ETH

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Zentrum für Mechanik

IMES
Institut für Mechanische Systeme

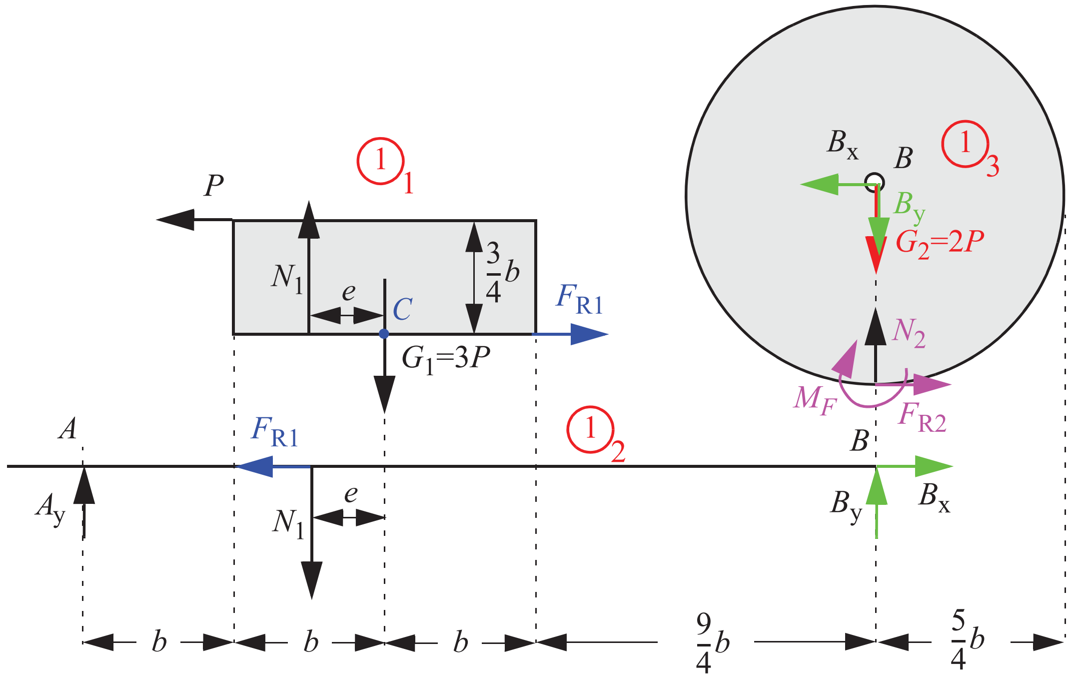
Technische Mechanik

Klausur III   9. Dezember 2014, 8^{15} - 9^{15}

Dr. Stephan Kaufmann   **Musterlösung**   **Herbstsemester 2014**

Aufgabe 1 *(16 Punkte)*

a)



b) Quader: 1^{KR}_{4}

R_x: $F_{R1} - P = 0 \quad \rightarrow F_{R1} = P$ gilt $F_{R1} \le \mu_0 N_1$? Mit $\mu_0 = \frac{1}{2}$: 1^{KR}_{6}

R_y: $N_1 - 3P = 0 \quad \rightarrow N_1 = 3P$ $\quad P \le \frac{3}{2}P$ erfüllt $\rightarrow$ haftet (rutscht nicht) 1_7

1^{KR}_{5} M_C: $eN_1 - \frac{3}{4}bP = 0 \quad \rightarrow e = \frac{1}{4}b \rightarrow$ gilt $e \le b$? $\frac{1}{4}b \le b$ erfüllt $\rightarrow$ kippt nicht 1_9 1^{KR}_{8}

c) Ladefläche:

R_x: $B_x - F_{R1} = 0 \quad \rightarrow B_x = P$ 1^{KR}_{10}

R_y: $A_y + B_y - N_1 = 0$

M_A: $\frac{7}{4}bN_1 - \frac{21}{4}bB_y = 0 \quad \rightarrow B_y = \frac{1}{3}N_1 = P$ 1^{KR}_{11}

Rad:

R_x: $-B_x + F_{R2} = 0 \quad \rightarrow F_{R2} = P$ gilt $F_{R2} \le \mu_0 N_2$? Mit $\mu_0 = \frac{1}{2}$:

1^{KR}_{12}

R_y: $N_2 - B_y - 2P = 0 \quad \rightarrow N_2 = 3P$ $\quad P \le \frac{3}{2}P$ erfüllt $\rightarrow$ haftet (rutscht nicht) 1_{14}

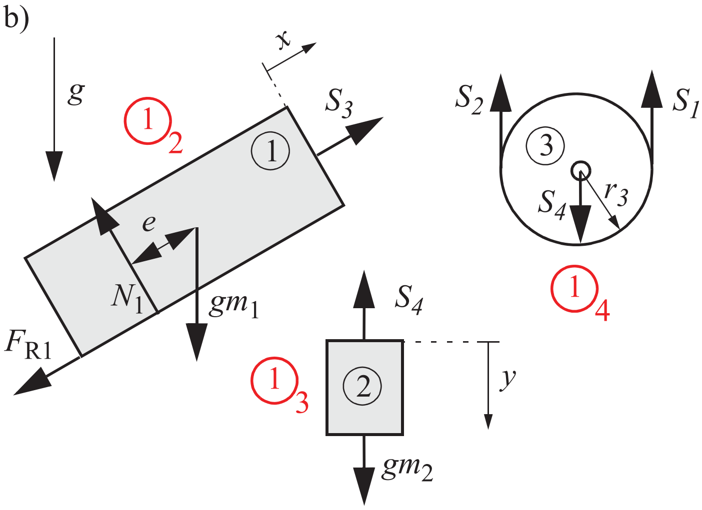
M_B: $M_F - \frac{5}{4}bF_{R2} = 0$ 1^{KR}_{13} $\rightarrow M_F = \frac{5}{4}bP$

1^{KR}_{15} gilt $M_F \le \mu_2 N_2$? Mit $\mu_2 = \frac{1}{4}b$: $\rightarrow M_F = \frac{5}{4}bP \not\le \frac{3}{4}bP$ nicht erfüllt, das Rad rollt. 1_{16}

Aufgabe 2 (16 Punkte + 1 Bonuspunkt)

a) Der Freiheitsgrad des Systems ist 2. (1)$_{1}$

b)



c) Aus den Momentenbedingungen für Rolle 1 und Rolle 3 (masselos) folgt:

Rolle 3:

M_z: $S_1 r_3 - S_2 r_3 = 0$ (1)$_{5}$

$\Rightarrow S_1 = S_2$

Rolle 1:

M_z: $S_2 r_1 - S_3 r_1 = 0$ (1)$_{6}$

$\Rightarrow S_3 = S_2$

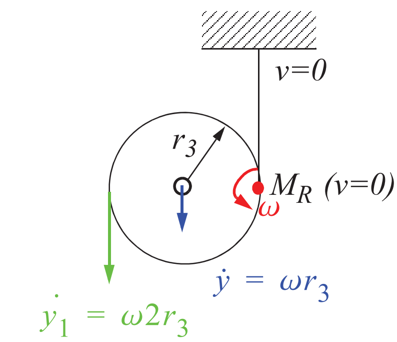
Die Seilkräfte sind also überall gleich gross, da die Rollen masselos modelliert werden. (Die Kraft einer Feder ist auf beiden Seiten gleich

(Anmerkung: Die Distanz e ist im Massepunktmodell irrelevant.)

Masselose Rolle 3: $S_1 + S_2 - S_4 = 0 \quad \rightarrow S_4 = 2S_1$ (1)$_{7}$

Die Seilkraft berechnet sich aus dem Federgesetz: $S_1 = S_2 = k\Delta l$

Die Verlängerung Δl berechnet sich aus der Differenz der beiden Verschiebungen x und y. Hierbei muss die kinematische Relation beim Abrollen der Rolle 3 gemäss nebenstehender Teilskizze beachtet werden:



$$\dot{y}_1 = \omega 2 r_3 = 2\dot{y} \text{ und somit } y_1 = 2y$$ (1)$_{8}$

Die Verlängerung Δl der Feder ist somit:

$$\Delta l = y_1 - x = 2y - x$$ (1)$^{KR}_{9}$

und die Seilkraft: $S_1 = S_2 = 2ky - kx$ (1)$^{KR}_{10}$

d) Quader 1: GGW normal zu x: $N_1 - m_1 g \cos 30° = 0$ (1)$^{KR}_{11}$ $\rightarrow N_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g$

Gleitreibung: $F_{R1} = \mu_1 N_1 \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}$ (1)$_{12}$ (1)$_{Bonus}$ $\rightarrow F_{R1} = \frac{\sqrt{3}}{2}\mu_1 m_1 g \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}$

(1)$^{KR}_{13}$ $m_1 \ddot{x} = S_3 - F_{R1} - g m_1 \sin 30°$

$$m_1 \ddot{x} = S_3 - \frac{\sqrt{3}}{2}\mu_1 m_1 g \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} - \frac{1}{2} m_1 g \rightarrow \quad m_1 \ddot{x} + kx - 2ky + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mu_1 \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + \frac{1}{2}\right) m_1 g = 0$$ (1)$_{14}$

Quader 2: $m_2 \ddot{y} = m_2 g - S_4 = m_2 g - 2S_1 \rightarrow m_2 \ddot{y} + 4ky - 2kx - m_2 g = 0$

(1)$^{KR}_{15}$ (1)$_{16}$