Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

151-0223-10 - Technische Mechanik
- Zwischenprüfung -
30. November 2021

Dr. Paolo Tiso

HINWEISE:

- Die vorliegende Prüfung umfasst 8 Seiten für den Multiple-Choice-Teil und 8 für den Rechenteil.
- Die Prüfung hat einen Multiple-Choice-Teil mit 12 Aufgaben und einen Rechenteil mit 2 Aufgaben.
- Der Multiple-Choice-Teil wird mit 40% gewichtet, der Rechenteil mit 60%.
- Der Multiple-Choice-Teil enthält 12 richtige Antworten. Jede richtige Antwort wird mit 1 Punkt bewertet. Für falsche oder leere Antworten gibt es keinen Punktabzug.
- Im Rechenteil können 18 Punkte erreicht werden.
- Die Prüfungszeit beträgt 1 Stunde und 45 Minuten.
- Zugelassene Hilfsmittel: 2 doppelseitig beschriebene A4-Blätter, **kein** Taschenrechner.
- Beantworten Sie die vorliegenden Aufgaben an den dafür vorgesehenen Stellen.
- Schalten Sie Ihr Mobiltelefon und alle weiteren elektronischen Geräte aus.
- **Das Antwortblatt sowie alle Seiten des Rechenteils sind abzugeben**.

Viel Erfolg!

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

151-0223-10 Technische Mechanik

Zwischenprüfung 30.11.2021

Dr. Paolo Tiso

Antwortblatt

Nachname:	
Vorname:	
Legi-Nummer:	

Legi-Nummer

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Antworten

1.	A	B	C	D	E
2.	A	B	C	D	E
3.	A	B	C	D	E
4.	A	B	C	D	E
5.	A	B	C	D	E
6.	A	B	C	D	E
7.	A	B	C	D	E
8.	A	B	C	D	E
9.	A	B	C	D	E
10.	A	B	C	D	E
11.	A	B	C	D	E
12.	A	B	C	D	E

<u>Wie man das Antwortblatt richtig ausfüllt:</u>

Ja:

~~A~~	B	C	D	E
A	●	C	D	E

Nein:

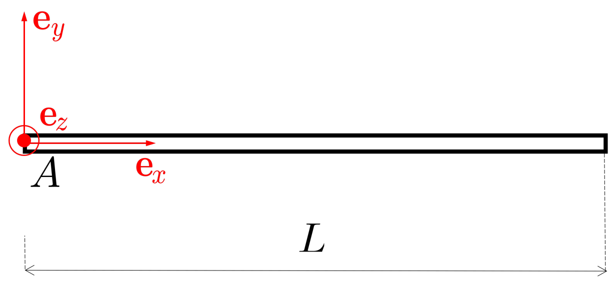
~~A~~	B	C	D	E
A	B	C	D	E

Diese Seite muss am Ende abgegeben werden!

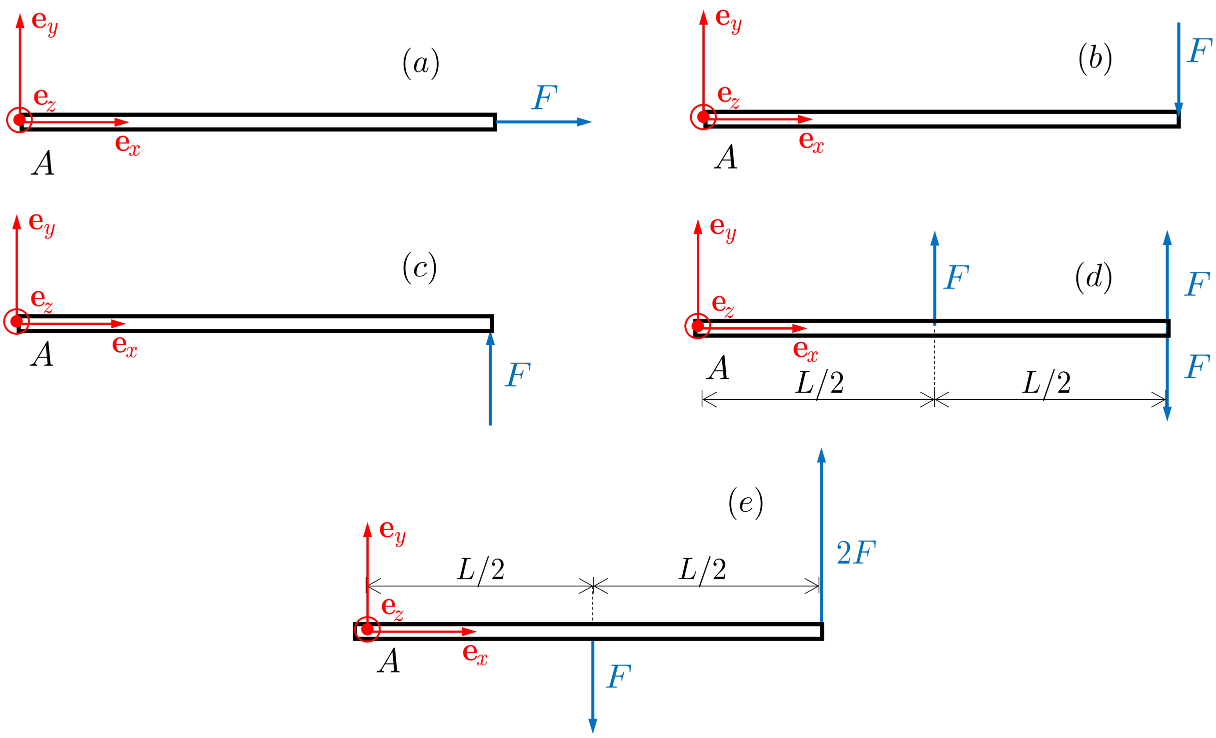
Teil I - Multiple-Choice **(1 richtige Antwort)**

1. Betrachten Sie einen masselosen Balken der Länge L. Die Dyname bezüglich Punkt A ist gegeben als

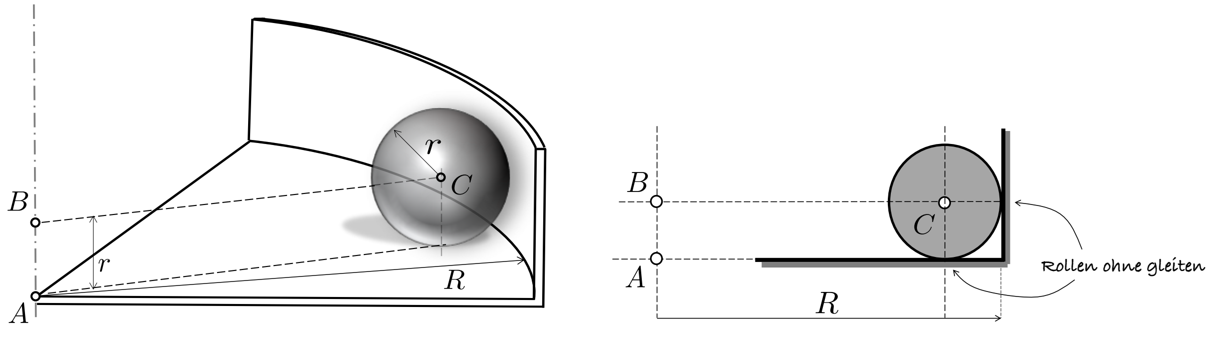
$$\{\mathbf{R} = F\mathbf{e}_y,\ \mathbf{M}_A = \frac{L}{2}F\mathbf{e}_z\}.$$



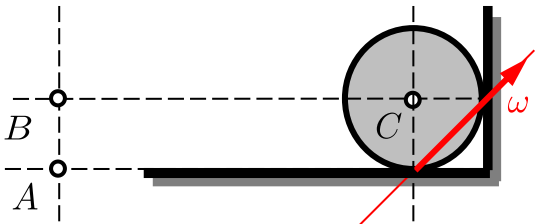
Welcher Kräftegruppe entspricht diese Dyname?



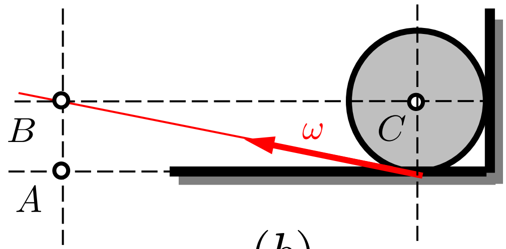
2. Eine Kugel mit dem Radius r rollt ohne zu gleiten auf einer kreisförmigen Ebene mit Radius R. Gleichzeitig rollt die Kugel (ohne zu gleiten) an einer senkrechten Wand mit demselben Radius R.



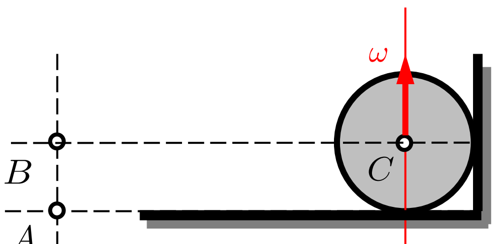
In welcher Abbildung ist die Richtung der Rotationsgeschwindigkeit der Kugel richtig dargestellt?



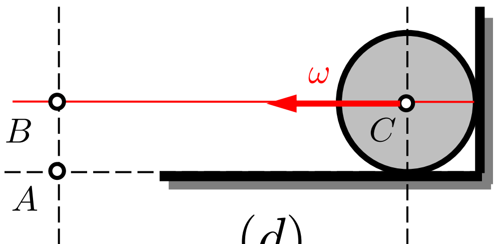
(a)



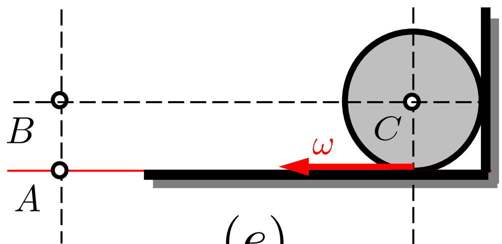
(b)



(c)

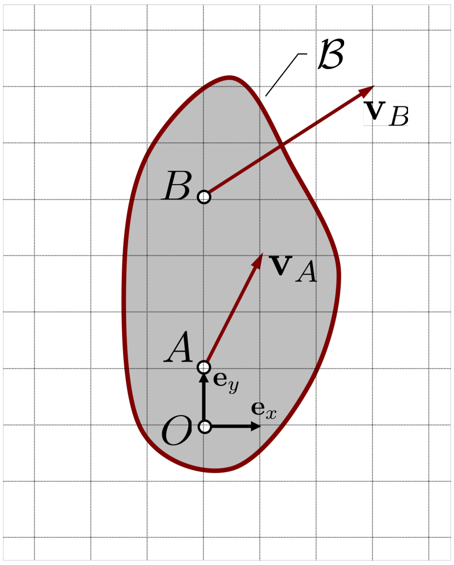


(d)



(e)

3. Ein starrer Körper $\mathcal{B}$ bewegt sich auf der Ebene $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$. Zum dargestellten Zeitpunkt haben die Punkte A und B die Geschwindigkeiten $\mathbf{v}_A = a\mathbf{e}_x + 2a\mathbf{e}_y$ bzw. $\mathbf{v}_B = 3a\mathbf{e}_x + 2a\mathbf{e}_y$, wobei a eine Konstante der Einheit $[a] = [m/s]$. Die Ortsvektoren $\mathbf{r}_{OA}$ und $\mathbf{r}_{OB}$ sind gegeben durch $\mathbf{r}_{OA} = 1\mathbf{e}_y$ bzw. $\mathbf{r}_{OB} = 4\mathbf{e}_y$.



Was ist die Lage $\mathbf{r}_{OM}$ des Momentanzentrums?

(a) $\mathbf{r}_{OM} = -\frac{3}{2}\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y$

(b) $\mathbf{r}_{OM} = \mathbf{0}$

(c) $\mathbf{r}_{OM} = -\frac{5}{2}\mathbf{e}_x$

(d) $\mathbf{r}_{OM} = 3\mathbf{e}_x - \frac{1}{2}\mathbf{e}_y$

(e) $\mathbf{r}_{OM} = 3\mathbf{e}_y$

4. Die Rotationsgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ und die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_P$ eines Punktes P eines beliebigen starren Körper seien gegeben als

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} [1/s]; \qquad \mathbf{v}_P = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} [m/s]. \tag{1}$$

Unter welcher Bedingung führt der Körper momentan eine reine Rotation aus?

(a) $v_x = 2v_y$

(b) $v_x = -v_y$

(c) $v_x = v_y$

(d) $v_x = \sqrt{2}v_y$

(e) $v_z = 0$

5. Gegeben sei die Bahnkurve $y(t) = \sin^2 x(t)$. Zur Zeit $t_1 = 1$ $[s]$ sind $x(t_1)$ und $\dot{x}(t_1)$ gegeben als

$$x(t_1) = \frac{\pi}{4}\ [m]; \qquad \dot{x}(t_1) = 1\ [m/s].$$

Was ist die Schnelligkeit $v(t_1)$?

(a) $v(t_1) = 1$

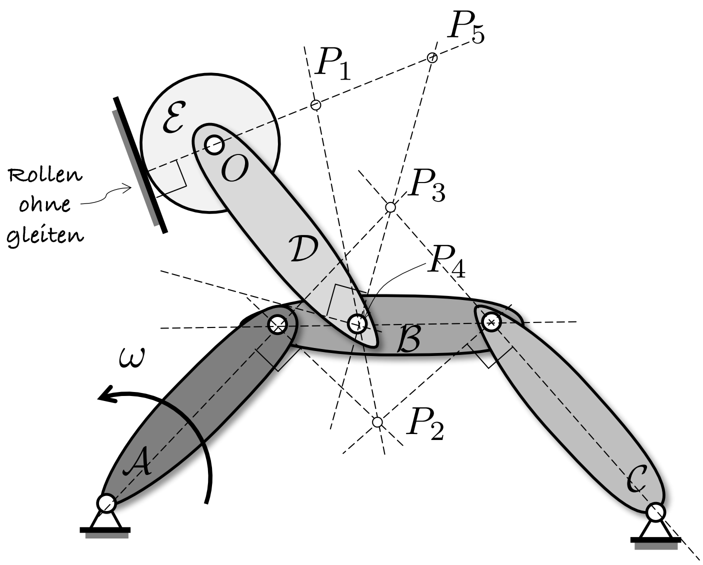
(b) $v(t_1) = \sqrt{2}$

(c) $v(t_1) = -\frac{1}{2}$

(d) $v(t_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(e) $v(t_1) = 2\sqrt{2}$

6. Das in der Abbildung dargestellte ebene Mehrkörpersystem besteht aus 5 starren Körpern $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$ und $\mathcal{E}$, die über Drehgelenke miteinander verbunden sind, wie dargestellt. Die Körper $\mathcal{A}$ und $\mathcal{C}$ sind an einer ihrer Spitzen mit dem Boden gelenkig verbunden, während die Kreisscheibe $\mathcal{E}$ auf einer Ebene rollt, ohne zu gleiten. Zum dargestellten Zeitpunkt dreht sich der Körper $\mathcal{A}$ um sein Gelenk mit der Rotationsgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$.



Was ist das Momentanzentrum vom Körper $\mathcal{D}$?

(a) P_1

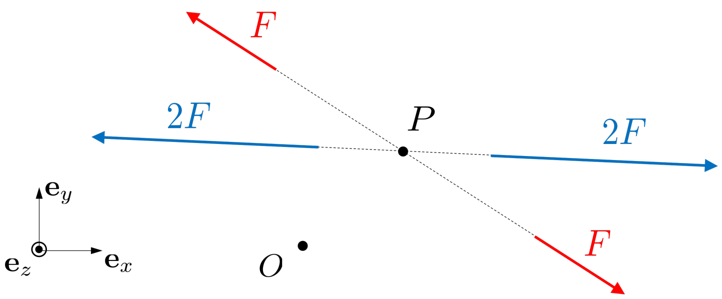
(b) P_2

(c) P_3

(d) P_4

(e) P_5

7. Betrachten Sie die Kräftegruppe auf der Skizze, die aus zwei Kräften vom Betrag F und zwei Kräften vom Betrag $2F$ besteht. Die Kräfte gleichen Betrags und entgegengesetzter Richtung haben die gleiche Wirkungslinie, wie dargestellt. Die zwei Wirkungslinien überschneiden sich im Punkt P.



Was ist die Dyname relativ zu einem beliebigen Punkt O?

(a) $\mathbf{R} \neq \mathbf{0}$; $\mathbf{M}_O = \mathbf{0} \quad \forall\, O$

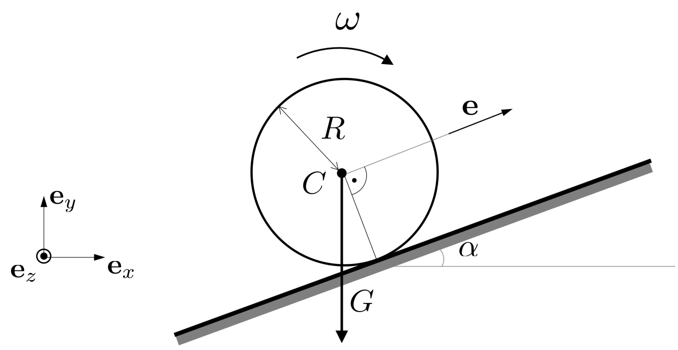
(b) $\mathbf{R} = \mathbf{0}$; $\mathbf{M}_O \neq \mathbf{0}$

(c) $\mathbf{R} \neq \mathbf{0}$; $\mathbf{M}_O \neq \mathbf{0}$

(d) $\mathbf{R} = \mathbf{0}$; $\mathbf{M}_O = \mathbf{0} \quad \forall\, O$

(e) $\mathbf{R} = \mathbf{0}$; $\mathbf{M}_O = \mathbf{0}$ nur wenn $O = P$

8. Ein homogenes Rad mit Gewicht G, Radius R und Mittelpunkt C rollt ohne zu gleiten auf einer schiefen Ebene mit Neigungswinkel α. Die Rotationsgeschwindigkeit des Rades ist gegeben als $\boldsymbol{\omega} = -\omega\, \mathbf{e}_z$ wie dargestellt.



Was ist die Leistung im Punkt C?

(a) $P = G\omega R$

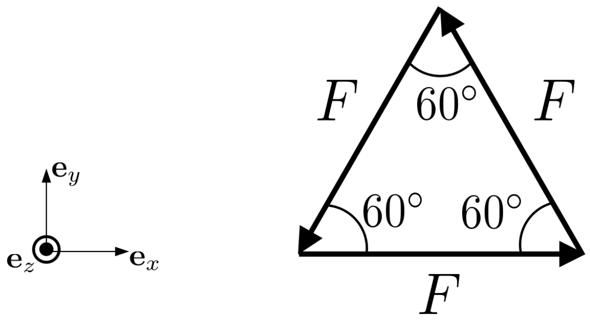
(b) $P = -G\omega R \cos\alpha$

(c) $P = G\omega$

(d) $P = 0$

(e) $P = -G\omega R \sin\alpha$

9. Betrachten Sie die dargestellte Kräftegruppe, die aus drei Kräften vom Betrag F besteht. Die Kräfte schliessen miteinander einen Winkel von 60° ein.



Was ist die Resultante der Kräftegruppe ?

(a) $\mathbf{R} = \frac{1}{2}F\mathbf{e}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{e}_y$

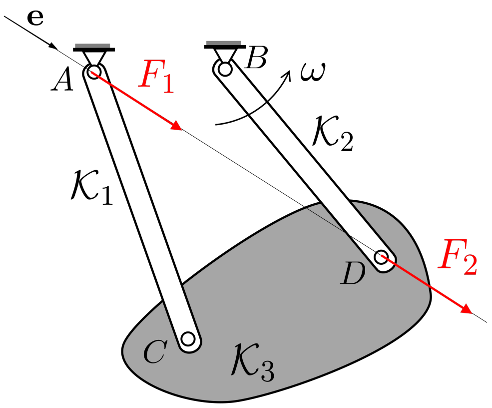
(b) $\mathbf{R} = 2F\mathbf{e}_x$

(c) $\mathbf{R} = -2F\mathbf{e}_x$

(d) $\mathbf{R} = F\mathbf{e}_x + F\mathbf{e}_y$

(e) $\mathbf{R} = \mathbf{0}$

10. Betrachten Sie das abgebildete System, das aus den 3 Starrkörpern $\mathcal{K}_1$, $\mathcal{K}_2$, $\mathcal{K}_3$ besteht. Die Körper $\mathcal{K}_1$ und $\mathcal{K}_3$ bzw. $\mathcal{K}_2$ und $\mathcal{K}_3$ sind in C bzw. in D miteinander gelenkig verbunden. Das System ist in den Punkten A und B gelenkig gelagert. Die Kräfte $\mathbf{F}_1$ und $\mathbf{F}_2$, die an den Punkten A bzw. D greifen, besitzen *den gleichen Betrag* F und die gleiche Wirkungslinie. Wir wissen zusätzlich, dass Körper $\mathcal{K}_2$ die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega} \neq \mathbf{0}$ hat; ihre Richtung kann von der Abbildung abgelesen werden. Wir bezeichnen mit $\mathbf{R}$ die Resultante von $\mathbf{F}_1$ und $\mathbf{F}_2$ und mit $\mathbf{M}_A$ bzw. $\mathbf{M}_D$ das resultierende Moment bezüglich A bzw. D.



Welche der folgenden Aussagen ist *nicht* richtig?

(a) Die Gesamtleistung ist nicht null.

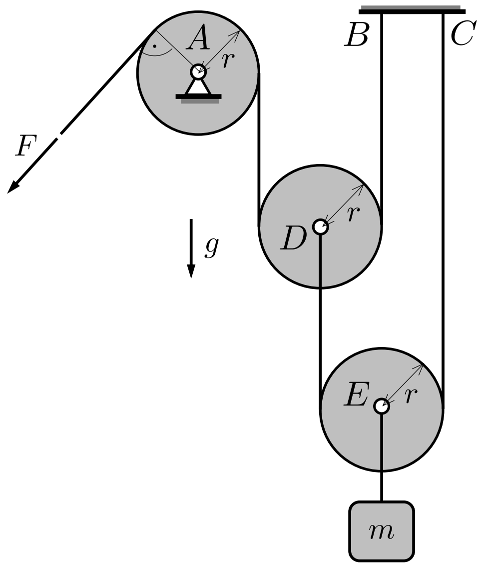
(b) Die zwei Kräfte $\mathbf{F}_1$ und $\mathbf{F}_2$ sind statisch äquivalent.

(c) $\mathbf{R} = 2F\mathbf{e}$

(d) $\mathbf{M}_A = \mathbf{0}$

(e) $\mathbf{M}_D = \mathbf{0}$

11. Das dargestellte System besteht aus drei masselosen Rollen mit gleichem Radius r, die durch undehnbare Seile verbunden sind. Die Seile sind um die Riemenscheiben gewickelt und rutschen nicht. Die obere Rolle ist in ihrem Mittelpunkt A gelenkig gelagert, während die Seile in den Punkten B und C an der Decke befestigt sind. Ein Körper der Masse m hängt am Mittelpunkt E der unteren Rolle. Die Schwerkraft g wirkt nach unten.



Wie gross ist der Betrag der Kraft **F**, die auf das Seil ausgeübt werden muss, so dass das Gleichgewicht erfüllt ist?

(a) $F = 0$

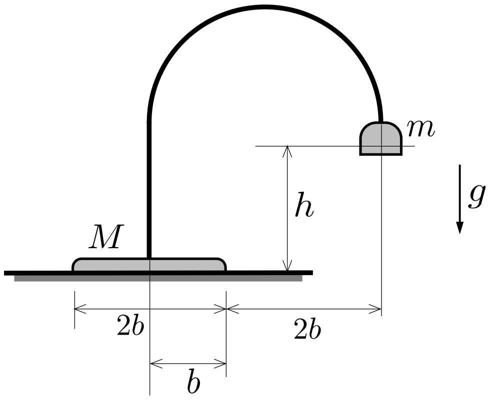
(b) $F = mg$

(c) $F = \dfrac{mg}{2}$

(d) $F = \dfrac{2mg}{3}$

(e) $F = \dfrac{mg}{4}$

12. Das dargestellte System ist ein idealisiertes Modell einer Lampe. Es besteht aus einem Unterteil von Masse M und Breite $2b$, das mit einem Punkt von Masse m durch einen masselosen, starren gebogenen Körper verbunden ist. Die Geometrie des Verbindungselements ist so beschaffen, dass sich die Lampe in der Höhe h vom Boden und im Abstand $2b$ vom Rand des Unterteils befindet, wie dargestellt. Der Unterteil hat Kontakt mit dem Boden. Die Schwerkraft wirkt nach unten.



Wie lautet die Bedingung für m, damit die Lampe nicht kippt?

(a) $m \leq \frac{M}{4}$

(b) $m \leq M$

(c) $m \leq \frac{5M}{6}$

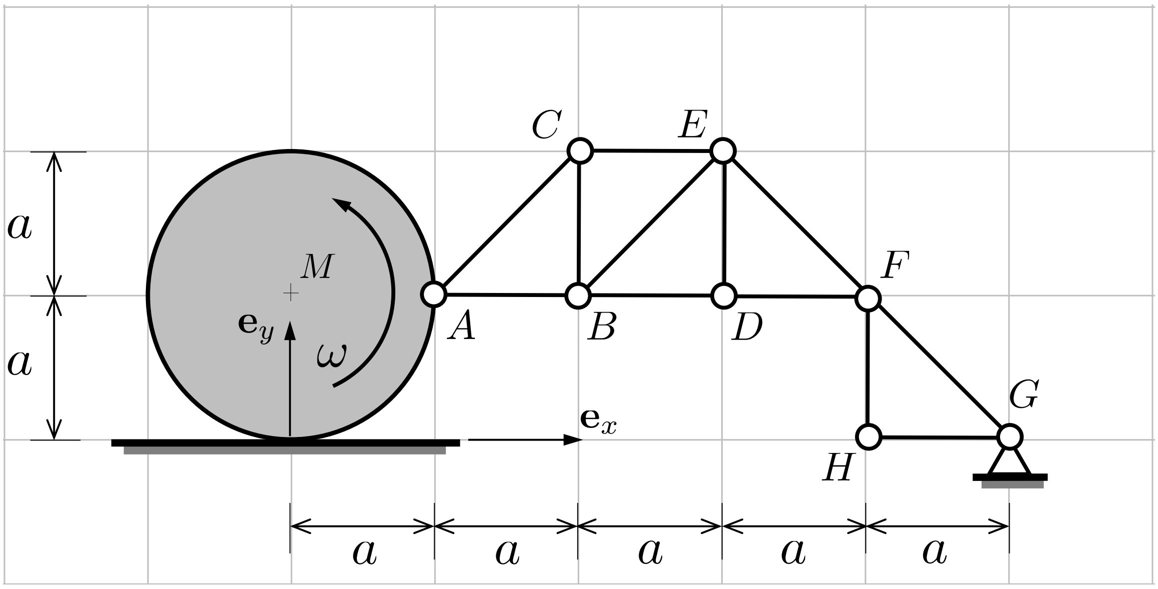
(d) $m \leq \frac{M}{2}$

(e) $m \geq \frac{h}{2b} M$

Teil II - Rechenteil

AUFGABE 1. *[9 Punkte]*

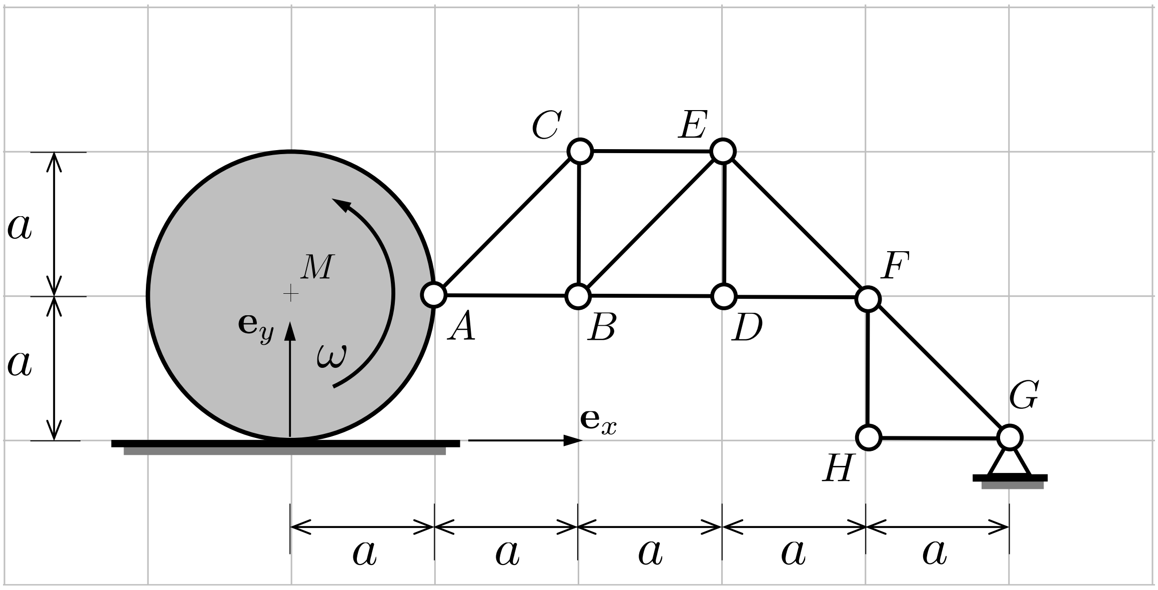
Das in der Skizze dargestellte ebene mechanische System, bestehend aus einem Rad und zwölf gelenkig miteinander verbundenen starren Stäben (ebenes Fachwerk), ist wie folgt aufgebaut: Das Rad, welches auf der gezeichneten Ebene rollt, hat die bekannte Rotationsschnelligkeit ω. Im Punkt A ist das Rad gelenkig verbunden mit den Stäben AB und AC. Im Punkt G sind die Stäbe ebenfalls gelenkig gelagert. Die schrägen Stäbe haben Länge $\sqrt{2}a$, die restlichen horizontalen und vertikalen Stäbe haben die Länge a. Der Radius des Rades ist a.



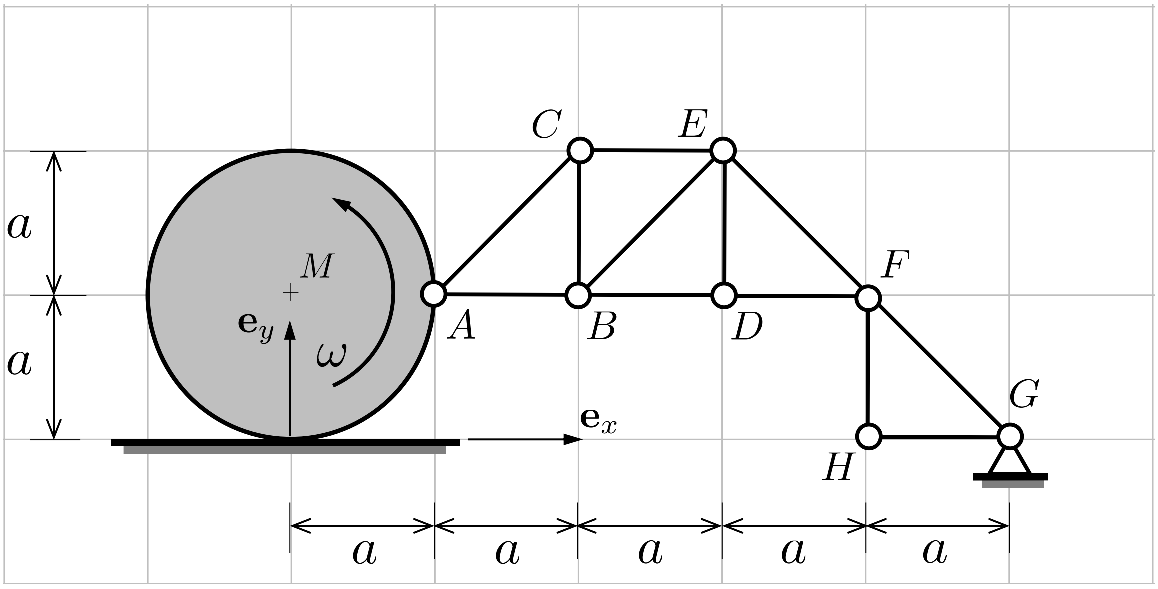
1. Benennen Sie alle starren Körper in der obenstehende Abbildung. *[1 Punkt]*

2. Ist das System statisch bestimmt? Begründen Sie ihre Antwort. *[1 Punkt]*

Die folgende Teilaufgaben 3, 4 und 5 können algebraisch oder graphisch in der unterstehenden Figur gelöst werden. Bei einer graphischen Lösung müssen Betrag und Richtung der Vektoren (d.h. auch Winkel) klar und sauber dargestellt werden. Unlesbare Antworten werden mit 0 Punkten bewertet.



Reserveskizze (Falsche Skizze klar durchstreichen):

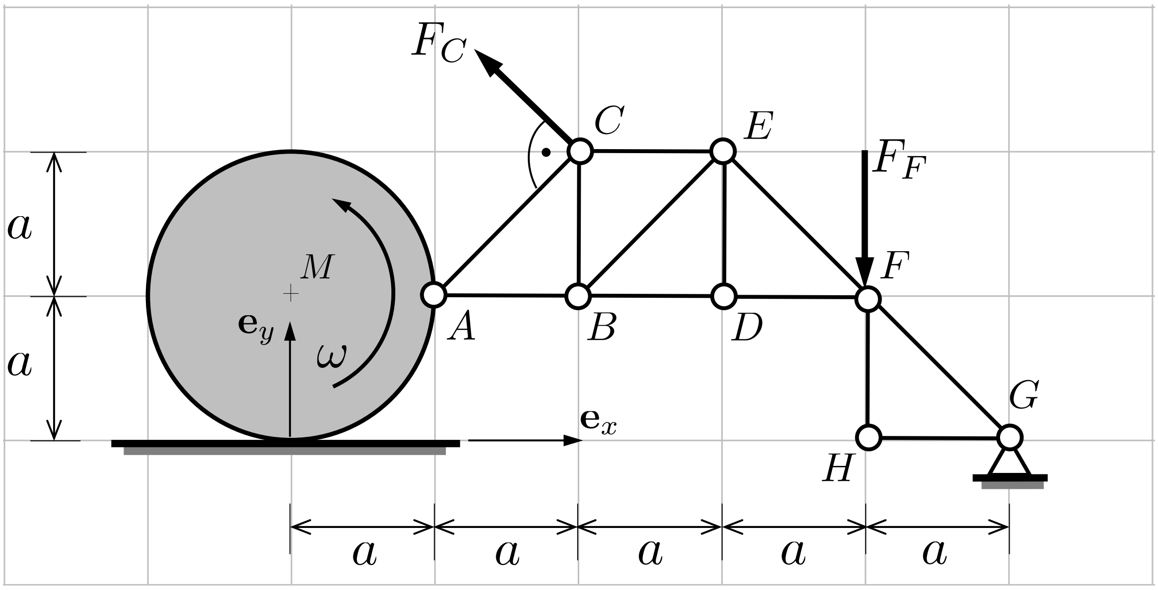


3. Finden Sie die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_A$ des Punktes A. *[1 Punkt]*

4. Zeichnen Sie die Momentanzentren aller starren Körper in die gegebene Skizze, oder geben Sie ihre kartesischen Koordinaten an. *[2 Punkte]*

5. Bestimmen Sie die Kinemate im Punkt C. *[2 Punkte]*

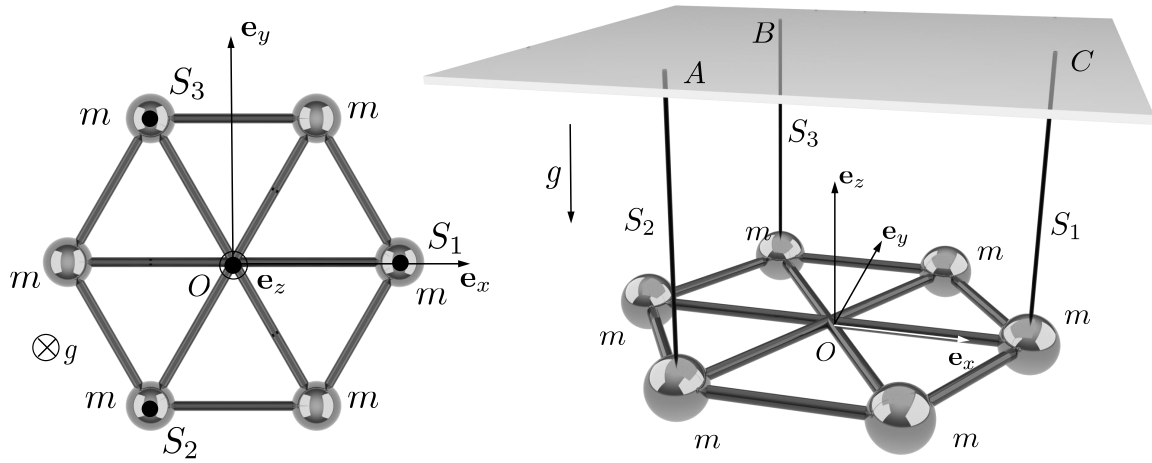
Das System sei nun wie in der Figur belastet, wobei die Kraft $\mathbf{F}_F = -F\mathbf{e}_y$ gegeben ist.



6. Finden Sie die Kraft $\mathbf{F}_C$, die senkrecht auf dem Stab AC gerichtet ist, so dass sich das System in Ruhe befindet. *[2 Punkte]*

Aufgabe 2. *[9 Punkte]*

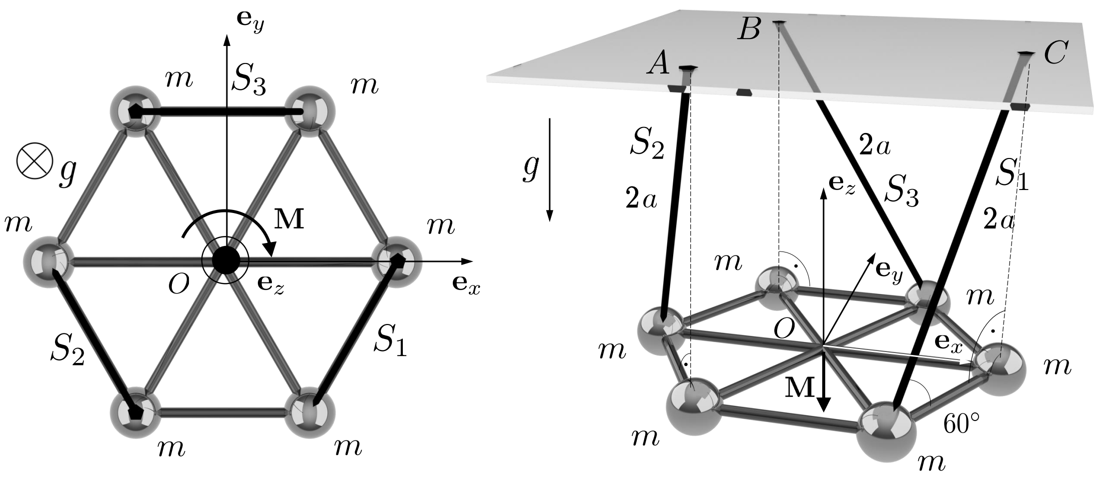
Das dargestellte System besteht aus einem masselosen hexagonalen Rahmen, wobei alle Stäbe, aus denen der Rahmen besteht, die gleiche Länge a haben. An den Eckpunkten des Sechsecks sind sechs Kugeln befestigt, wobei jede Kugel, die homogene Masse m hat (d.h. sie können als Punktmassen betrachtet werden). Das System wird von drei an der Decke befestigten Seilen S_1, S_2 und S_3 getragen, die in z-Richtung ausgerichtet sind. Die Schwerkraft g wirkt in negativer z-Richtung, wie gezeigt.



1. Geben Sie die Koordinaten des Massenschwerpunktes des Systems an. *[1 Punkt]*

2. Berechnen Sie die Spannungen in den Seilen, die das Gleichgewicht des Systems gewährleisten. *[2 Punkte]*

Ein Moment $\mathbf{M}$ in negativer z-Richtung wirkt nun auf das System und bringt es in die unten abgebildete Konfiguration (der Rahmen ist 60° um die z-Achse gedreht). Der Winkel zwischen Rahmen und Seile beträgt 60° und die Länge der Seile ist $2a$.

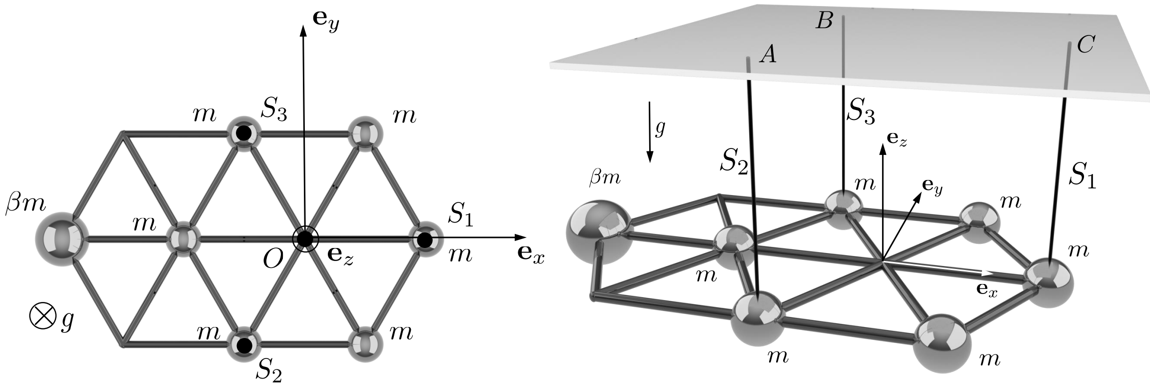


3. Ermitteln Sie den Betrag des Moments M, der erforderlich ist, damit sich der exagonale Rahmen in der gegebenen Konfiguration im Gleichgewicht befindet.

[3 Punkte]

Die folgende Teilaufgabe ist unabhängig von Teilaufgabe 3.

Das System wird nun um zusätzliche masselosen Elemente der Länge a erweitert. Eine zusätzliche Masse βm, mit $\beta > 0$, wird wie gezeigt dem System hinzugefügt.



4. Bestimmen Sie den maximalem Wert von β, so dass sich das System noch im Gleichgewicht befindet (alle Seile sind gespannt). *[3 Punkte]*

Extra Platz für Skizzen / Berechnungen.