ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IMES
INSTITUT FÜR MECHANISCHE SYSTEME

Technische Mechanik

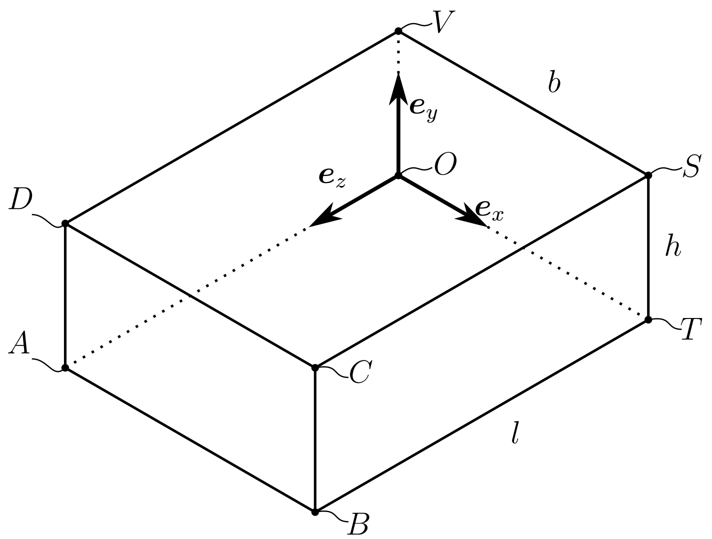
Basisprüfung 2. Februar 2019, 09:00 – 11:00

Proff. Dual/Glocker **Herbstsemester 2018**

Name:	Vorname:	ETH-Nummer:	Studiengang: D–

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Punkte	Punkte	Note
1. Korrektur							
Assistent							
2. Korrektur							
Assistent							

Aufgabe 1 *(12 Punkte):*



- $\boldsymbol{v}_A = v\boldsymbol{e}_x + 2v\boldsymbol{e}_z$
- $\boldsymbol{v}_B = v\boldsymbol{e}_x + \frac{32}{5}v\boldsymbol{e}_y + 2v\boldsymbol{e}_z$
- $\boldsymbol{v}_D = -\frac{11}{5}v\boldsymbol{e}_x + v_{Dy}\boldsymbol{e}_y - \frac{2}{5}v\boldsymbol{e}_z$
- $\boldsymbol{v}_T = v\boldsymbol{e}_x + v_{Tz}\boldsymbol{e}_z$
- $\boldsymbol{v}_V = -\frac{11}{5}v\boldsymbol{e}_x - \frac{32}{5}v\boldsymbol{e}_y - \frac{2}{5}v\boldsymbol{e}_z$

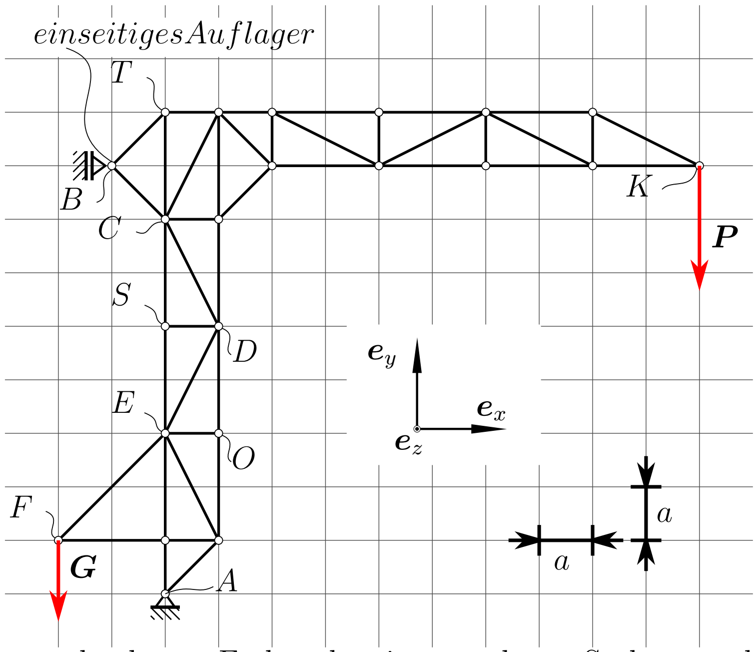
Der skizzierte Quader ist als masseloser Starrkörper modelliert. Die Geschwindigkeiten der Punkte A, B, D, T und V sind teilweise gegeben. Weiterhin wissen Sie, dass $b = 2h$ und $l = \frac{4}{3}b = \frac{8}{3}h$.

a. Berechnen Sie die Geschwindigkeitskomponenten v_{Dy} und v_{Tz} als Funktion von v und h. [*5 Pkt.*]

b. Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit des momentanen Bewegungszustands. [*5 Pkt.*]

c. Welcher momentaner Bewegungszustand herrscht gerade? Begründen Sie Ihre Antwort. [*2 Pkt.*]

Aufgabe 2 *(22 Punkte):*



Ein Lastenkran kann als ebenes Fachwerk mit masselosen Stäben modelliert werden. Im Punkt K greift die Kraft $|\boldsymbol{P}| = P$ an. Die Kraft $|\boldsymbol{G}| = G$ im Punkt F modelliert das Gegengewicht des Krans. Das Lager in B ist ein einseitiges Auflager.

a. Schneiden Sie das System auf dem beiliegendem Skizzenblatt frei und führen Sie alle relevanten Kräfte ein. Berechnen Sie die Lagerkräfte in den Punkten A und B. [*4 Pkt.*]

b. Welche Bedingung muss für die Lagerkraft in B gelten, damit der Kran im Punkt B nicht abhebt? [*2 Pkt.*]

Aus dem Fachwerk wird nun der Stab DE entfernt. Der untere Starrkörper mit den Punkten A, E, F und O hat sein Momentanzentrum im Punkt A. Die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ ist als $\boldsymbol{\omega} = \tilde{\omega}\boldsymbol{e}_z$ eingeführt (siehe Skizzenblatt).

c. Aus wie vielen starren Körpern besteht der Kran ohne Stab DE. Kennzeichnen Sie diese auf dem Skizzenblatt. [*1 Pkt.*]

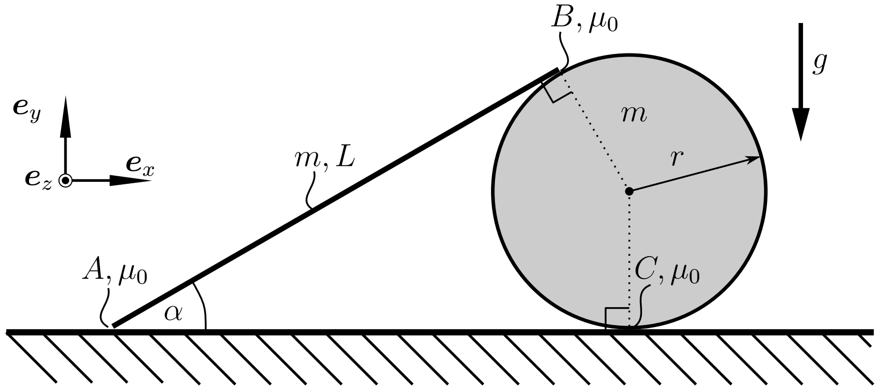
d. Bestimmen Sie die Momentanzentren der restlichen starren Körper auf dem Skizzenblatt für den momentan zulässigen Bewegungszustand. Zeichnen Sie die verträglichen Drehrichtungen der Körper ein und berechnen Sie die Winkelschnelligkeiten als Funktion von $\tilde{\omega}$. [*9 Pkt.*]

Nun wird der Stab BC aus dem System genommen, um dessen Stabkraft mit dem Prinzip der virtuellen Leistung (PdvL) und einem zulässigem Bewegungszustand zu bestimmen. Dazu sind auf dem Skizzenblatt die beiden Momentanzentren, sowie die Winkelschnelligkeiten mit Richtung gegeben.

e. Berechnen Sie (vektoriell oder mit Betrag und Richtung) die Geschwindigkeiten der Punkte B, C, F und K . [*2 Pkt.*]

f. Berechnen Sie die Stabkraft des Stabes BC mit dem PdvL. Handelt es sich um einen Zug- oder Druckstab? [*4 Pkt.*]

Aufgabe 3 *(22 Punkte):*



Ein Stab der Länge L und Masse m liegt reibungsbehaftet, Haftreibungskoeffizient μ_0, auf dem Boden auf. An seinem anderen Ende liegt er auf einer starren Rolle auf. An dieser Stelle herrscht ebenfalls Reibung mit Haftreibungskoeffizient μ_0. Die Rolle hat die Masse m und Radius r. Der Kontakt zwischen Rolle und Untergrund ist reibungsbehaftet mit Haftreibungskoeffizient μ_0 modelliert. Es herrscht keine Rollreibung zwischen Stab und Rolle und zwischen Untergrund und Rolle ($\mu_2 = 0$).
Der Winkel α zwischen Stab und Untergrund beträgt 30°. Die Erdbeschleunigung wirkt in skizzierter Richtung.

Hinweis: Der Abstand Zwischen Punkt A und C beträgt L.
$\sin(30°) = 1/2$, $\cos(30°) = \sqrt{3}/2$, $\quad 2 > \sqrt{3} > 1.5$

a. Schneiden Sie sowohl das Gesamtsystem, als auch die beiden Körper einzeln frei und führen Sie alle Reaktionskräfte ein. [*6 Pkt.*]

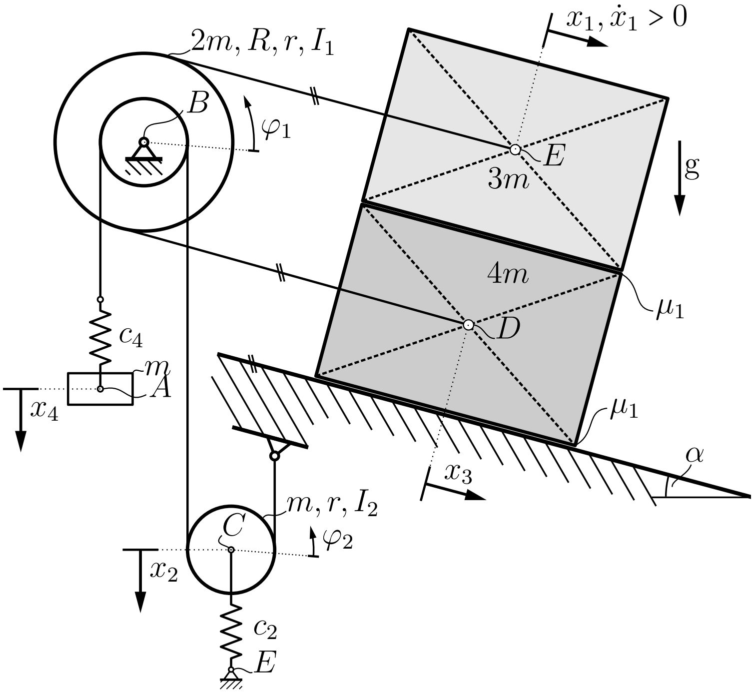
b. Stellen Sie alle Gleichgewichtsbedingungen für die drei Freischnitte aus dem vorherigem Aufgabenteil auf. [*6 Pkt.*]

c. Lösen Sie die Gleichgewichtsbedingungen nach den 6 unbekannten Grössen auf. [*6 Pkt.*]

Die Beträge der Reibungskräfte in den Punkten A, B und C seien nun als $|\boldsymbol{R}_A| = |\boldsymbol{R}_B| = |\boldsymbol{R}_C| = (2\sqrt{3}-3)\tilde{m}g$ gegeben. Des Weiteren seien die Beträge der Normalkräfte in den Punkten A, B und C gleich $|\boldsymbol{N}_A| = (4-\sqrt{3})\tilde{m}g$, $|\boldsymbol{N}_B| = \sqrt{3}\tilde{m}g$ und $|\boldsymbol{N}_C| = (4+\sqrt{3})\tilde{m}g$
Verwenden Sie für d. die angegebenen Werte und nicht ihre Ergebnisse.

d. Wie gross muss μ_0 mindestens sein, damit beide Starrkörper in Ruhe sind. [*4 Pkt.*]

Aufgabe 4 *(24 Punkte):*



Das skizzierte ebene dynamische System besteht aus zwei Federelementen, zwei Seilen und fünf starren Körpern: eine Stufenrolle, eine kleine Rolle und drei Quader. Ein Quader mit Masse m ist in seinem Schwerpunkt A mit einer Feder der Steifigkeit c_4 an ein Seil gebunden. Die Stufenrolle (Masse $2m$, grosser Radius $R = 2r$, kleiner Radius r und Massenträgheitsmoment I_1) ist in ihrem Schwerpunkt B reibungsfrei gelenkig gelagert. Die kleine Rolle der Masse m, Radius r und Massenträgheitsmoment I_2 ist in ihrem Schwerpunkt C mit einer Feder der Steifigkeit c_2 mit der Erde verbunden.

Die beiden Quader der Massen $3m$ und $4m$ liegen übereinander auf einer schiefen Ebene mit Steigungswinkel α. Zwischen den Kontaktflächen Quader-Quader und Quader-Untergrund herrscht Gleitreibung mit Gleitreibungskoeffizienten μ_1. Für den momentanen Bewegungszustand gilt: $\dot{x}_1 > 0$.

Auf das System wirkt die Erdbeschleunigung, wie in der Skizze eingezeichnet. Das Seil und alle Federn sind masselos modelliert. Alle Körper sind homogen und die Seile sind immer gespannt, haften auf den Rollen und sind nicht dehnbar. Die eingezeichneten Koordinaten x_2 und x_4 der Mittelpunkte B und C sind bezogen auf die Lage, bei welcher die Federn c_2 und c_4 ungespannt sind. Die Massenmittelpunkte A des Quaders und C der kleinen Rolle bewegen sich nur vertikal.

a. Was ist der Freiheitsgrad des Systems unter Berücksichtigung der Bindungen des Systems? [*1 Pkt.*]

b. Schneiden Sie alle Starrkörper frei und führen Sie <u>alle</u> Reaktionskräfte für $\dot{x}_1 > 0$ ein. [*9 Pkt.*]

c. Stellen Sie die relevanten Bewegungsdifferentialgleichungen in Richtung der skizzierten Koordinaten auf. Verwenden Sie dabei die im Freischnitt eingeführten Kräfte. [*6 Pkt.*]

d. Formulieren Sie die Kraftgesetze der zwei Federn. [*2 Pkt.*]

e. Geben Sie die kinematischen Relationen von $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{x}_2$ und $\dot{x}_3$ als Funktion von $\dot{x}_1$ und $\dot{x}_4$ an. [*4 Pkt.*]

f. Bestimmen Sie die unbekannten Seilkräfte der kleinen Rolle und drücken Sie Ihr Ergebnis als Funktion von $x_2, \ddot{x}_2$ und $\ddot{\varphi}_2$ aus. [*2 Pkt.*]