ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IMES
Institut für Mechanische Systeme

Technische Mechanik

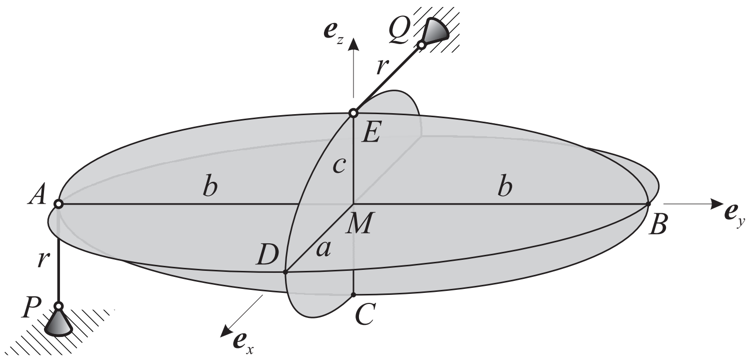
Basisprüfung 12. August 2016, 08:30 – 10:30

Dr. Stephan Kaufmann **Sommer 2016**

Name:	**Vorname:**	**ETH-Nummer:**	**Studiengang: D–**

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Punkte	Punkte	Note
1. Korrektur							
Assistent							
2. Korrektur							
Assistent							

Aufgabe 1 *(16 Punkte)*



Ein starres Ellipsoid mit den Halbachsen a, b, c ist mittels Kugelgelenken an zwei Pendelstützen (Länge r) befestigt. Sie untersuchen den momentanen Bewegungszustand in der skizzierten Lage, in der die Halbachsen parallel zu den Koordinatenachsen $\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$ liegen. Die Pendelstütze AP liegt parallel zu $\boldsymbol{e}_z$, die Pendelstütze EQ parallel zu $\boldsymbol{e}_x$.
Des weiteren sind die Rotationsgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}_{AP} = (\omega_1, \omega_2, 0)$ und $\boldsymbol{\omega}_{EQ} = (0, \omega_3, \omega_4)$ der beiden Pendelstützen bekannt. Von der Geschwindigkeit im Punkt D weiss man nur, dass die x-Komponente null ist.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeiten $\boldsymbol{v}_A$ und $\boldsymbol{v}_E$ in den Punkten A und E. *[2 Punkte]*

b) Welcher Zusammenhang muss zwischen ω_1, ω_3 und ω_4 gelten? Verwenden Sie den Satz der projizierten Geschwindigkeiten. *[2 Punkte]*

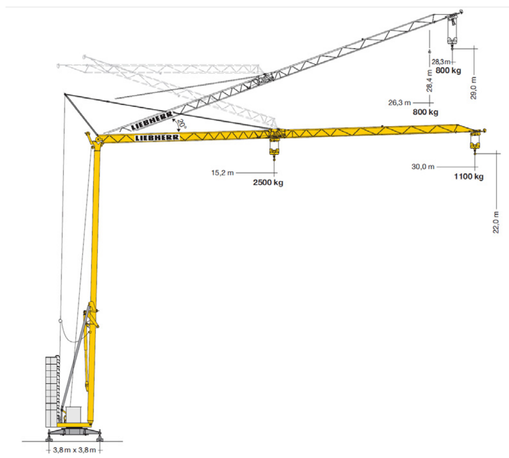
c) Bestimmen Sie die übrigen Komponenten der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}_D$. *[2 Punkte]*

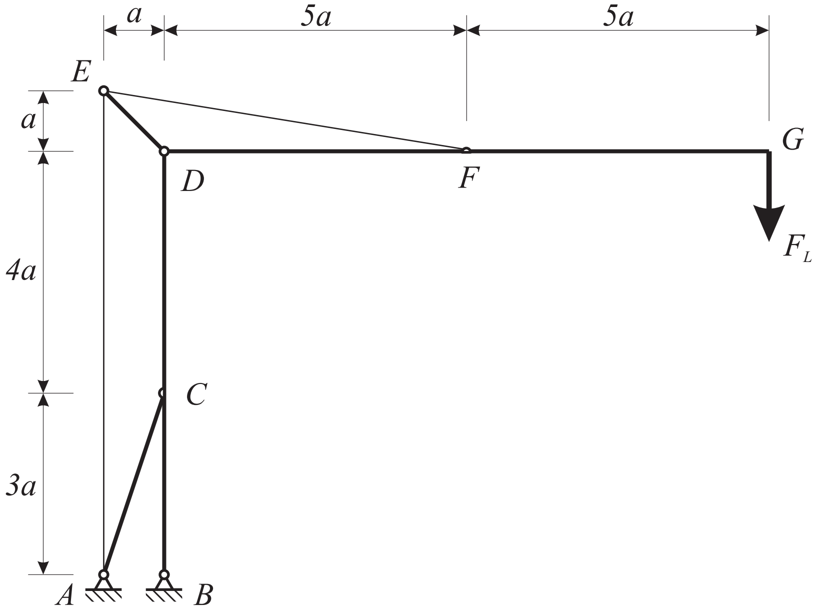
d) Bestimmen Sie die Kinemate des Ellipsoids im Punkt M. *[6 Punkte]*

e) Welche Bedingungen müssen $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ erfüllen, damit das Ellipsoid eine reine Rotation bzw. eine reine Translation ausführt? *[4 Punkte]*

Aufgabe 2 *(19 Punkte)*

Der Turmdrehkran 32 H wird wie skizziert als ebenes System aus masselosen, starren Körpern und Seilen sowie reibungsfreien Gelenken modelliert. Der Turm BD ist im Punkt B gelenkig gelagert und wird durch die Pendelstütze AC abgestützt. Der Ausleger DG ist im Punkt D gelenkig am Turm befestigt und ist durch das Seil EF mit dem Gegenausleger DE verbunden. Dieser ist ebenfalls im Punkt D gelenkig gelagert und wird mit dem Seil AE abgespannt. Der Kran ist am Ende des Auslegers durch die Kraft F_L belastet.





a) Ist das System *statisch unbestimmt*? Ist das System *kinematisch unbestimmt*? Begründen Sie. *[2 Punkte]*

b) Schneiden Sie die vier Starrkörper frei und führen Sie alle möglichen Lagerreaktionen ein. *[5 Punkte]*

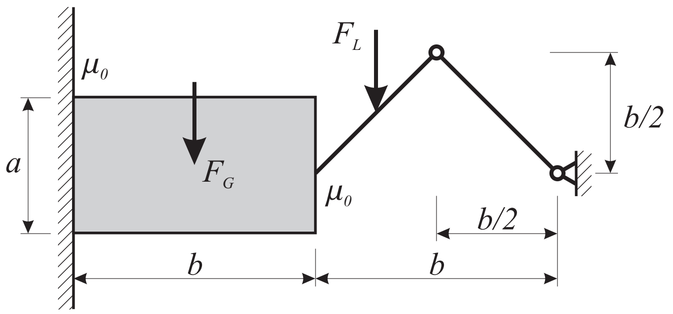
c) Berechnen Sie die Lagerreaktionen in den Punkten A bis F. *[9 Punkte]*

Bemerkung: *Aufgabenteil d) kann unabhängig gelöst werden.*

d) Der Sohn des Ingenieurs schlägt vor, die Pendelstütze AC wegzulassen, da diese keine Last trage. Sein Vater entgegnet, dadurch werde das System zu einem Mechanismus und lasse Bewegungen zu.

Ermitteln Sie den zulässigen virtuellen Bewegungszustand, d. h. Momentanzentren und Rotationsgeschwindigkeiten aller Starrkörper und Seile, sowie $\boldsymbol{v}_D$, $\boldsymbol{v}_E$ und $\boldsymbol{v}_G$. *[3 Punkte]*

Aufgabe 3 *(17 Punkte)*



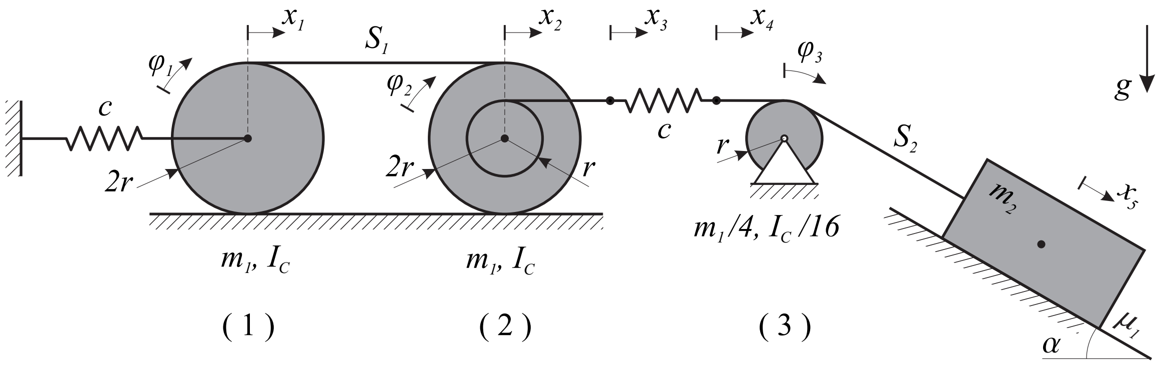
Das skizzierte ebene System besteht aus einem Quader mit den Seitenlängen a, b und zwei masselosen Balken der Länge $\sqrt{2}b/2$. Der rechte Balken ist an der Wand reibungsfrei gelenkig gelagert und reibungsfrei gelenkig mit dem zweiten Balken verbunden. Dieser haftet an der rechten Seite des Quaders (Haftreibungskoeffizient μ_0). Die linke Seite des Quaders haftet an der Wand (Haftreibungskoeffizient μ_0). Am Quader greift die Gewichtskraft F_G an. Der linke Balken ist durch die äussere Last F_L (mit $F_L > 0$) belastet. Es soll das Haft- und Kippverhalten des Systems untersucht werden.

a) Bestimmen Sie die relevanten Bindungskräfte und Kraftangriffspunkte. Welche Bedingungen müssen diese erfüllen, damit das System in Ruhe sein kann? *[13 Punkte]*

b) In dieser Teilaufgabe sei $F_G = 0$. Wie müssen der Haftreibungskoeffizient μ_0 und das Seitenverhältnis a/b gewählt werden, damit das System in Ruhe sein kann? *[2 Punkte]*

c) Der Haftreibungskoeffizient sei nun $\mu_0 = 4$ und das Seitenverhältnis $a/b = 8$. Wie muss das Verhältnis F_L/F_G gewählt werden, damit das System in Ruhe sein kann? *[2 Punkte]*

Aufgabe 4 *(21 Punkte)*



Das abgebildete ebene System besteht aus der Rolle (1) (Radius $2r$, Masse m_1, Massenträgheitsmoment bezüglich des Mittelpunktes I_C), der Stufenrolle (2) (r, $2r$, m_1, I_C), der Rolle (3) (r, $m_1/4$, $I_C/16$), einem Quader (m_2) sowie zwei Federn mit Steifigkeit c. Es wirkt das homogene Schwerefeld mit Erdbeschleunigung g, wie in der Skizze eingetragen.

Die Rollen (1) und (2) rollen ohne Schlupf auf einer horizontalen Ebene. Die Rolle (3) ist drehbar gelagert. Der Quader gleitet auf einer um α geneigten Ebene mit Gleitreibungskoeffizient μ_1. Die Rolle (1) ist über eine an ihrem Mittelpunkt angreifende Feder an der Wand befestigt. Das Seil S_1 verbindet sie mit dem grösseren Teil der Rolle (2). Eine zweite Feder verbindet den kleineren Teil von Rolle (2) mit der Rolle (3). Auf dieser ist das Seil S_2 aufgewickelt, an dem der Quader hängt.

Die Auslenkungen aus der skizzierten, ungespannten Lage werden mit den inertialen Koordinaten x_1 bis x_5 und φ_1 bis φ_3 beschrieben. Das System wird aus der ungespannten Lage losgelassen. Sie betrachten nur die erste Bewegungsphase, in der sich der Quader nach unten bewegt.

Weitere Annahmen: Seile masselos, undehnbar und immer gespannt. Kontakte zwischen Seilen und Rollen ohne Schlupf. Seil S_1 und Federn immer horizontal, S_2 um α geneigt. Weitere Reibungseffekte vernachlässigbar. Quader kippt nicht.

a) Bestimmen Sie den Freiheitsgrad des Systems. *[1 Punkt]*

b) Schneiden Sie die beiden Rollen, die Stufenrolle und den Quader frei und führen Sie alle relevanten Kräfte ein. *[4 Punkte]*

c) Stellen Sie die relevanten Bewegungsdifferentialgleichungen in Richtung der skizzierten Koordinaten auf. Verwenden Sie dabei die im Freischnitt eingeführten Kräfte. *[6 Punkte]*

d) Formulieren Sie die Kraftgesetze der beiden Federn. Ermitteln Sie die Gleitreibungskraft. *[3 Punkte]*

e) Geben Sie die relevanten kinematischen Relationen zwischen den Koordinaten an. *[3 Punkte]*

f) Eliminieren Sie die Feder- und Bindungskräfte aus den Bewegungsdifferentialgleichungen und geben Sie deren reduzierte Form in den Koordinaten x_1 und x_5 an. *[4 Punkte]*