Technische Mechanik
151-0223-10

- Zwischenprüfung -

15. November 2022

Dr. Paolo Tiso

HINWEISE:

- Schreiben Sie Ihren Namen und LEGI Nummer auf den Antwortblatt und auf die Rechnenteil-Seiten, und zwar in das dafür vorgesehene Feld am oberen Rand.
- Die vorliegende Prüfung umfasst 15 Seiten für den Multiple-Choice-Teil und 8 für den Rechenteil.
- Die Prüfung hat einen Multiple-Choice-Teil mit 15 Aufgaben und einen Rechenteil mit 2 Aufgaben.
- Der Multiple-Choice-Teil wird mit 50% gewichtet, der Rechenteil mit 50%. Es gibt insgesamt **30 erreichbare Punkte**. Das bedeutet im Durchschnitt 4 Minuten pro Punkt.
- Bei den **Multiple-Choice**-Fragen gibt es **immer nur 1 richtige Antwort**. Jede richtige Antwort wird mit 1 Punkt bewertet. Für falsche oder leere Antworten gibt es keinen Punktabzug.
- Die Prüfungszeit beträgt **2 Stunden**.
- **Erlaubte Hilfsmittel: Zusammenfassung (Computer oder Handgeschrieben) auf 4 Blättern bzw. 8 Seiten A4.** Aufgaben mit Lösungen und alte Prüfungen sind nicht zulässig. Eigene Beispiele zur Veranschaulichung sind zugelassen. Die Zusammenfassung darf von einer beliebigen Quelle (z.B. vom AMIV) bezogen werden, so lange die oben stehenden Kriterien erfüllt sind.
- **Kein Taschenrechner** oder elektronische Hilfsmittel zugelassen.
- Beantworten Sie die vorliegenden Aufgaben an den dafür vorgesehenen Stellen.
- Schalten Sie Ihr Mobiltelefon und alle weiteren elektronischen Geräte aus.
- **Das Antwortblatt sowie alle Seiten des Rechenteils sind abzugeben.**

Viel Erfolg!

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

151-0223-10 Technische Mechanik
Zwischenprüfung 15.11.2022
Dr. Paolo Tiso

Antwortblatt
Typ A

Nachname:	
Vorname:	
Legi-Nummer:	

Legi-Nummer

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

<u>Wie man das Antwortblatt richtig ausfüllt:</u>

Ja:

A	B	C	D	E
A		C	D	E

Nein

A	B	C	D	E
A	B	C	D	E

Antworten

1.	A	B	C	D	E
2.	A	B	C	D	E
3.	A	B	C	D	E
4.	A	B	C	D	E
5.	A	B	C	D	E
6.	A	B	C	D	E
7.	A	B	C	D	E
8.	A	B	C	D	E
9.	A	B	C	D	E
10.	A	B	C	D	E
11.	A	B	C	D	E
12.	A	B	C	D	E
13.	A	B	C	D	E
14.	A	B	C	D	E
15.	A	B	C	D	E

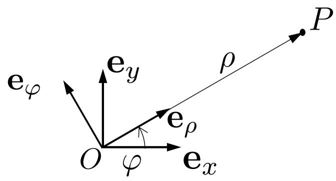
Diese Seite muss am Ende abgegeben werden!

Teil I - Multiple-Choice **(1 richtige Antwort)**

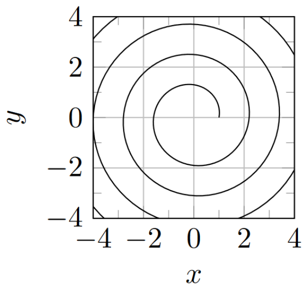
1. Eine Bahnkurve in der Ebene ist durch folgende Parametrisierung in Polarkoordinaten gegeben.

$$\begin{aligned} \rho(t) &= 1 + t^2, \\ \varphi(t) &= at, \end{aligned} \tag{1}$$

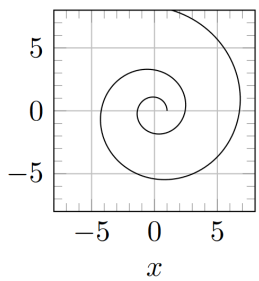
wobei $a = \frac{5}{3}\pi$ und $t \geq 0$. Die Polarkoordinaten sind in dem folgenden Diagramm definiert:



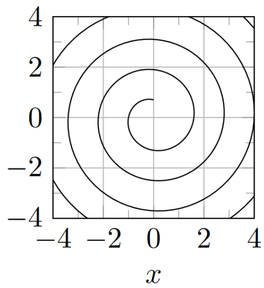
Welches der folgenden Diagramme ist die richtige Darstellung der Bahnkurve?



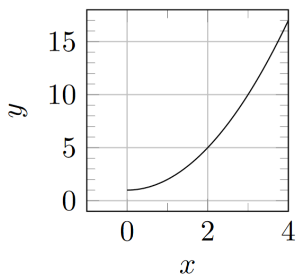
(a)



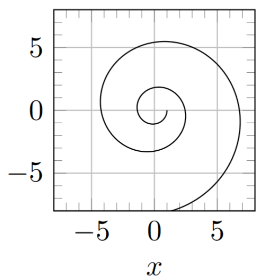
(b)



(c)



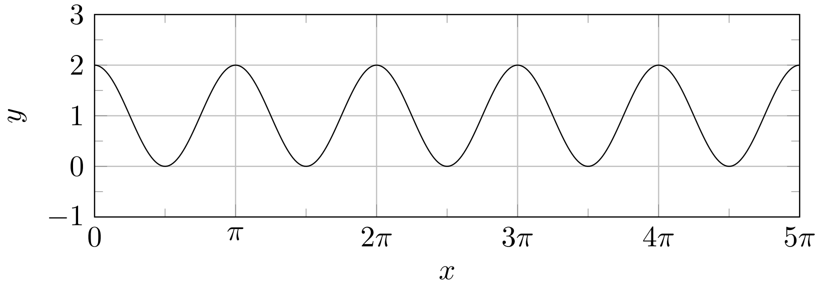
(d)



(e)

(a)
(b)
(c)
(d)
(e)

2. Gegeben ist die folgende graphische Darstellung einer Bahnkurve, für $t \geq 0$:



Bestimmen Sie die Parametrisierung dieser Bahnkurve.

(a) $x = t, \quad y = \sin(t)$

(b) $x = t, \quad y = \cos(2t)$

(c) $x = t, \quad y = 1 + \cos(2t)$

(d) $x = t, \quad y = 1 + \cos(t)$

(e) $x = t, \quad y = 1 + \sin(2t)$

3. Ein materieller Punkt bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t)$ im dreidimensionalen Raum. Betrachten Sie die folgenden Aussagen:

1. $\mathbf{v}(t)$ ist zu jedem Zeitpunkt tangential zu der Bahnkurve des Punktes.
2. Die Bahnkurve des Punktes liegt immer in einer Ebene.
3. Die Schnelligkeit $|\mathbf{v}(t)|$ ist unabhängig von der gewählten Koordinatenparametrisierung von $\mathbf{v}(t)$.
4. $\mathbf{v}(t)$ ist zu jedem Zeitpunkt rechtwinklig zum Ortsvektor.
5. Die Schnelligkeit $|\mathbf{v}(t)|$ ist konstant.

Welche der oben genannten Aussagen sind richtig?

(a) Nur 3. und 4.

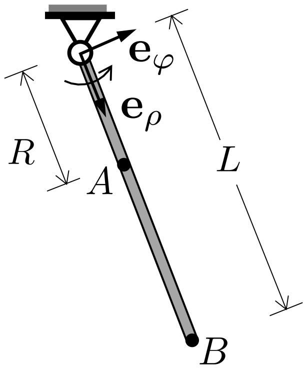
(b) Nur 1., 3. und 4.

(c) Nur 1. und 3.

(d) Alle.

(e) Nur 1., 2. und 5.

4. Ein masseloser Stab mit konstanter Länge L ist an einem Ende drehbar gelagert und dreht sich im Gegenuhrzeigersinn. Die Schnelligkeit des Punktes A, der im Abstand R zum Drehpunkt auf dem Stab liegt, ist bekannt und beträgt v_A.



Was ist die Geschwindigkeit des Punktes B in Polarkoordinaten?

(a) $\mathbf{v}_B = (L - R) v_A \, \mathbf{e}_\varphi$

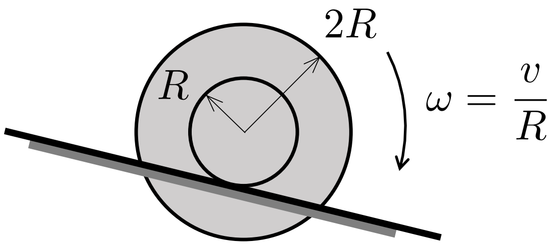
(b) $\mathbf{v}_B = \frac{L}{R} v_A \, \mathbf{e}_\varphi$

(c) $\mathbf{v}_B = \frac{L}{R} v_A \, \mathbf{e}_\rho$

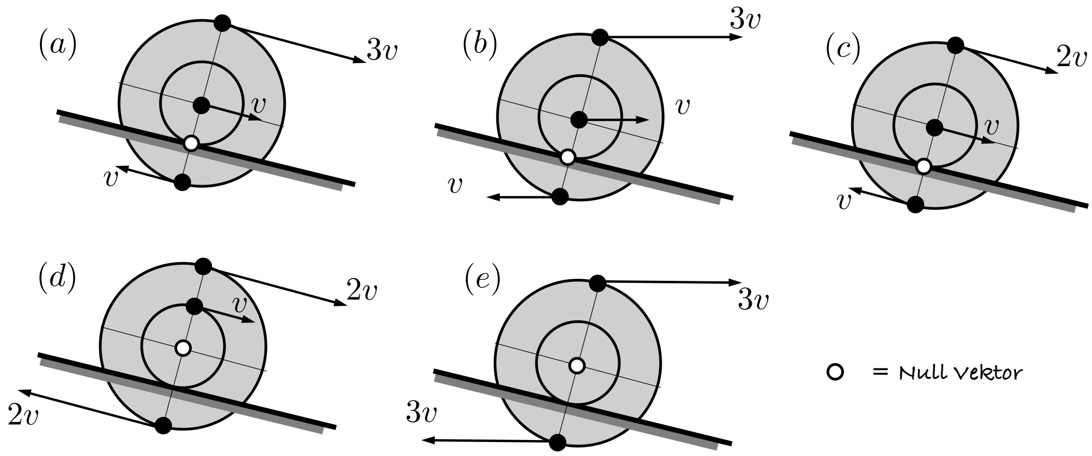
(d) $\mathbf{v}_B = \frac{R}{L} v_A \, \mathbf{e}_\rho$

(e) $\mathbf{v}_B = \frac{\sqrt{2}}{2} v_A \, \mathbf{e}_\rho + \frac{\sqrt{2}}{2} v_A \, \mathbf{e}_\varphi$

5. Ein Zylinder besteht aus zwei konzentrischen, starr miteinander befestigten Zylindern mit den Radien R und $2R$. Der kleinere Zylinder rollt ohne zu gleiten auf einer schiefen Ebene, wie in der Abbildung dargestellt, mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{v}{R}$.



Welche der vorliegenden Darstellungen enthält die korrekten Geschwindigkeiten der mit einem schwarzen Kreis markierten Punkte? Ein weisser Kreis bedeutet Geschwindigkeit null.



(a)

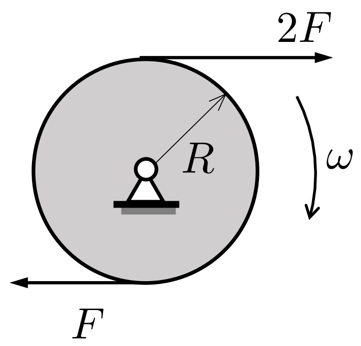
(b)

(c)

(d)

(e)

6. Eine Scheibe mit dem Radius R ist in ihrem Mittelpunkt gelenkig gelagert und dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω im Uhrzeigersinn. Zwei horizontale Kräfte der Beträge $2F$ und F wirken auf den oberen und unteren Punkt der Scheibe in entgegengesetzter Richtung, wie gezeigt. Wie gross ist die Gesamtleistung $\mathcal{P}$?



Was ist die Gesamtleistung P?

(a) $\mathcal{P} = F\omega R$

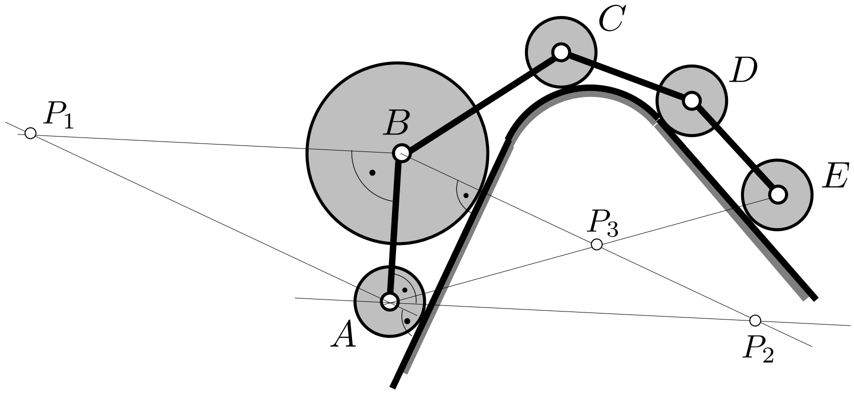
(b) $\mathcal{P} = 0$

(c) $\mathcal{P} = -F\omega R$

(d) $\mathcal{P} = 3F\omega R$

(e) $\mathcal{P} = 5F\omega R$

7. Das in der Abbildung gezeigte ebene System besteht aus fünf Scheiben, die in der Mitte durch starre Stäbe miteinander verbunden sind. Alle Scheiben rollen ohne zu gleiten auf einem geraden Profil mit einer Kurve in der Mitte, wie abgebildet.



Was ist das Momentanzentrum des Stabes AB?

(a) AB führt eine reine Translation durch.

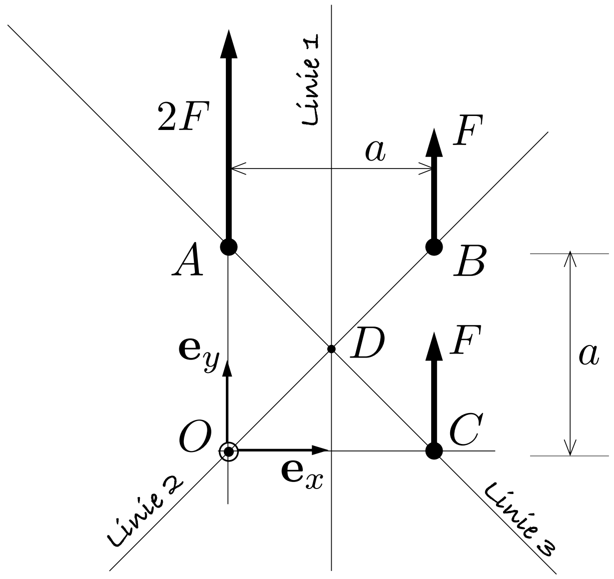
(b) A

(c) P_3

(d) P_2

(e) P_1

8. Betrachten Sie die dargestellte Kräftegruppe, die aus drei Kräften der Beträge $2F$, F und F besteht, die vertikal auf die Punkte A, B und C wirken. Der vertikale und horizontale Abstand zwischen den Punkten wird, wie gezeigt, mit a bezeichnet.



Wann ist das resultierende Moment null?

(a) Bezüglich allen Punkten auf Linie 3.

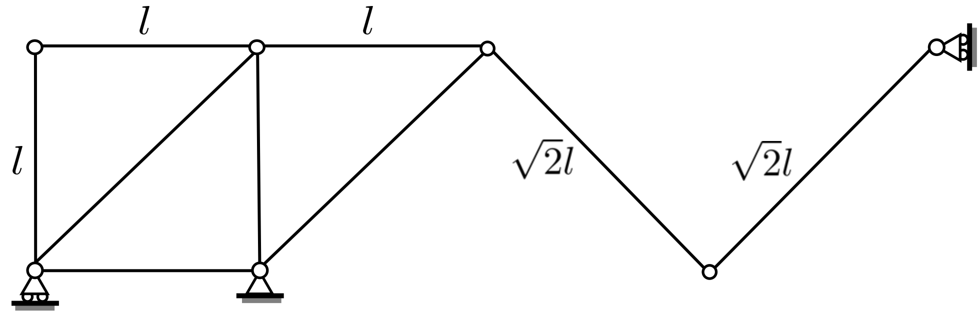
(b) Nur bezüglich D.

(c) Bezüglich allen Punkten auf Linie 2.

(d) Bezüglich allen Punkten auf Linie 1.

(e) Nur bezüglich O.

9. Gegeben ist das folgende ebene System, welches aus starren Stäben besteht:



Was ist der Freiheitsgrad des Systems?

(a) 0

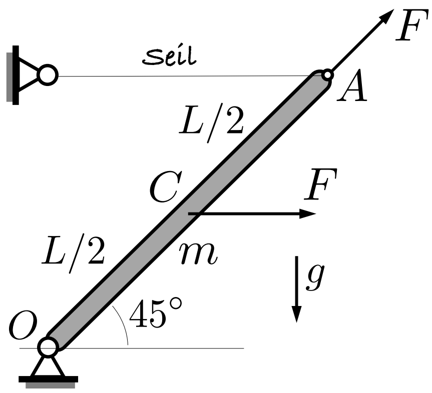
(b) 1

(c) 2

(d) 3

(e) 4

10. Ein Stab OA der Länge L und der Masse m ist in O gelenkig gelagert und wird durch ein horizontales Seil in einem Winkel von 45° zur Horizontalrichtung gehalten. Die Schwerkraft g wirkt, wie gezeigt, nach unten. An der Spitze des Stabes A und dem Mittelpunkt C wirken zwei Kräfte von gleichem Betrag F in Richtung des Stabes bzw. in horizontaler Richtung, wie dargestellt.



Wie gross ist der Betrag S der Seilkraft, die das Gleichgewicht gewährleistet?

(a) $S = \frac{mg}{2} - \frac{F}{2}$

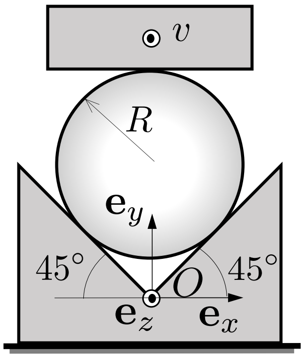
(b) $S = \frac{mg}{2} + \frac{F}{2}$

(c) $S = \frac{mg}{2} + \frac{2F}{\sqrt{2}}$

(d) $S = mg$

(e) $S = mg + \frac{\sqrt{2}F}{2}$

11. Eine Kugel mit dem Radius R rollt ohne zu gleiten auf einer festen Bahn. Die beiden Seiten der Bahn schliessen einen Winkel von 90° miteinander ein. Der oberste Punkt der Kugel hat Kontakt mit einem starren Block, der mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_z$ eine Translation durchführt.



Was ist die Rotationsgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ der Kugel?

(a) $\boldsymbol{\omega} = \dfrac{v}{R}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{e}_z$

(b) $\boldsymbol{\omega} = -\dfrac{\sqrt{2}v}{R}\mathbf{e}_x$

(c) $\boldsymbol{\omega} = \dfrac{v}{R}\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}\mathbf{e}_x$

(d) $-\boldsymbol{\omega} = \dfrac{v}{R}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{e}_x$

(e) $\boldsymbol{\omega} = \dfrac{v}{R}\mathbf{e}_x$

12. Eine Kräftegruppe hat die Resultierende $\mathbf{R} = 3\mathbf{e}_x$ [N] und das resultierende Moment $\mathbf{M}_O = 2\mathbf{e}_z$ [Nm] bezüglich dem Punkt O .

1. Die zweite Invariante der Dyname ist null.
2. Es gibt mindestens einen Punkt P, sodass $\mathbf{M}_P = \mathbf{0}$.
3. Die erste Invariante der Dyname ist $3\mathbf{e}_x$.
4. Die Dyname stellt ein Kräftepaar dar.
5. Es herrscht Gleichgewicht.

Welche Aussage(n) ist(sind) richtig?

(a) Nur 2. und 4.

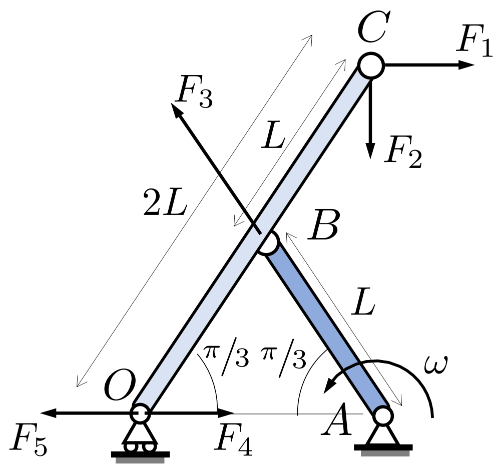
(b) Nur 5.

(c) Nur 1. und 3.

(d) Nur 1., 2. und 3.

(e) Nur 4. und 5.

13. Das gezeigte System besteht aus zwei Stäben OC und AB der Länge $2L$ bzw. L, die in B gelenkig miteinander verbunden sind. Der Punkt A ist am Boden angelenkt, während der Punkt O sich nur horizontal bewegen kann. Die Winkel zwischen den Stäben in der momentanen Konfiguration sind in der Abbildung dargestellt. Der Stab AB dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω im Gegenuhrzeigersinn.



Welche Kraft(Kräfte) hat (haben) Leistung null?

(a) Nur F_2.

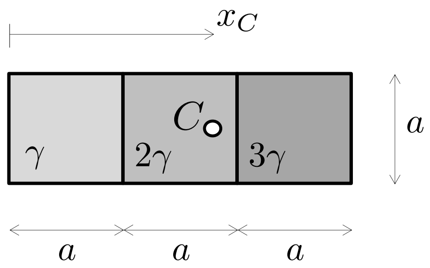
(b) Nur F_2 und F_3.

(c) Nur F_1.

(d) Nur F_5 und F_4.

(e) Nur F_1 und F_3.

14. Der in der Abbildung dargestellte ebene Körper besteht aus drei quadratischen Teilen mit den Seitenlänge a und den Dichten γ, 2γ bzw. 3γ.



Wie lautet die Koordinate x_C des Massenschwerpunkts des Körpers, gemessen von der linken Seite, wie dargestellt?

(a) $x_C = \frac{7}{6}a$

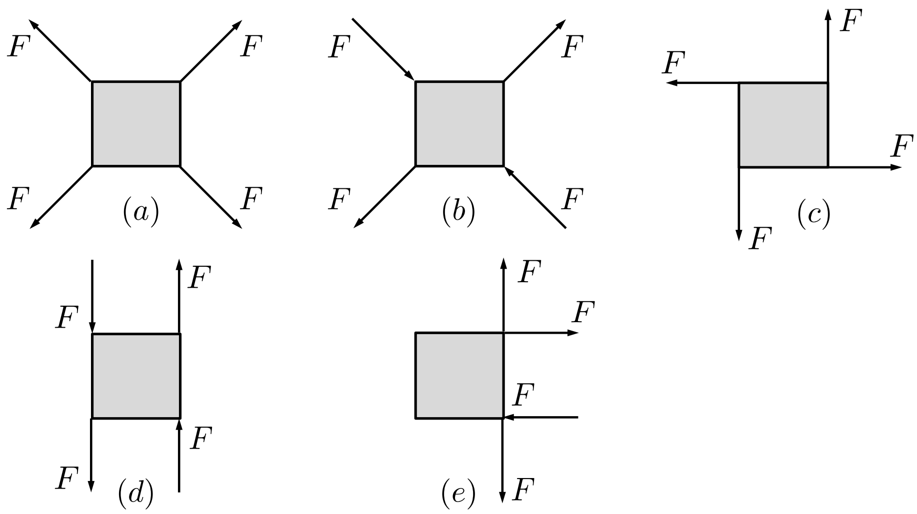
(b) $x_C = 2a$

(c) $x_C = \frac{3}{2}a$

(d) $x_C = \frac{5}{4}a$

(e) $x_C = \frac{11}{6}a$

15. Vier Kräfte mit gleichem Betrag werden auf fünf verschiedene Arten auf ein starres Quadrat ausgeübt (siehe unten).



Welche der oben stehenden Kräftegruppen stellt (stellen) ein Gleichgewicht dar?

(a) Alle ausser (c).

(b) Nur (b) und (d).

(c) Nur (a).

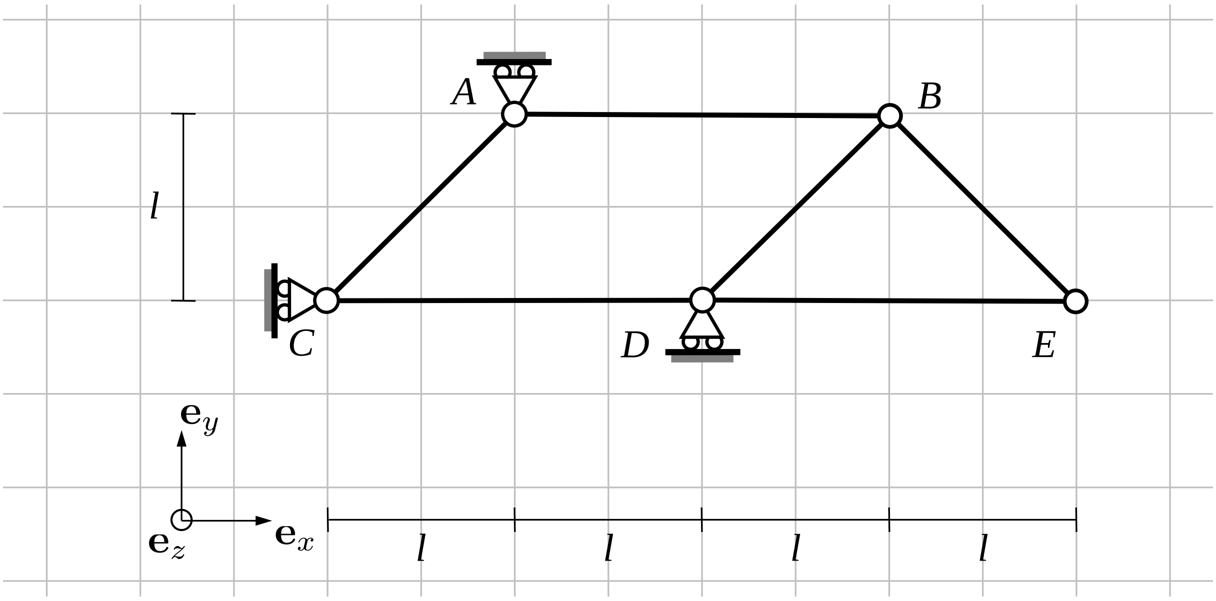
(d) Alle.

(e) Nur (a) und (b).

Teil II - Rechenteil

Aufgabe 1 *[7 Punkte]*

Das unten dargestellte System besteht aus 6 masselosen Stäben, die gelenkig miteinander verbunden sind. Die entsprechenden Längen können der Skizze entnommen werden. Die Punkte A und D können nur horizontal verschoben werden und der Punkt C ist auf eine vertikale Bewegung beschränkt (siehe Skizze).

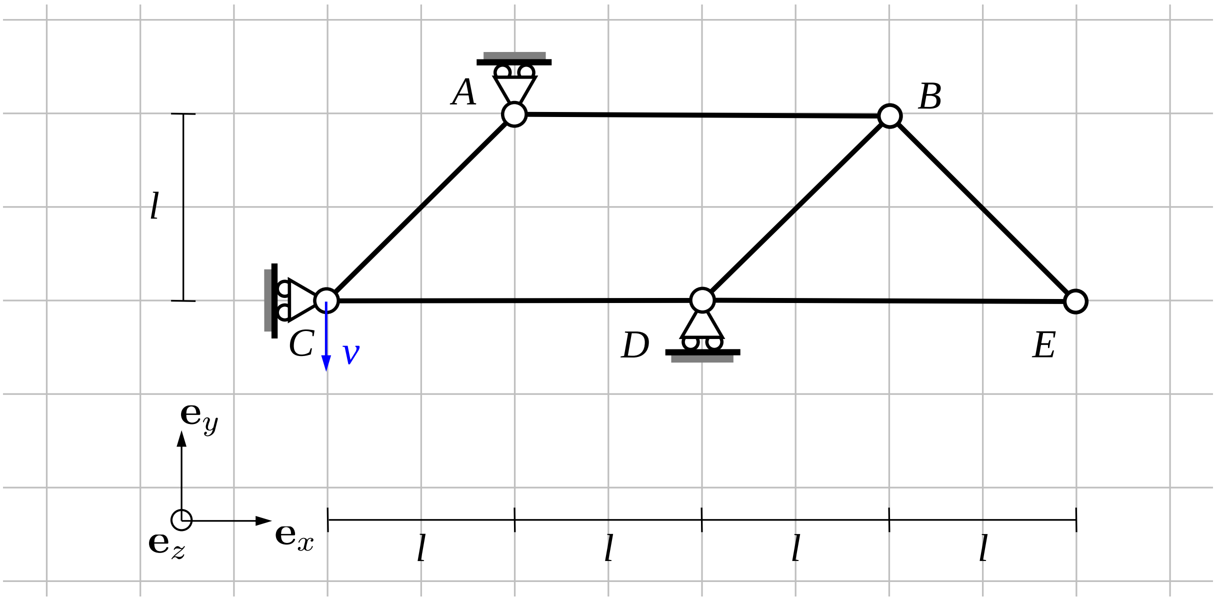


1. Berechnen Sie den Freiheitsgrad des Systems (geben Sie die Anzahl der Körper und Bindungen genau an). *[1 Punkt]*

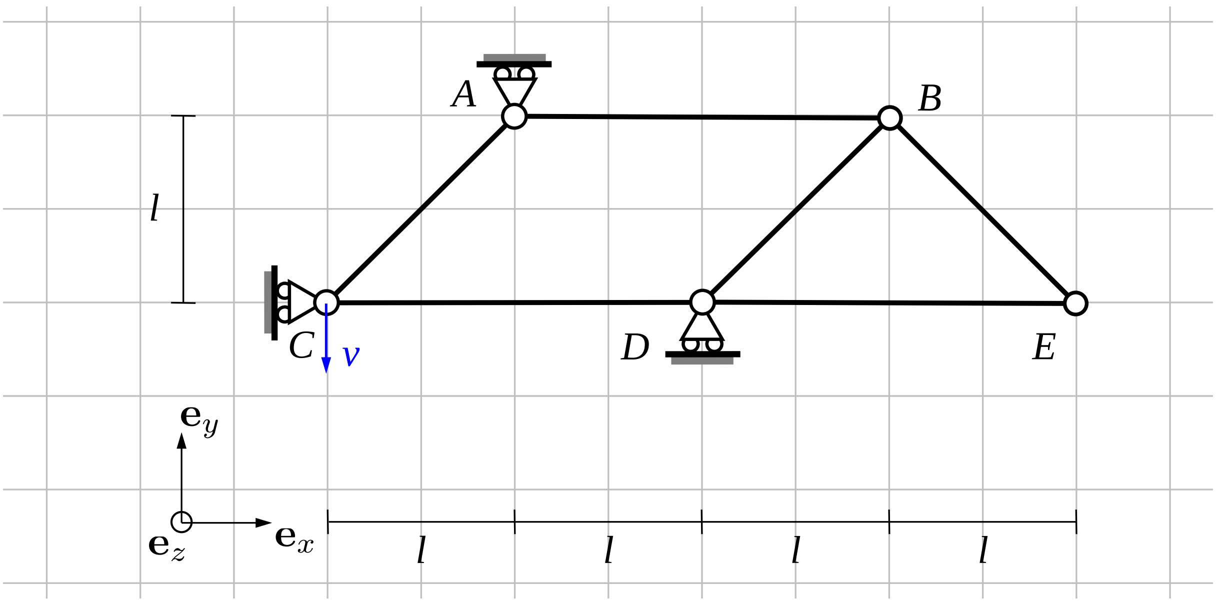
Diese Seite muss am Ende abgegeben werden!

Hilfsskizzen für Teilaufgaben 2 bis 4

Die folgenden Teilaufgaben 2, 3 und 4 können algebraisch ODER graphisch in der unten stehenden Figur gelöst werden. Bei einer graphischen Lösung müssen Betrag und Richtung der Vektoren (d.h. auch Winkel) klar und sauber dargestellt werden. Wird die Aufgabe sowohl graphisch als auch algebraisch gelöst und unterscheiden sich die Ergebnisse, so resultiert dies in 0 Punkten. Unlesbare Antworten werden auch mit 0 Punkten bewertet.



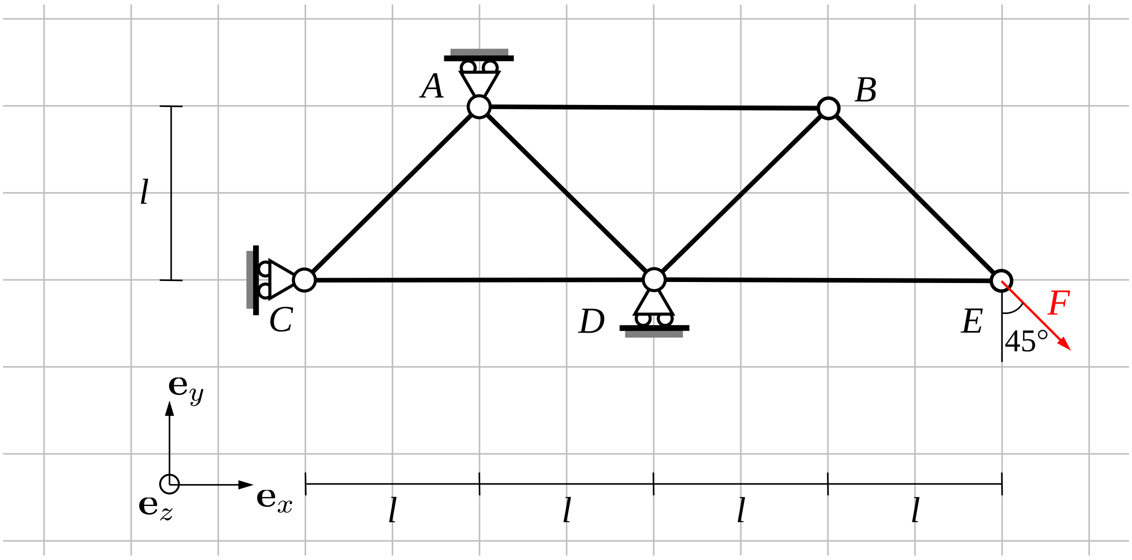
Reserveskizze (Falsche Skizze klar durchstreichen):



2. Die Geschwindigkeit v wird im Punkt C in negativer $\mathbf{e}_y$ Richtung eingeführt. Berechnen Sie die Geschwindigkeit im Punkt A, die Winkelgeschwindigkeit ω_{AC} und das Momentanzentrum M_{AC}. *[2 Punkte]*

3. Berechnen Sie das Momentanzentrum M_{BDE} und die Winkelgeschwindigkeit ω_{BDE} des Dreiecks BDE. Berechnen Sie zusätzlich die Geschwindigkeit im Punkt E. *[2 Punkte]*

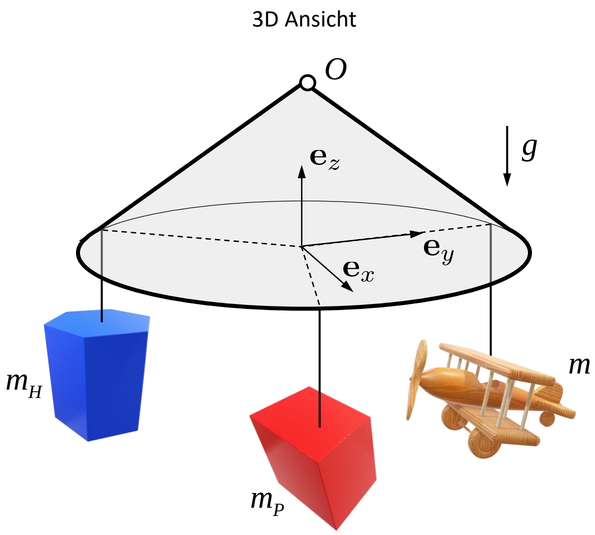
4. Der Stab AD wird im System eingebaut und die Kraft F wirkt im Punkt E mit einem Winkel von 45° zur $\mathbf{e}_y$ Achse (siehe Skizze). Berechnen Sie die Stabkraft AD. Handelt es sich um einen Zug- oder Druckstab? *[2 Punkte]*

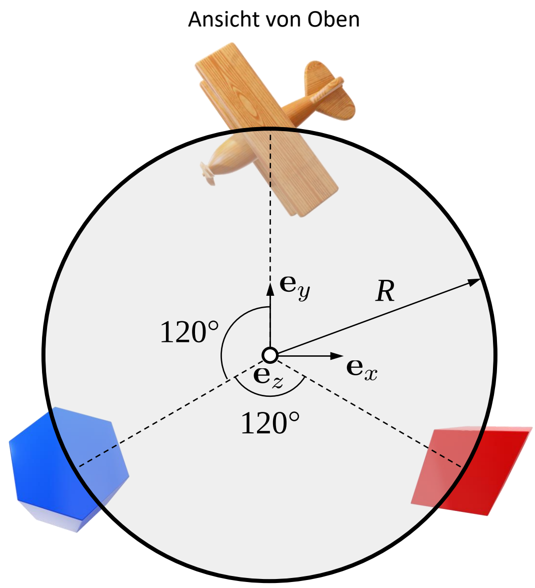


Hinweis: Benutzen Sie die PdvL und die vorher berechneten Geschwindigkeiten!

Aufgabe 2 *[8 Punkte]*

Das unten schematisierte Babyspiel besteht aus 3 unterschiedlichen Objekten. Diese sind auf einem masselosen Kegel jeweils um 120° versetzt aufgehängt (siehe Skizze). Das Flugzeug hat die Masse m, das Hexagon die Masse m_H und das Parallelogramm die Masse m_P.

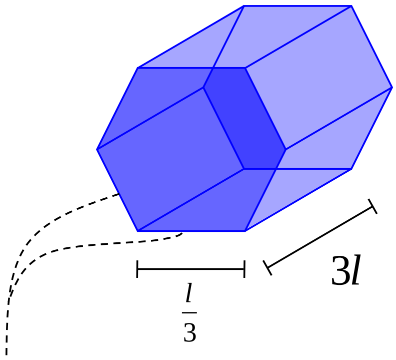




1. Berechnen sie die resultierende Kräfte (R_x, R_y, R_z) und Momente $(M_{O,x}, M_{O,y}, M_{O,z})$ des Systems bezüglich dem Punkt O. *[3 Punkte]*

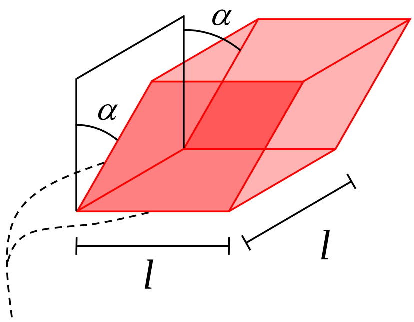
2. Betrachten Sie jetzt die Masse des Hexagons m_H und des Parallelogramm m_P. Beide Figuren haben die Dichte $\gamma = \frac{2m}{\sqrt{3}\,l^3}$ und die Seitenlängen können aus der Skizze ausgelesen werden *(Achtung: die Skizzen sind nicht Massstäblich!)*. Es handelt sich um einen regularen Hexagon und den Winkel α vom Parallelogramm soll als gegeben betrachtet werden. Zeigen Sie, dass $m_H = m$ und $m_P = \frac{2m}{\sqrt{3}} \cos\alpha$. *[1 Punkte]*

Hexagon



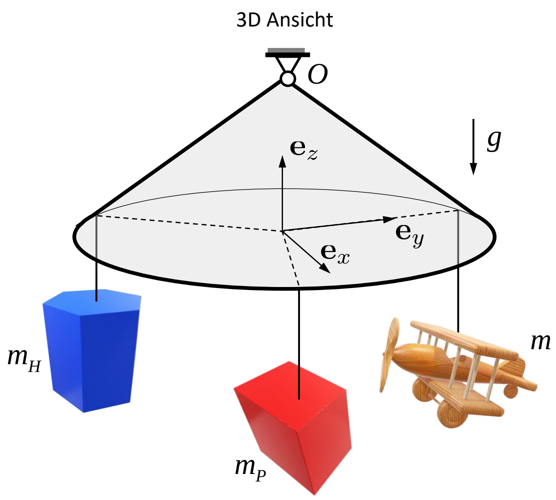
Alle Seitlängen vorne sind Gleich

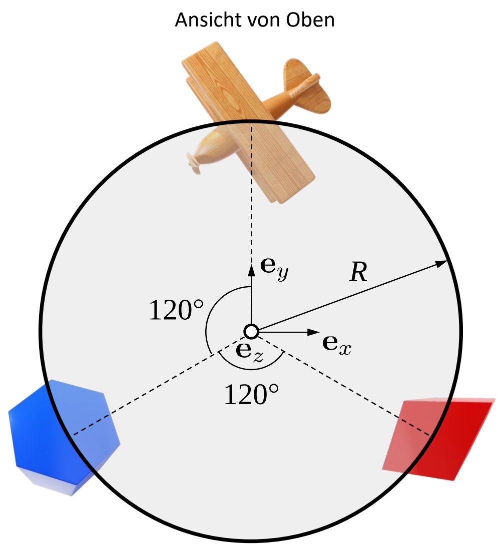
Parallelogramm



Alle Seitlängen vorne sind Gleich

3. Das Babyspiel wird jetzt im Punkt O aufgehängt (siehe Skizze). Wie gross muss der Winkel α beim Parallelogramm gewählt werden, damit das System in der abgebildete Position in Ruhe bleibt? Begründen Sie Ihre Antwort. *[2 Punkt]*





Hinweis: Benutzen sie die im Teilaufgabe 1 hergeleitete Gleichungen und die im Teilaufgabe 2 berechneten Massen.

4. Das Babyspiel wird verändert und jetzt sind 3 Flugzeuge der Masse m anstatt geometrische Formen aufgehängt. Zusätzlich hängt das Babyspiel auf der linken Seite eines $2m$ schweren und L langen Stabes. Auf der rechten Seite des Stabes hängt ein weiteres Flugzeug (siehe Skizze). Im Abstand a vom Babyspiel wird der Stab auf einem fixen Punkt aufgehängt. Wie gross muss der Abstand a gewählt werden, damit das System in der abgebildeten Position in Ruhe bleibt? *[2 Punkte]*