c1,y} &= c_1 y \end{aligned}\right\} \quad 1^{ARGZ}_{5}$$

$$\left.\begin{aligned} F_{c2,x} &= c_2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} L - x \right) \\ F_{c2,y} &= c_2 y \end{aligned}\right\} \quad 1^{ARGZ}_{6}$$

$$m\ddot{x}(t) = -c_1\left(\frac{\sqrt{2}}{2}L + x\right) + c_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}L - x\right) \quad 1^{ARGZ}_{7}$$

$$m\ddot{y}(t) = -c_1 y - c_2 y + mg \quad 1^{ARGZ}_{8}$$

e.) $\ddot{y}(t) = 0$

$$0 = -2cy + mg \quad 1^{AR}_{9} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{y = \frac{mg}{2c}}} \quad 1^{AR}_{10}$$

f.) $$\ddot{x}(t) + \frac{2c}{m} x(t) = 0 \quad 1^{ARGZ}_{11}$$

Ansatz gemäss Prüfung

$$x(t) = A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t) + \frac{\sqrt{2}}{2} L$$

Ansatz fürs homogene Problem

$$x(t) = A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t)$$

$$\left.\begin{aligned} \Rightarrow \dot{x}(t) &= \omega A_1 \cos(\omega t) - \omega A_2 \sin(\omega t) \\ \Rightarrow \ddot{x}(t) &= -\omega^2 A_1 \sin(\omega t) - \omega^2 A_2 \cos(\omega t) \end{aligned}\right\} \quad 1^{AR}_{12}$$

Ansatz aus Prüfung:

$$A_2 = -\frac{\sqrt{2}}{4} L \quad 1^{AR}_{14}$$

$$A_1 = 0 \quad 1^{AR}_{15}$$

Ansatz homogenes Problem:

$$A_2 = \frac{\sqrt{2}}{4} L \quad 1^{AR}_{14}$$

$$A_1 = 0 \quad 1^{AR}_{15}$$

Kreisfrequenz

$$\omega^2 = \frac{2c}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2c}{m}} \quad 1^{AR}_{13}$$

Wurde der Ansatz aus der Prüfung fürs homogene Problem für Koordinatenoption 2 verwendet und aus der Rechnung ergab sich ein falsches Resultat, werden die Punkte trotzdem vergeben. 1^{KR}_{13}

Folgefehler für 1_{14}, 1_{15} werden berücksichtigt.