Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

IMES
Institut für Mechanische Systeme

Technische Mechanik

Basisprüfung 3. Februar 2020, 09:00 – 11:00

Prof. Dual **Herbstsemester 2019**

Name:	Vorname:	ETH-Nummer:	Studiengang: D–

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Punkte	Punkte	Note
1. Korrektur							
Assistent							
2. Korrektur							
Assistent							

Aufgabe 1 (14 Punkte)

Das in Abbildung 1 auf dem beiliegenden Skizzenblatt dargestellte Tragwerk wird als ideales, ebenes Fachwerk aus masselosen Stäben der Länge L modelliert. Die Stäbe sind reibungsfrei und gelenkig miteinander verbunden. Im Knoten A ist das Fachwerk in einem reibungsfreien Loslager gelagert, im Knoten I in einem reibungsfreien Festlager. In den Knoten G und J greifen die Kräfte F_G und F_J an. Die Beträge der Kräfte sind

$$|\boldsymbol{F}_G| = \sqrt{3}F, \quad |\boldsymbol{F}_J| = F.$$

Die Richtungen der Kräfte sind in der Skizze eingezeichnet. Im Folgenden soll die Stabkraft im Stab $\overline{DE}$ mittels des Prinzips der virtuellen Leistungen berechnet werden.

(a) Entfernen Sie den Stab $\overline{DE}$. Führen Sie auf dem beiliegenden Skizzenblatt auf der Lösungsskizze einen mit den Bindungen verträglichen virtuellen Bewegungszustand ein. Markieren Sie dazu sämtliche Starrkörper, zeichnen Sie deren Momentanzentren ein und bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeiten. Geben Sie die Winkelgeschwindigkeiten mit eingezeichneter Richtung und Betrag an. [*8 Punkte*]

(b) Berechnen Sie die virtuellen Leistungen in den Punkten D, E, G und J. [*4 Punkte*]

(c) Berechnen Sie die Stabkraft. Handelt es sich um einen Druck- oder einen Zugstab? Begründen Sie Ihre Antwort! [*2 Punkte*]

Aufgabe 2 (19 Punkte)

Gegeben ist ein System bestehend aus einer homogenen Rolle mit Radius $L/2$ und Masse m_1 und zwei fest verschweissten, masselosen Balken $\overline{CD}$ und $\overline{DE}$ der Länge $2L$ und L, sowie einer Punktmasse m_2, die mit dem Balken $\overline{DE}$ verbunden ist, siehe Abbildung 2. Die Rolle steht auf einer schiefen Ebene mit Steigungswinkel $\alpha = 45°$. Zwischen der Oberfläche und der Rolle herrscht Haftreibung mit Haftreibungskoeffizienten μ_0 und Rollwiderstand mit Rollwiderstandslänge μ_2. Beide Koeffizienten sind noch unbekannt. Der Balken $\overline{CD}$ ist gelenkig und reibungsfrei im Mittelpunkt der Rolle befestig und in halber Länge reibungsfrei und gelenkig in einem Loslager gelagert. Auf beide Massen wirkt die Schwerkraft mit Erdbeschleunigung g.

(a) Skizzieren Sie den Freischnitt der Rolle, des Systems bestehend aus den beiden Stäben $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ und der Punktmasse. [*4 Punkte*]

(b) Ruhe vorausgesetzt, stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen für die beiden Körper auf und berechnen Sie die Bindungskräfte, sowie Reibungskräfte und -momente in den Punkten A, B und C. [*9 Punkte*]

(c) Angenommen die Rolle haftet, geben Sie die Bedingung an m_1 in Funktion von m_2 an, so dass das System in Ruhe ist. [*2 Punkte*]

(d) Wie gross muss der Haftreibungskoeffizienten μ_0 mindestens sein, so dass Ruhe möglich ist. [*2 Punkte*]

(e) Geben Sie die minimale Rollwiderstandslänge an, so dass Ruhe möglich wäre. [*2 Punkte*]

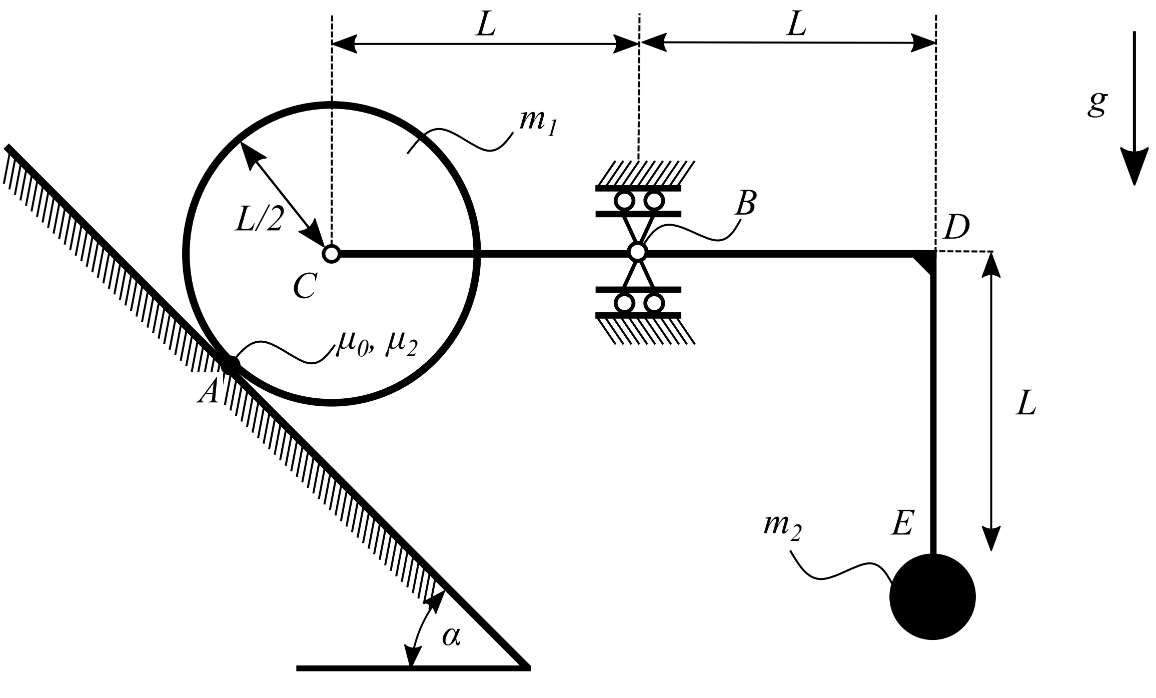

Abbildung 2: Skizze zu Aufgabe 2.

Aufgabe 3 (18 Punkte)

Wir untersuchen den in Abbildung 3 skizzierten ebenen Mechanismus. Der Mechanismus besteht aus einem Quader A (Masse m), einem Quader B (Masse m), einer Stufenrolle C (Innenradius R_1, Aussenradius R_2, Massenträgheitsmoment I_C) und der Rolle D (Radius R_3, Massenträgheitsmoment I_D). Quader A gleitet reibungsfrei auf der Oberfläche mit Neigungswinkel $\beta = 30°$ und ist mit einem Seil an der Stufenrolle C befestigt. Eine masselose Feder mit Federkonstante k verbindet die Stufenrolle C und die Rolle D. Die Rolle D rollt ohne zu gleiten auf Quader B. Quader B wiederum ist in Loslagern befestigt und kann sich reibungsfrei in der Horizontalen bewegen.

<u>Annahmen:</u> Alle Körper sind homogen; Seile masselos, undehnbar und immer gespannt; Kontakte zwischen Seilen und Rollen ohne Schlupf; Rollen sind reibungsfrei gelagert; Quader A kann nicht kippen; es wirkt die Schwerkraft auf alle Massen. Verwenden Sie in Ihrer Berechnung:

$$R_1 = R, \quad R_2 = 2R, \quad R_3 = R, \quad I_C = {R_2}^2 m/2, \quad I_D = {R_3}^2 m/2$$
$$\sin\beta = 1/2, \quad \cos\beta = \sqrt{3}/2.$$

(a) Welchen Freiheitsgrad hat das System für die gegebenen kinematischen Bedingungen? [*1 Punkt*]

(b) Schneiden Sie die beiden Quader und die Rollen frei und zeichnen Sie alle relevanten Kräfte ein, die an den Körpern angreifen. [*4 Punkte*]

(c) Stellen Sie für die beiden Quader den Impulssatz und für beide Rollen den Drallsatz auf. Verwenden Sie dazu die in der Skizze eingezeichnet Koordinaten x_1, x_3, φ_1 und φ_2 und die Kräfte aus Ihrem Freischnitt. [*4 Punkte*]

(d) Formulieren Sie die kinematischen Relationen zwischen den Geschwindigkeiten $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$ und $\dot{\varphi}_1$, sowie zwischen $\dot{x}_3$ und $\dot{\varphi}_2$. [*3 Punkte*]

(e) Formulieren Sie das Federgesetz für die Feder in den Variablen x_2 und φ_2. Verwenden Sie danach die kinematischen Relationen und formulieren Sie das Federgesetz in den Variablen x_1 und x_3. Nehmen Sie an, die Feder ist für $x_1 = x_2 = x_3 = \varphi_1 = \varphi_2 = 0$ entspannt. [*2 Punkte*]

(f) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für den Mechanismus in den Lagekoordinaten x_1 und x_3 auf. Nutzen Sie Ihre Lösungen aus den vorangehenden Teilaufgaben, um alle Feder- und Bindungskräfte zu eliminieren. [*4 Punkte*]

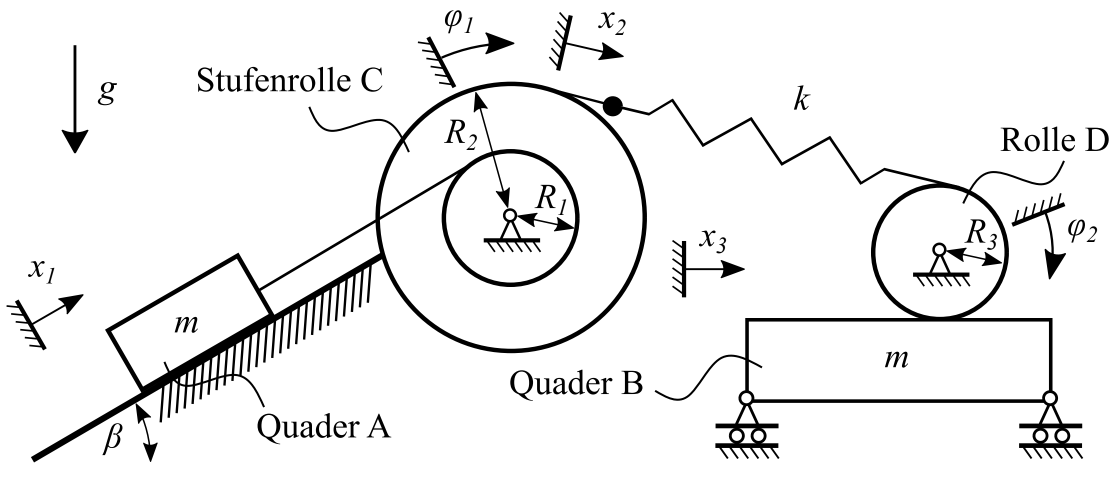

Abbildung 3: Skizze zu Aufgabe 3.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben ist ein Quader der Dimension $a \times a \times b$, dessen momentaner Bewegungszustand eine reine Rotation mit Rotationsschnelligkeit $|\boldsymbol{\omega}| = v/a$ ist. Die x-Komponente der Geschwindigkeit des Punkts A, die z-Komponente der Geschwindigkeit in B, sowie die Komponenten von $\boldsymbol{\omega}$ sind unbekannt. Die restlichen Komponenten der Geschwindigkeiten von A und B sind gegeben:

$$\boldsymbol{v}_A = \begin{pmatrix} v_{Ax} \\ v \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{Bz} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}.$$

Die Lage der Punkte A und B ist in der Skizze in Abbildung 4 eingezeichnet.

(a) Berechnen Sie v_{Ax}, v_{Bz}, ω_x, ω_y und ω_z. [*6 Punkte*]

Die momentane Rotationsachse kann mit der Formel

$$\boldsymbol{r}(s) = \boldsymbol{r}_0 + s\,\boldsymbol{e}$$

beschrieben werden, wobei $\boldsymbol{r}_0$ ein beliebiger Punkt der Achse ist, $\boldsymbol{e}$ der Richtungsvektor der Rotationsachse und s der freie Parameter.

(b) Wie lautet die Kinemate eines beliebigen Punkts auf der Rotationsachse? [*1 Punkt*]

(c) Geben Sie Vektoren $\boldsymbol{r}_0$ und $\boldsymbol{e}$ an. [*3 Punkte*]

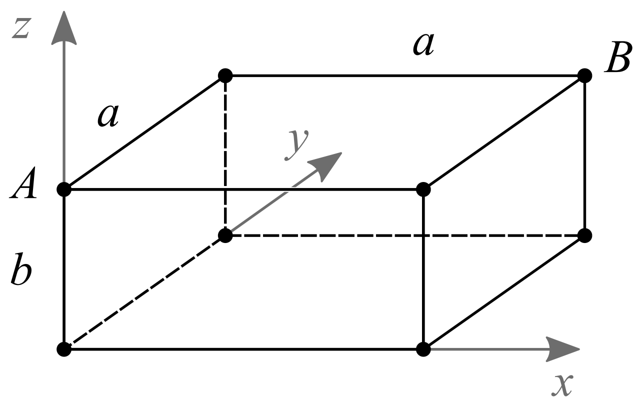

Abbildung 4: Skizze zu Aufgabe 4.