Elektrotechnik 1

Übung 1 – Elektostatik, Kondensatoren

Bitte Mikrofon stummschalten

Wenn ihr eine Frage habt,
Chat oder «Unmute»

Zoom – online Übungsstunde

Wer bin ich?

- Lars Horvath
- Studiere Elektrotechnik am D-ITET im 8. Semester
- ET1 Assistenz im FS19, NUS Assistenzen, ET1 PVK

- Unterlagen: **https://n.ethz.ch/~lhorvath/**
- Email: lhorvath@student.ethz.ch

Ablauf Übungsstunde

Erste Stunde:

- Kurze Theorie "aus Studenten-Sicht erklärt"
- Eigene Beispiele oder Beispiele aus der Serie
- Tipps

Zweite Stunde:

- Serien lösen

Wichtig! keine ausführliche Nachbesprechung, ausser dies wird gewünscht
(Bitte rechtzeitig per Mail bei mir melden!)

Fahrplan heute

Theorie:

- E-Feld zeichnen
- Potential vs. Spannung
- Kondensatoren
- Ohm'sches Gesetz

Beispiele

Theorie – elektrisches Feld

E-Feld: $$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{A}\,\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

- Jede Ladung erzeugt ein elektrisches Feld – von plus zu minus

- Feldlinien zeichnen:
  1. Innerhalb eines elektr. Leitfähigen Körpers keine Feldlinien
  2. Feldlinien stehen immer senkrecht auf leitfähigem Körper
  3. Feldlinien schneiden sich nie!
  4. Je stärker das Feld, desto mehr Feldlinien sind vorhanden
  5. Liegen die Ladungen innerhalb der Metallhülle, ist das Feld aussen nur von der Gesamtladung abhängig, nicht von der Verteilung

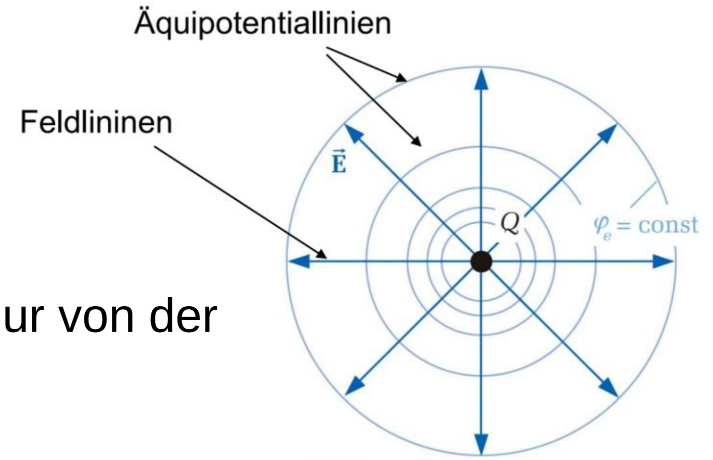


Abbildung 1.13: Feldbild einer Punktladung

- Äquipotentialflächen = Flächen mit gleichem Potential

Theorie: Coulomb’sches Gesetz

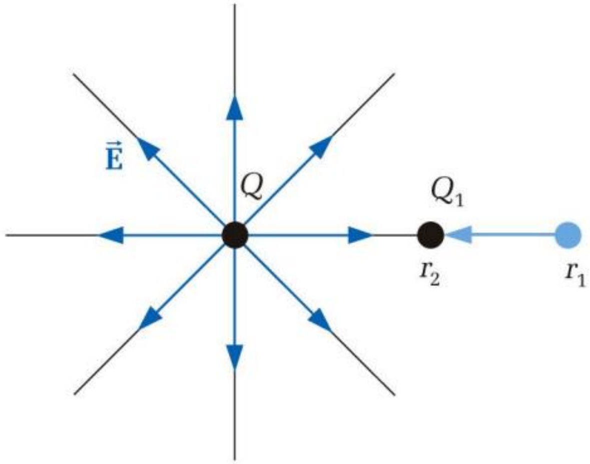


Abbildung 1.12: Verschiebung einer Punktladung im Feld einer zweiten Punktladung

Kraft

$$F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Energie

$$E_{pot} = \int \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{S}$$

Theorie: elektrisches Potential

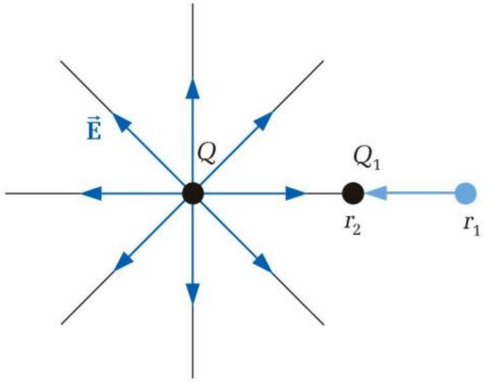


Abbildung 1.12: Verschiebung einer Punktladung im Feld einer zweiten Punktladung

E-Feld einer Punktladung:

$$\boxed{\mathrm{E} = \frac{Q}{4\,\pi\,r^2\,\varepsilon_0\varepsilon_r}}$$

$$[E] = \frac{V}{m}$$

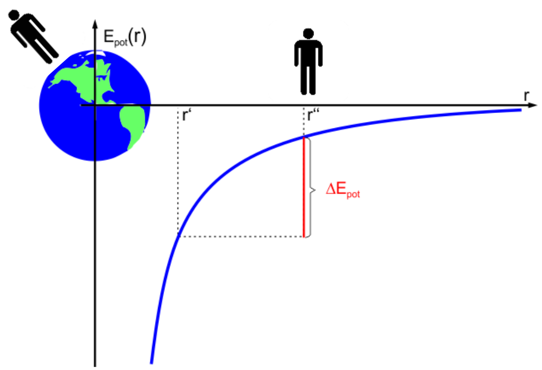
Kraft $$F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r^2}$$

Energie $$E_{pot} = \int \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{S}$$

Potential $$\boxed{\phi(r) = \frac{E_{pot}}{Q} = -\int_{\infty}^{r} \vec{E}\,d\vec{s}}$$

Spannung $$\boxed{U = \phi(r_1) - \phi(r_2)}$$

Vgl. Gravitationspotential



$$F_G = G\frac{m_1m_2}{r^2}$$

$$E_{pot} = mgh$$

Theorie: Kapazität

Definition Kapazität:

$$\boldsymbol{C = \frac{Q}{U}}$$

Kapazität entspricht Fähigkeit Ladung aufzunehmen.

Einheit:

$[C] = \frac{C}{V} = F$ (Farad)

Allg. Vorgehensweise:

Ladung

$$\boldsymbol{Q = \oiint_A \vec{D}\, d\vec{A} = \oiint_A \sigma\, dA = \sigma\, A}$$

Spannung

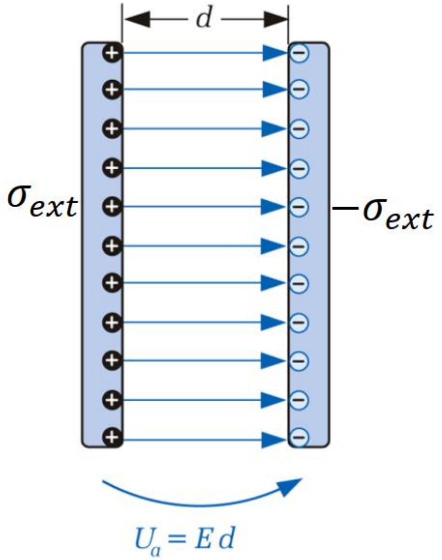
$$\boldsymbol{U = \int_s \vec{E}\, d\vec{s} = E\, d}$$

Verschieden sind jeweils:

- Fläche A
- Ladungsdichte $\sigma = \frac{Q}{A}$
- E-Feld $E = \frac{Q}{A\, \varepsilon_0 \varepsilon_r}$

Theorie: Beispiel Plattenkondensator

Plattenkondensator



Ladung $\boldsymbol{Q = \oiint_A \vec{D}\, d\vec{A} = \oiint_A \sigma\, dA = \sigma\, A}$

Spannung $\boldsymbol{U = E\, d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\, d = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r\, A}\, d}$

➡ Kapazität: $C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r\, A}{d}$

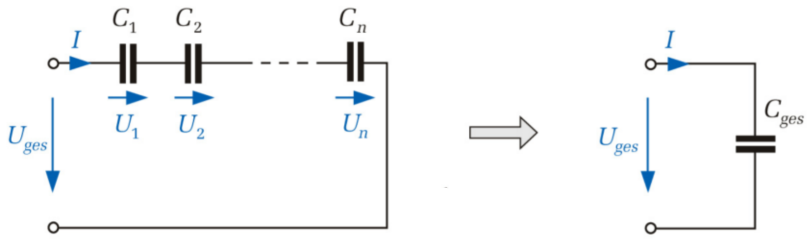
! An Prüfung zB. mit Zylinderkondensator, Kugelkondensator

Theorie: Serien- und Parallelschaltung bei Kondensatoren

Serienschaltung

$$\boxed{C_{ges}^{-1} = \sum C_i^{-1}}$$

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$



- Ladung an jedem Kondenator gleich
- Spannung verteilt sich über alle Kondensatoren

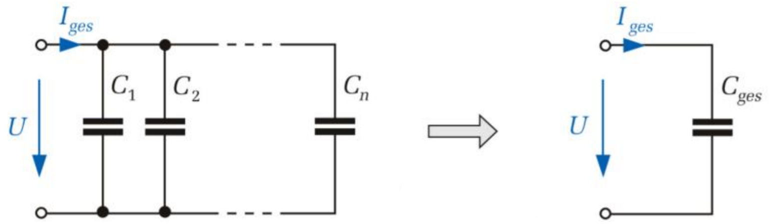
  →Grösserer Gesamtabstand

Spezialfall 2 Kondensatoren: $\boxed{C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}$

Parallelschaltung

$$\boxed{C_{ges} = \sum C_i}$$

$$C_{ges} = C_1 + C_2 + \cdots C_n$$



- Spannung ist gleich über jeden Kondensator
- Ladung verteilt sich über alle Kondensatoren

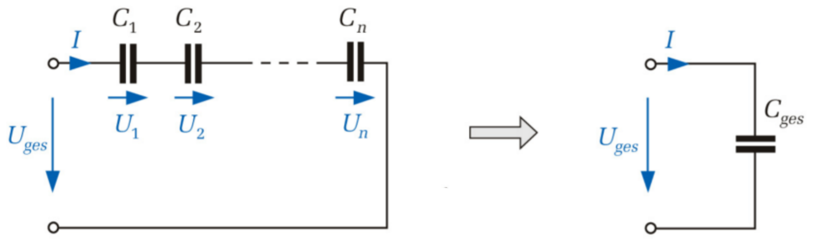
  → Grössere Gesamtfläche

Theorie: Serien- und Parallelschaltung bei Kondensatoren

Serienschaltung

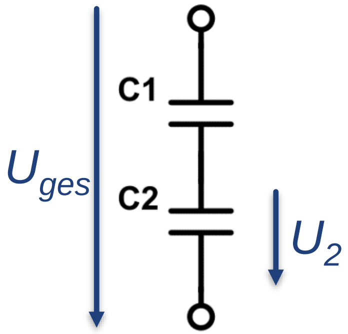
$$C_{ges}^{-1} = \sum C_i^{-1}$$

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$



Spannungsteiler:

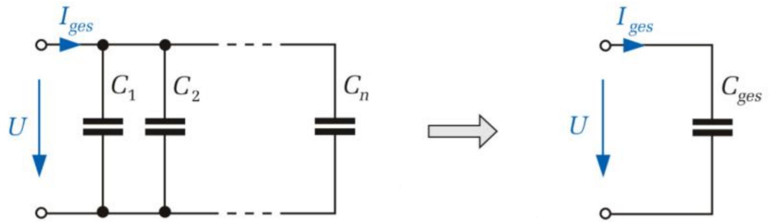
$$U_2 = U_{ges} \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$



Parallelschaltung

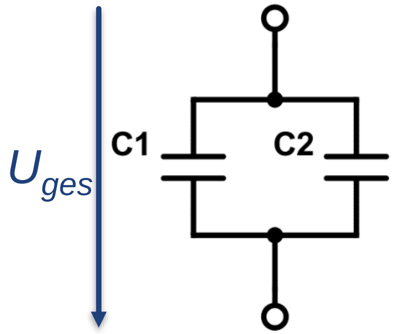
$$C_{ges} = \sum C_i$$

$$C_{ges} = C_1 + C_2 + \cdots C_n$$

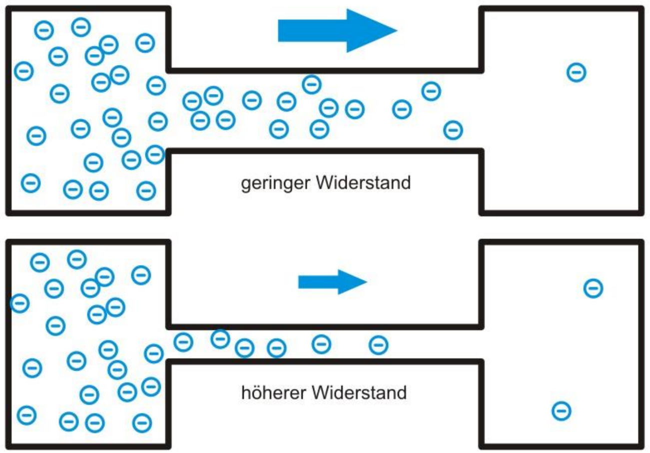


Ladungsteiler:

$$Q_2 = Q_{ges} \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

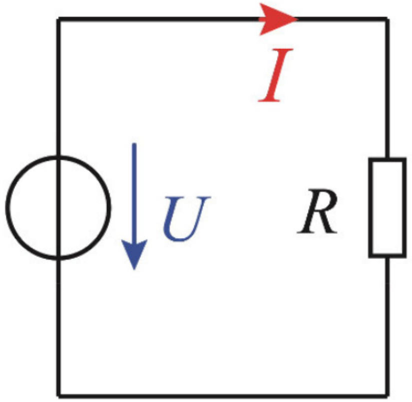


Theorie: Ohmsches Gesetz



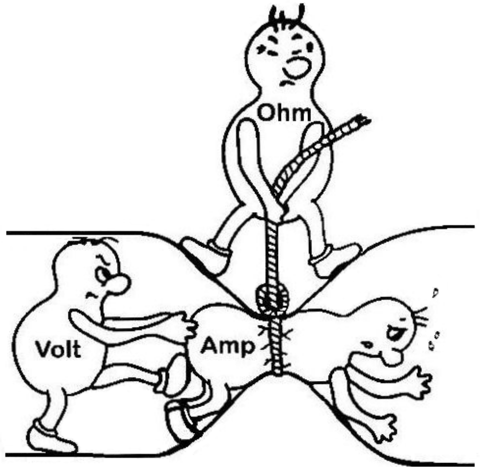
Ohm'scher Widerstand $[R] = \Omega$

Ein Bauteil, welches immer den selben Widerstand hat, unabhängig vom Strom, welcher durch ihn hindurch fliesst.



Es gilt das Ohm'sche Gesetz: $\boldsymbol{U = R \cdot I}$

Widerstand Gibt an, wie frei sich die Ladungsträger bewegen können. Ein höherer Widerstand führt zu einem reduzierten Strom.



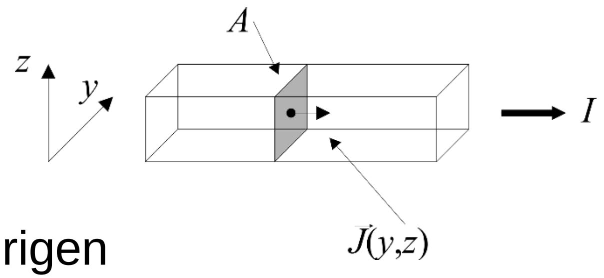
Schaltsymbol:

Weitere Definitionen:

Leitwert: $G = {}^{1}/_{R}$

Theorie: elektrisches Strömungsfeld

Strom (allg.) $\boxed{I = \int_A \vec{J}\, d\vec{A}}$



Stromdichte $\boxed{J = \frac{I}{A}}$

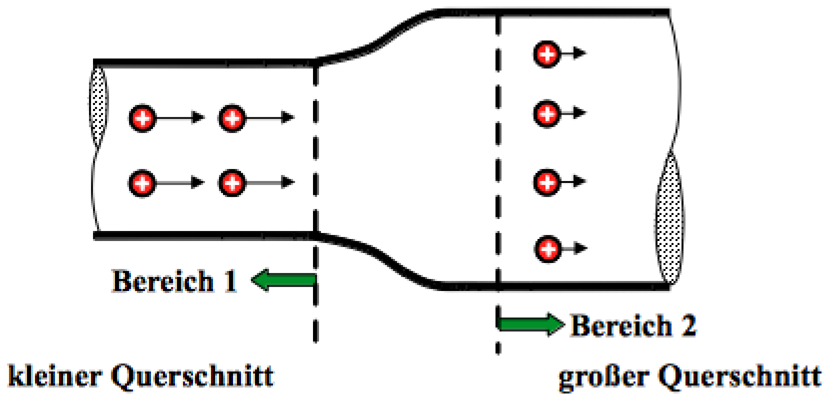
Wobei $d\vec{A}$ senkrecht auf dem zugehörigen Flächenelement steht.

Wenn Stromdichte gleichmäßig über die Querschnittsfläche verteilt ist (meistens, bei Gleichstrom), dann

$$I = \vec{J} * \vec{A} = J * A$$

Skalarprodukt vereinfacht sich, da Fläche senkrecht durchflossen (meistens)

Gleiche Anzahl Ladungen = konst. Strom



Grosse Stromdichte **kleine Stromdichte**

Beispiel: Feldlinien

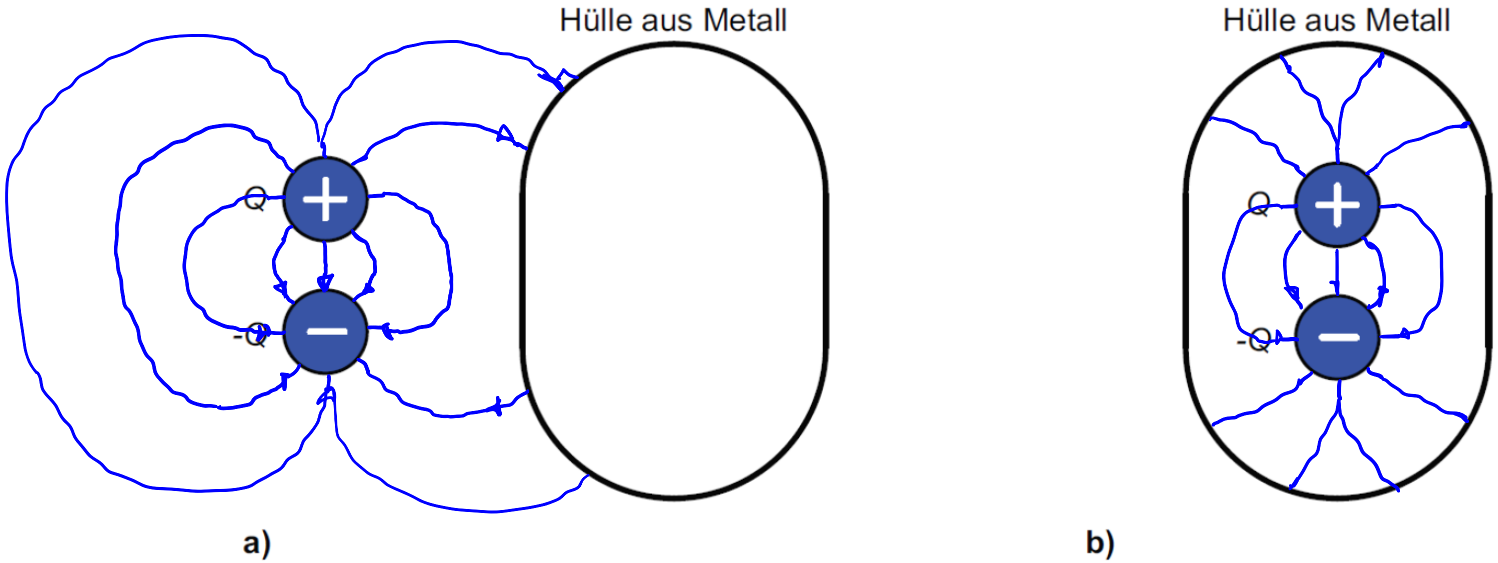
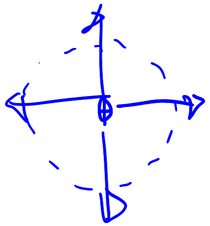


Abbildung 2 Punktladungen ausserhalb ***(a)*** *und innerhalb* ***(b)*** *einer ungeladenen Metallhülle (idealer Leiter)*



Beispiel: Feldberechnung

4. Feldberechnung

(a) Betrachten Sie eine Metallkugel mit Radius a, die mit einer Ladung Q geladen ist im Vakuum. Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}})$ um die Kugel. *Hinweis*: Benutzen sie Kugelkoordinaten und nutzen Sie die Symmetrie der Situation aus.

(b) Berechnen Sie das Potential φ der Kugel.

(c) Berechnen Sie die Feldstärke an der Oberfläche der Kugel $E_{\text{Oberfläche}} = \left|\vec{\mathbf{E}}(|\vec{\mathbf{r}}| = a)\right|$.

$\vec{E} = E\vec{e}_r$

b) $\boxed{\varphi(P_1) = -\int_{\infty}^{P_1} \vec{E}(\vec{r})\, d\vec{s}}$ ZF

$$= \int_{a}^{\infty} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \underbrace{\vec{e}_r \vec{e}_r}_{=1} dr$$

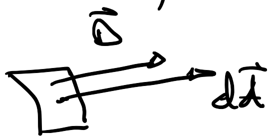
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_a^{\infty} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

a) Satz Gauss ZF

$$\boxed{Q = \oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A}}$$

$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$ (Vakuum $\varepsilon_r = 1$)

$\vec{D} = D(r) \cdot \vec{e}_r$

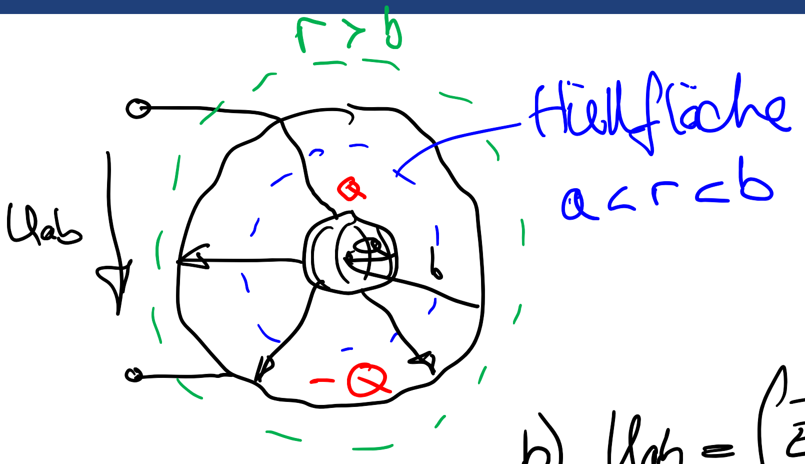


$$Q = \oiint_A D(r) \underbrace{\vec{e}_r \vec{e}_r}_{=1} dA = D(r) \overbrace{\oiint_A dA}^{4\pi r^2} = D(r) \underbrace{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi}_{=4\pi r^2} = D(r)\, 4\pi r^2$$

$$D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2} \Rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{D}(\vec{r})}{\varepsilon_r \varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \quad r = a$$

↳ ≙ Feld einer Punktladung

Beispiel: Kugelkondensator



1. Kondensatorberechnung

(a) In der Vorlesung haben wir das Beispiel eines Zylinderkondensators angeschaut. In dieser Übung betrachten wir einen Kugelkondensator wie in Abbildung 1 gezeigt. Die innere Kugel mit Radius a sei mit einer Ladung Q auf der Oberfläche geladen, die äussere Hohlkugel mit Radius b mit $-Q$. Zwischen den Kugeln befinde sich Vakuum. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}})$ für diese Anordnung ausgehend von der Ladung Q. Benutzen Sie ein sphärisches Koordinatensystem.

(b) Berechnen Sie nun die Spannung U_{ab} aus dem elektrischen Feld. $4\pi r^2$

(c) Was ist die Kapazität C des Kugelkondensators?

a) Satz Gauss $\quad Q = \oint_A \vec D \, d\vec A = D(r) \oint_A dA = \underline{4\pi r^2 D(r)}$

eingeschlossene Ladung (der Hüllfläche)

r > b: $\quad Q_{tot} = \underbrace{Q - Q}_{0} = 4\pi r^2 D(r) \rightarrow D(r) = 0$

$$\vec E(r) = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \text{für } a<r<b \\ 0 & \text{für } r>b \end{cases}$$

b) $U_{ab} = \int_r \vec E \, d\vec s = \int_a^b E(r)\, dr$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_a^b$$

$$U_{ab} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

c) $\boxed{C = \frac{Q}{U}} = \dfrac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} = 4\pi\varepsilon_0 \dfrac{ab}{b-a}$

d) $J = \dfrac{I}{A}$

Tipps Serie 2

1. Siehe Beispiel
2. Wende Formeln für Serie und Parallelschaltung von Kondensatoren an
3. Formeln einsetzen, $U = R \cdot I$, $P = U \cdot I$
4. $U = E \cdot d$

Innerhalb eines Leiters:

$\vec{\mathrm{E}} = \rho_R\, \vec{\mathbf{J}}$ oder $\vec{\mathbf{J}} = \kappa\, \vec{\mathrm{E}}$

Spez. Widerstand
$\rho_R = 1/\kappa$

Spez. Leitfähigkeit
$\kappa = ne\,\mu$