Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IMES Institut für Mechanische Systeme

Technische Mechanik

Klausur II — 17. November 2015, 17^{15} - 18^{15}

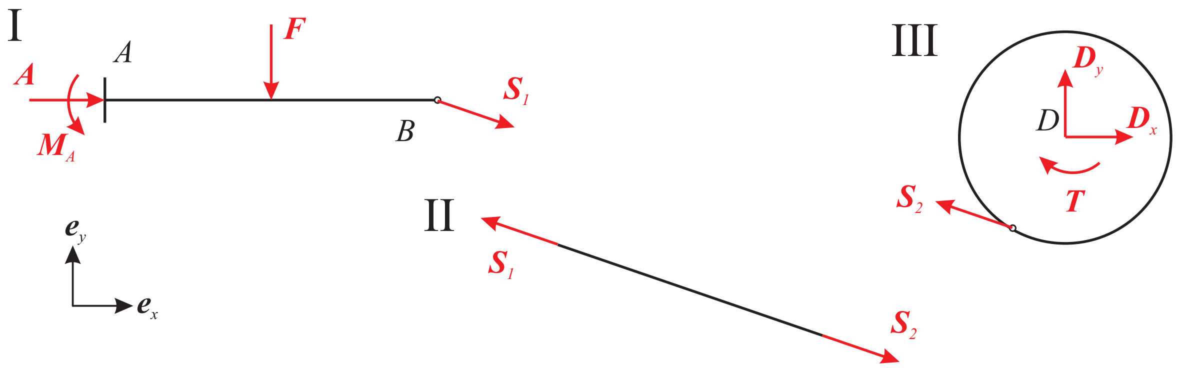
Dr. Stephan Kaufmann — **Musterlösung** — **Herbstsemester 2015**

Aufgabe 1 (20 Punkte)

a) **Nein**, das System ist ***nicht** statisch unbestimmt*, denn es gibt sogar weniger unbekannte Lagerreaktionen als linear unabhängige Gleichungen. 1^{AR}_{1}

Ja, das System ist *kinematisch unbestimmt*, da es einen zulässigen momentanen Bewegungszustand gibt ($f = 1$). 1^{AR}_{2}

b) Freischnittskizze:



1^{AR}_{3} 1^{AR}_{4} 1^{AR}_{5} 1^{AR}_{6}

Die Richtung des Stabes in Komponentenschreibweise:

$$\boldsymbol{e}_S = \frac{1}{2\sqrt{7}}\begin{bmatrix} \pm 5 \\ \mp\sqrt{3} \end{bmatrix}.$$

c) Aufstellen der Gleichgewichtsgleichungen:

System II:

Da am Stab keine äusseren Kräfte angreifen ergibt sich nur eine nicht triviale Komponentenbedingung in Stabrichtung: $S = S_1 = S_2$. 1^{KR}_{7}

System I:

KB(x): $$0 = A + \frac{5}{2\sqrt{7}}S \qquad (1)$$ 1^{KR}_{8}

KB(y): $$0 = F + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}S \qquad (2)$$ 1^{KR}_{9}

$$\text{MB(B},z\text{):} \quad 0 = M_A + \frac{a}{2}F \qquad (3) \qquad 1^{\mathrm{KR}}_{10}$$

System III:

$$\text{KB(}x\text{):} \quad 0 = D_x - \frac{5}{2\sqrt{7}}S \qquad (4) \qquad 1^{\mathrm{KR}}_{11}$$

$$\text{KB(}y\text{):} \quad 0 = D_y + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}S \qquad (5) \qquad 1^{\mathrm{KR}}_{12}$$

$$\text{MB(C,z):} \quad 0 = T + \frac{\sqrt{3}r}{2}D_x - \frac{r}{2}D_y \qquad (6) \qquad 1^{\mathrm{KR}}_{13}$$

Auflösen des linearen Gleichungssystems:

$$(2): \quad S = -\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}F$$

$$(1): \quad A = \frac{5}{\sqrt{3}}F \qquad 1^{\mathrm{AR}}_{14} \quad 1^{\mathrm{AR}}_{15}$$

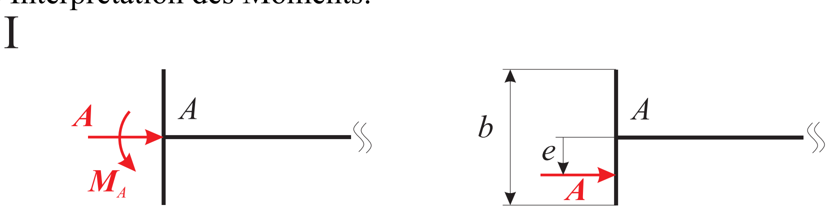
$$(3): \quad M_A = -\frac{a}{2}F \qquad 1^{\mathrm{AR}}_{16} \quad 1^{\mathrm{AR}}_{17}$$

$$(4): \quad D_x = -\frac{5}{\sqrt{3}}F$$

$$(5): \quad D_y = F$$

$$(6): \quad T = \frac{r}{2}(F + 5F) = 3rF$$

d) Geometrische Interpretation des Moments:



1^{AR}_{18}

Aus der statischen Äquivalenz folgt $M_A = eA$ und damit ist:

$$e = \frac{M_A}{A} = -\frac{\sqrt{3}}{10}a.$$

Damit die Parallelführung nicht kippt, muss $|e| < \frac{b}{2}$ gelten. 1^{KR}_{19}

$$b > \frac{\sqrt{3}}{5}a \qquad 1^{\mathrm{AR}}_{20}$$

Punkteschlüssel

Pt		Bedingung
1	*AR*	Statische Bestimmtheit richtig, inkl. Begründung.
2	*AR*	Kinematische Bestimmtheit richtig, inkl. Begründung.
3	*AR*	Freischnittskizze: 1 Punkt Abzug pro Fehler.
4	*AR*	
5	*AR*	
6	*AR*	
7	*KR*	Stabkraft
8	*KR*	Balken: KB(x)
9	*KR*	Balken: KB(y)
10	*KR*	Balken: MB
11	*KR*	Antriebsrad: KB(x)
12	*KR*	Antriebsrad: KB(y)
13	*KR*	Antriebsrad: MB
14	*AR*	Endergebnisse: 1 Punkt Abzug pro falschem Ergebnis.
15	*AR*	
16	*AR*	
17	*AR*	
18	*AR*	Exzentrizität e der Normalkraft A eingeführt.
19	*KR*	Bedingung richtig aufgestellt (inkl. e in Abhängigkeit von A und M_A berechnet).
20	*AR*	Endergebnis

AR: Absolut Richtig
KR: Konsequent Richtig

ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IMES
Institut für Mechanische Systeme

Technische Mechanik

Klausur II **17. November 2015, 17^{15} - 18^{15}**

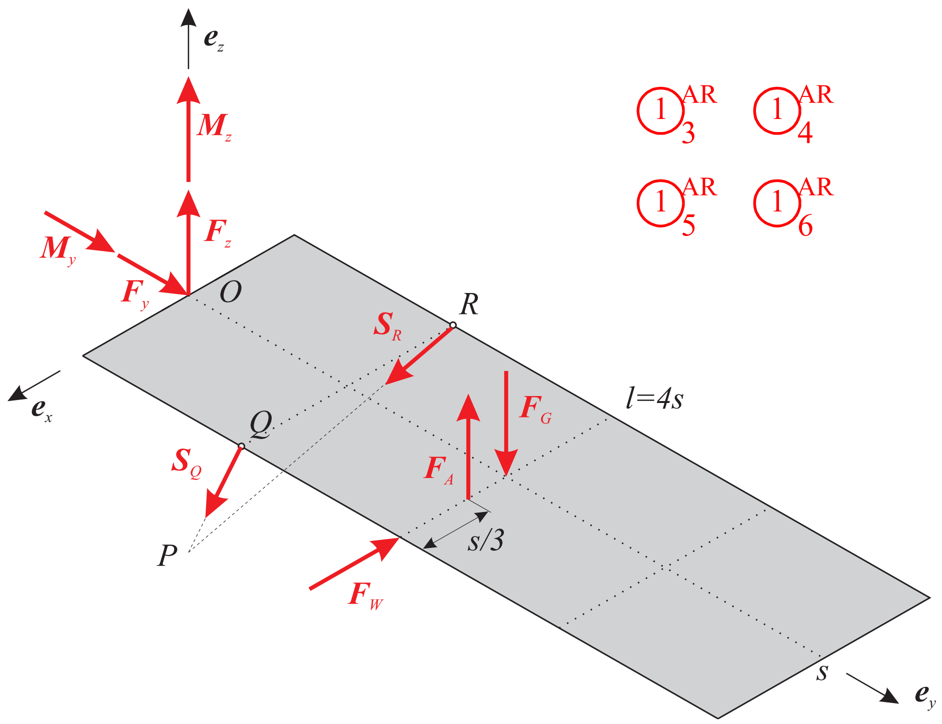
Dr. Stephan Kaufmann **Musterlösung** **Herbstsemester 2015**

Aufgabe 2 (20 Punkte)

a) **Nein**, die Tragfläche ist ***nicht*** *statisch unbestimmt* gelagert, denn es gibt gleich viele unbekannte Lagerreaktionen wie linear unabhängige Gleichungen (je 6 Stück). 1^{AR}_{1}

Nein, die Tragfläche ist ***nicht*** *kinematisch unbestimmt* gelagert, da keine zulässigen momentanen Bewegungszustände möglich sind ($f = 0$). 1^{AR}_{2}

b) Freischnittskizze:



Die Stabkräfte in Komponentenschreibweise sind:

$$\boldsymbol{S}_Q = \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \frac{2}{3} S_Q = \begin{bmatrix} -1/3 \\ -2/3 \\ -2/3 \end{bmatrix} S_Q, \ \boldsymbol{S}_R = \begin{bmatrix} 1/3 \\ -2/3 \\ -2/3 \end{bmatrix} S_R .$$

c) Aufstellen der Gleichgewichtsgleichungen:

$$\text{KB}(x): \quad 0 = \frac{1}{3}S_R - \frac{1}{3}S_Q - F_W \qquad (1) \qquad 1^{KR}_{7}$$

$$\text{KB}(y): \quad 0 = F_y - \frac{2}{3}S_R - \frac{2}{3}S_Q \qquad (2) \qquad 1^{KR}_{8}$$

$$\text{KB}(z): \quad 0 = F_z - \frac{2}{3}S_R - \frac{2}{3}S_Q + F_A - F_G \qquad (3) \qquad 1^{KR}_{9}$$

$$\text{MB}(P,x): \quad 0 = 2sF_A - 2sF_G - sF_y \qquad (4) \qquad 1^{KR}_{10}$$

$$\text{MB}(P,y): \quad 0 = M_y - \frac{s}{6}F_A - sF_W \qquad (5) \qquad 1^{KR}_{11}$$

$$\text{MB}(P,z): \quad 0 = M_Z + 2sF_W \qquad (6) \qquad 1^{KR}_{12}$$

Auflösen des linearen Gleichungssystems:

$$(6): \quad M_z = -2sF_W \qquad 1^{AR}_{13}$$

$$(5): \quad M_y = \frac{s}{6}F_A + sF_W \qquad 1^{AR}_{14}$$

$$(4): \quad F_y = 2(F_A - F_G)$$

$$(3)-(2): \; 0 = F_z + F_A - F_G - F_y \qquad F_z = F_A - F_G \qquad 1^{AR}_{15}$$

$$2(1)+(2): 0 = F_y - \frac{4}{3}S_Q - 2F_W \qquad S_Q = \frac{3}{2}(F_A - F_G - F_W) \qquad 1^{AR}_{16}$$

$$(1): \quad S_R = \frac{3}{2}(F_A - F_G + F_W)$$

d)

$$S_R = \frac{3}{2}\left(6F_G - F_G + \frac{1}{2}F_G\right) = \frac{33}{4}F_G > 0 \qquad 1^{KR}_{17}$$

$$S_Q = \frac{3}{2}\left(6F_G - F_G - \frac{1}{2}F_G\right) = \frac{27}{4}F_G > 0$$

Somit werden beide Pendelstützen auf Zug beansprucht. 1^{KR}_{18}

e) Wenn das Flugzeug am Boden steht, verschwinden die aerodynamischen Kräfte F_A und F_W. 1^{AR}_{19}

$$S_R = \frac{3}{2}(0 - F_G + 0) = -\frac{3}{2}F_G < 0$$

$$S_Q = \frac{3}{2}(0 - F_G - 0) = -\frac{3}{2}F_G < 0$$

In diesem Fall werden die beiden Pendeltstützen auf Druck beansprucht. 1^{KR}_{20}

Punkteschlüssel

Pt		Bedingung
1	*AR*	Statische Bestimmtheit richtig, inkl. Begründung.
2	*AR*	Kinematische Bestimmtheit richtig, inkl. Begründung.
3	*AR*	Freischnittskizze: 1 Punkt Abzug pro Fehler. Es muss ersichtlich werden, dass die Lagerreaktion Komponenten in mehrere Koordinatenrichtungen haben.
4	*AR*	
5	*AR*	
6	*AR*	
7	*KR*	KB(x)
8	*KR*	KB(y)
9	*KR*	KB(z)
10	*KR*	MB(x)
11	*KR*	MB(y)
12	*KR*	MB(z)
13	*AR*	Endergebnisse: 1 Punkt Abzug pro falschem Ergebnis.
14	*AR*	
15	*AR*	
16	*AR*	
17	*KR*	Einsetzen und Vorzeichen prüfen.
18	*KR*	Richtige Schlussfolgerung.
19	*AR*	$F_A = 0$ und $F_W = 0$
20	*KR*	Einsetzen, Vorzeichen prüfen und richtige Schlussfolgerung.

AR: Absolut Richtig
KR: Konsequent Richtig