ETH zürich

Elektrotechnik 1

Übung 2 – Netzwerke 1

Lars Horvath - lhorvath@ethz.ch

Wer bin ich?

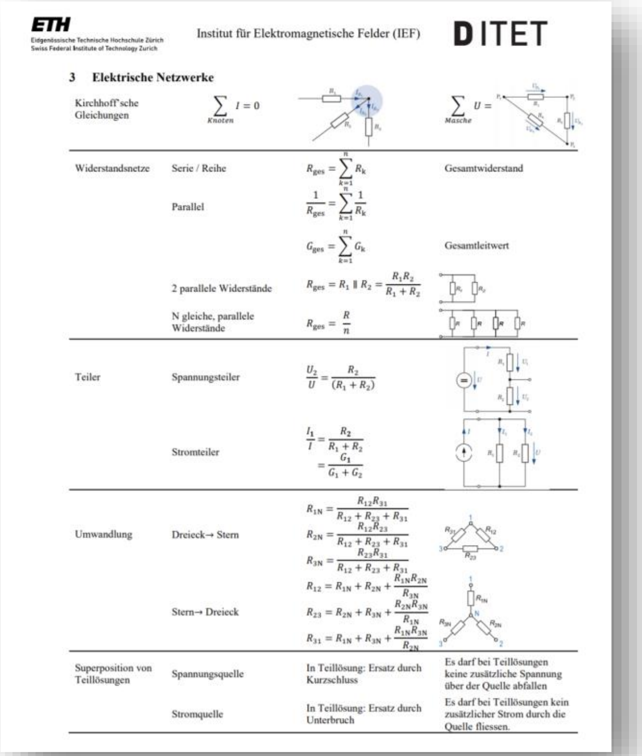
- Lars Horvath
- Studiere Elektrotechnik am D-ITET im 10. Semester
- ET1 Assistenz im FS19, FS21, NUS Assistenzen, ET1 PVK

- Unterlagen: **https://n.ethz.ch/~lhorvath/**
- Email: lhorvath@student.ethz.ch

Unterlagen

- Unterlagen: **https://n.ethz.ch/~lhorvath/**
- Email: lhorvath@student.ethz.ch

- **Zusammenfassung ausdrucken!** (Moodle)


ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für Elektromagnetische Felder (IEF)

DITET

3 Elektrische Netzwerke

Kirchhoff'sche Gleichungen	$\sum_{Knoten} I = 0$		$\sum_{Masche} U =$
Widerstandsnetze	Serie / Reihe	$R_{ges} = \sum_{k=1}^{n} R_k$	Gesamtwiderstand
	Parallel	$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$	
		$G_{ges} = \sum_{k=1}^{n} G_k$	Gesamtleitwert
	2 parallele Widerstände	$R_{ges} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	
	N gleiche, parallele Widerstände	$R_{ges} = \frac{R}{n}$	
Teiler	Spannungsteiler	$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)}$	
	Stromteiler	$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{G_1}{G_1 + G_2}$	
Umwandlung	Dreieck→ Stern	$R_{1N} = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$ $R_{2N} = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$ $R_{3N} = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	
	Stern→ Dreieck	$R_{12} = R_{1N} + R_{2N} + \frac{R_{1N} R_{2N}}{R_{3N}}$ $R_{23} = R_{2N} + R_{3N} + \frac{R_{2N} R_{3N}}{R_{1N}}$ $R_{31} = R_{1N} + R_{3N} + \frac{R_{1N} R_{3N}}{R_{2N}}$	
Superposition von Teillösungen	Spannungsquelle	In Teillösung: Ersatz durch Kurzschluss	Es darf bei Teillösungen keine zusätzliche Spannung über der Quelle abfallen
	Stromquelle	In Teillösung: Ersatz durch Unterbruch	Es darf bei Teillösungen kein zusätzlicher Strom durch die Quelle fliessen.

Ablauf Übungsstunde

Erste Stunde:

- Kurze Theorie "aus Studenten-Sicht erklärt"
- Eigene Beispiele oder Beispiele aus der Serie
- Tipps

Zweite Stunde:

- Serien lösen

Wichtig! keine ausführliche Nachbesprechung, ausser dies wird gewünscht
(Bitte rechtzeitig per Mail bei mir melden!)

Bonus und Prüfung

Serien:

- Abgabe auf Moodle (bis Di 16:00) oder in der Übungsstunde
- Kontrolle zufällig 3x im Semester
- 0.25 Bonus wenn mind 2/3 abgegeben warden (sinnvoll gelöst)
- Aufgaben sehr ähnlich zur Prüfung
- Arbeiten mit Zusammenfassung

→ Serien machen lohnt sich!

Prüfung:

- Schriftlich 90min, ZF bereitgestellt, kein Taschenrechner, 6-7 Aufgaben
- Jedes Jahr ähnliche Aufgaben

Theorie: Kapazität

Definition Kapazität:

$$\boldsymbol{C = \frac{Q}{U}}$$

Kapazität entspricht Fähigkeit Ladung aufzunehmen.

Einheit:

$$[C] = \frac{C}{V} = F \quad \text{(Farad)}$$

Allg. Vorgehensweise:

Ladung

$$\boldsymbol{Q = \oiint_A \vec{D}\, d\vec{A} = \oiint_A \sigma\, dA = \sigma\, A}$$

Spannung

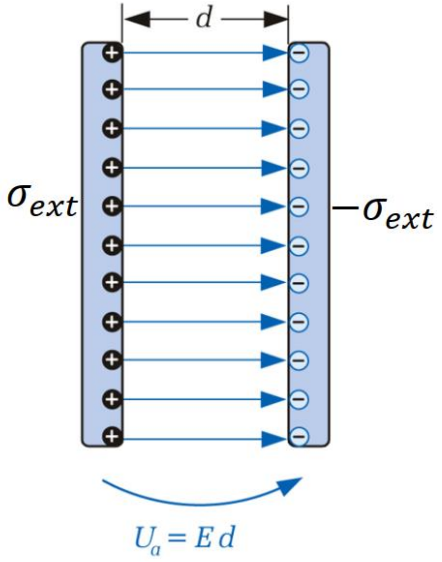
$$\boldsymbol{U = \int_s \vec{E}\, d\vec{s} = E\, d}$$

Verschieden sind jeweils:

- Fläche A
- Ladungsdichte $\sigma = \frac{Q}{A}$
- E-Feld $E = \frac{Q}{A\, \varepsilon_0 \varepsilon_r}$

Theorie: Beispiel Plattenkondensator

Plattenkondensator



Ladung

$$Q = \oiint_A \vec{D}\, d\vec{A} = \oiint_A \sigma\, dA = \sigma\, A$$

Spannung

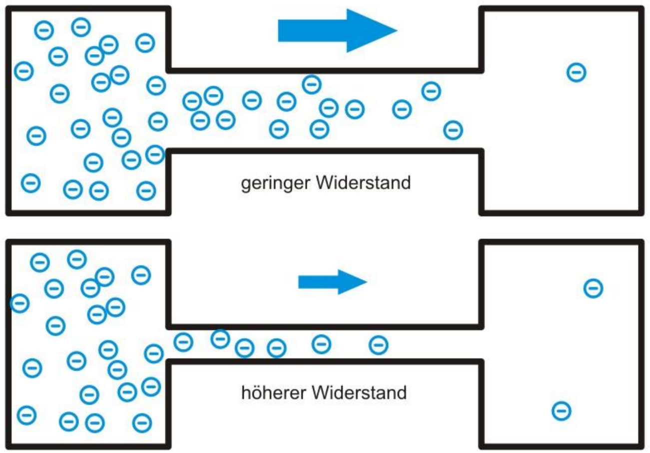
$$U = E\, d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\, d = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r\, A}\, d$$

→ Kapazität:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r\, A}{d}$$

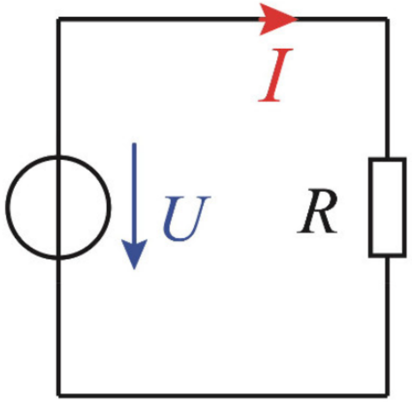
! An Prüfung zB. mit Zylinderkondensator, Kugelkondensator

Theorie: Ohmsches Gesetz



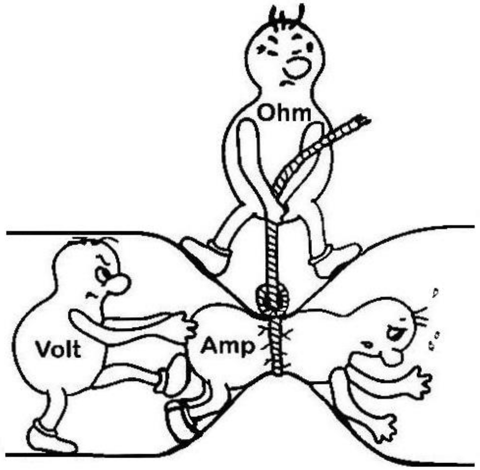
Ohm'scher Widerstand $[R] = \Omega$

Ein Bauteil, welches immer den selben Widerstand hat, unabhängig vom Strom, welcher durch ihn hindurch fliesst.



Es gilt das Ohm'sche Gesetz: $\boxed{\boldsymbol{U = R \cdot I}}$

Widerstand Gibt an, wie frei sich die Ladungsträger bewegen können. Ein höherer Widerstand führt zu einem reduzierten Strom.



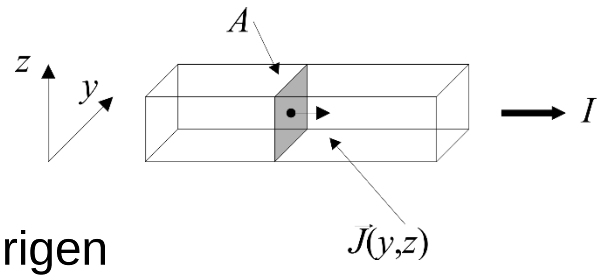
Schaltsymbol:

Weitere Definitionen:

Leitwert: $G = {}^{1}/_{R}$

Theorie: elektrisches Strömungsfeld

Strom (allg.) $$\boxed{I = \int_A \vec{J}\, d\vec{A}}$$



Stromdichte $$\boxed{J = \frac{I}{A}}$$

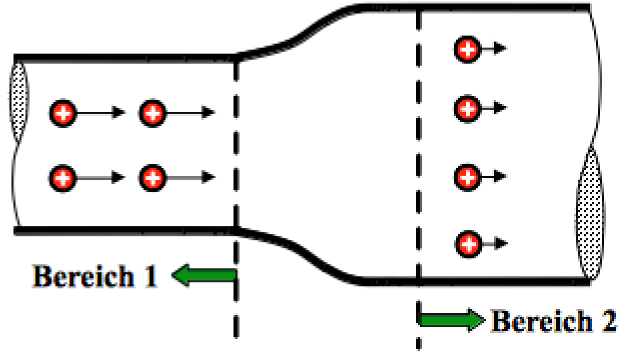
Wobei $d\vec{A}$ senkrecht auf dem zugehörigen Flächenelement steht.

Wenn Stromdichte gleichmäßig über die Querschnittsfläche verteilt ist (meistens, bei Gleichstrom), dann

$$I = \vec{J} * \vec{A} = J * A$$

Skalarprodukt vereinfacht sich, da Fläche senkrecht durchflossen (meistens)

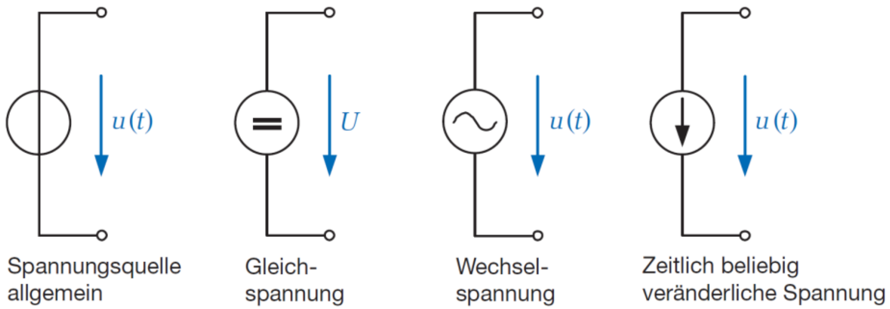
Gleiche Anzahl Ladungen = konst. Strom



Grosse Stromdichte **kleine Stromdichte**

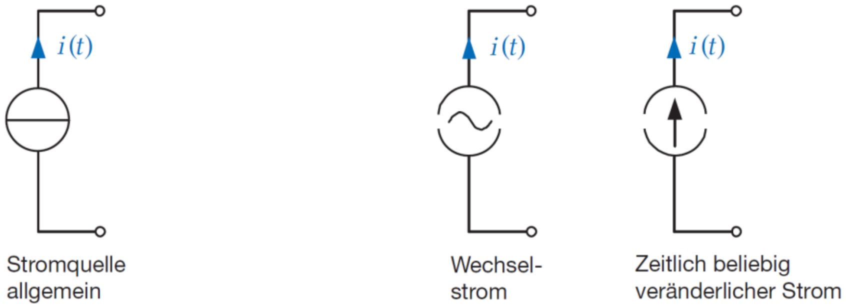
Theorie: Ideale Quellen

Ideale Spannungsquelle



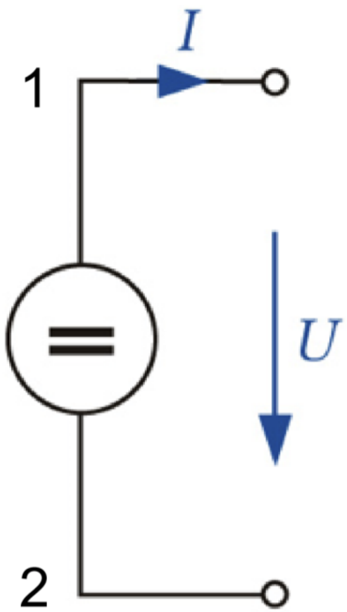
- Über der Spannungsquelle fällt immer genau dieselbe Spannung ab. Es kann ein beliebiger Strom fliessen.
- Wir unterscheiden zwischen Gleichspannung (DC) und Wechselspannung(AC)

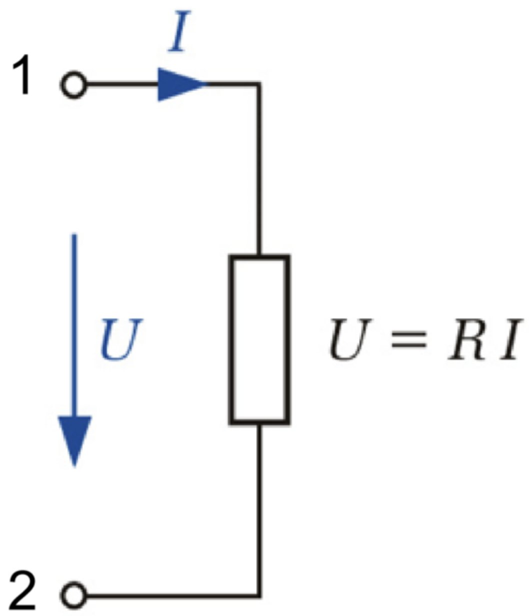
Ideale Stromquelle



- Der Ausgangsstrom ist unabhängig vom angeschlossenen Netwerk
- Wir unterscheiden zwischen Gleichstrom (DC) und Wechselstrom (AC)

Anmerkung: Zählpfeilrichtung



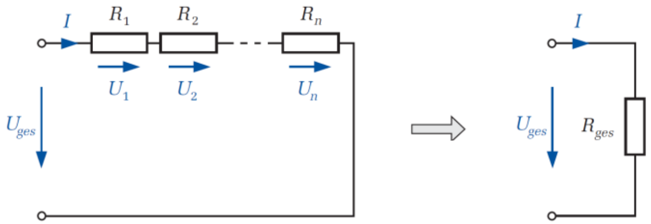


Theorie: Serien- und Parallelschaltung bei Widerständen

Serienschaltung

$$R_{ges} = \sum R_i$$

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + \cdots R_n$$



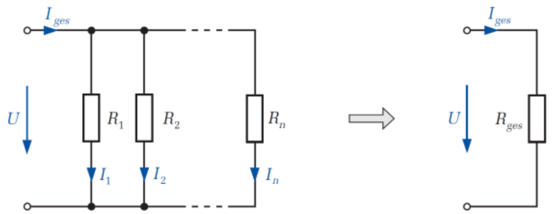
- Gleicher Strom durch alle Widerstände
- Spannung verteilt sich über alle Widerstände

→Grösserer Gesamtwiderstand

Parallelschaltung

$$R_{ges}^{-1} = \sum R_i^{-1}$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$



- Spannung ist gleich über jeden Widerstand
- Strom verteilt sich über alle Widerstände

→ Kleinerer Gesamwiderstand

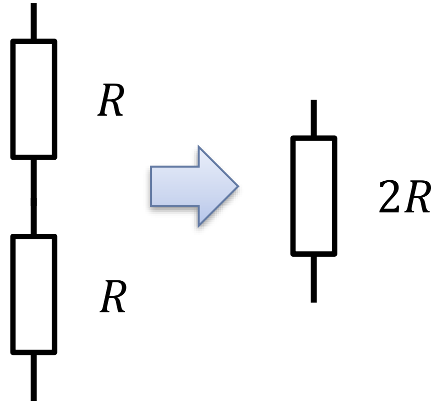
Spezialfall 2 Widerstände: $$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Theorie: Serien- und Parallelschaltung bei Widerständen

Serienschaltung

$$R_{ges} = \sum R_i$$

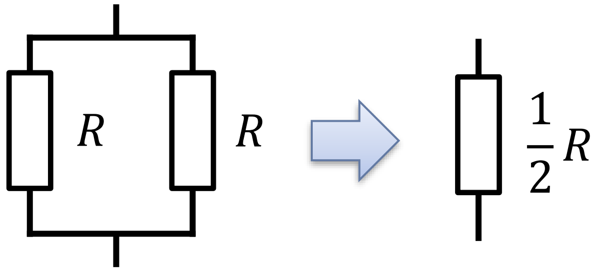
$$R_{ges} = R_1 + R_2 + \cdots R_n$$



Parallelschaltung

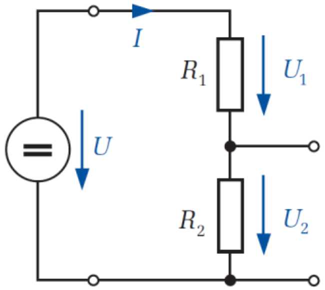
$$R_{ges}^{-1} = \sum R_i^{-1}$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$



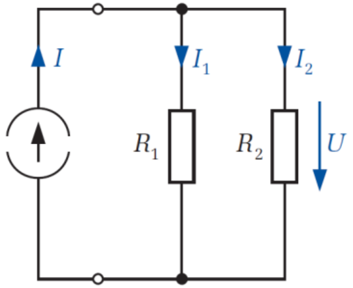
Spannungsteiler

$$U_2 = U_{ges} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



Stromteiler

$$I_2 = I_{ges} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



Theorie – Knotenregel

$$\boldsymbol{I_1 = I_2 + I_3}$$

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$$

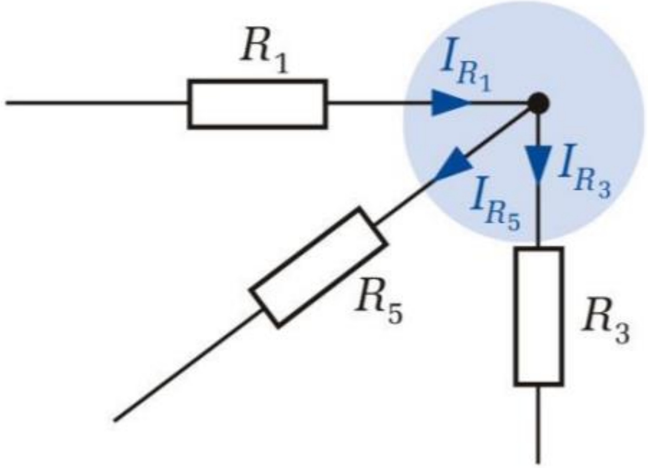
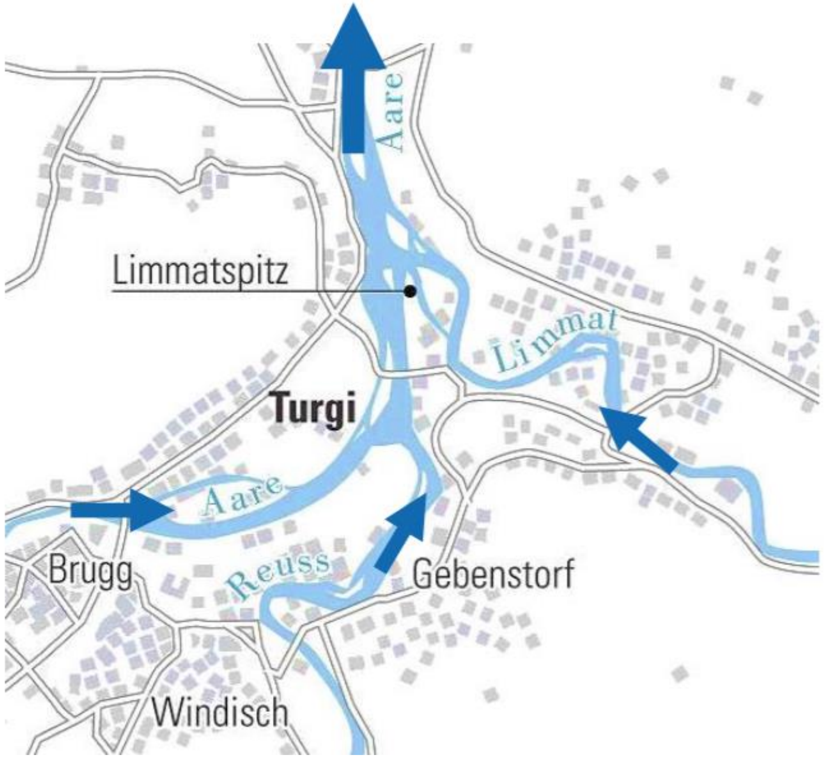


Abbildung 3.8: Knotenregel



Theorie – Maschenregel

$$\boldsymbol{U_1 = U_2 + U_3}$$

$$\sum_{k=1}^{n} U_k = 0$$

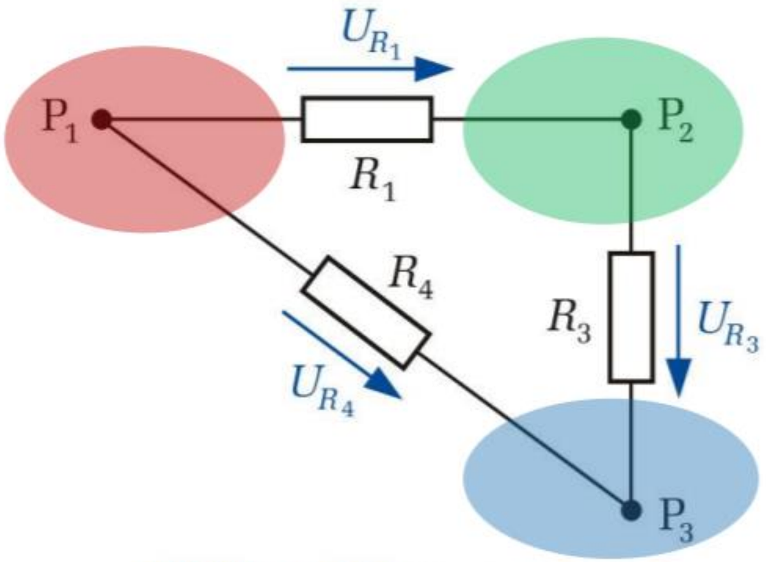


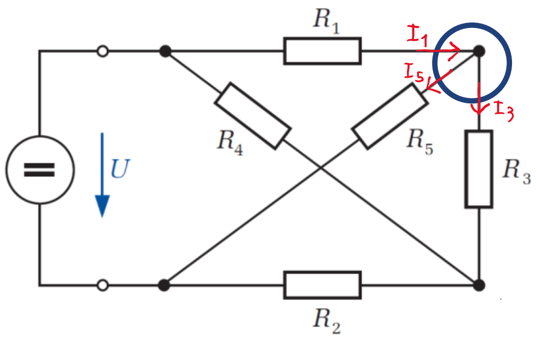
Abbildung 3.7: Maschenregel

Theorie: Kirchhoff’sche Regeln

Knotenregel

$$0 = \sum_{Knoten} I_i$$

$$0 = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$$



$$0 = I_1 - I_3 - I_5$$

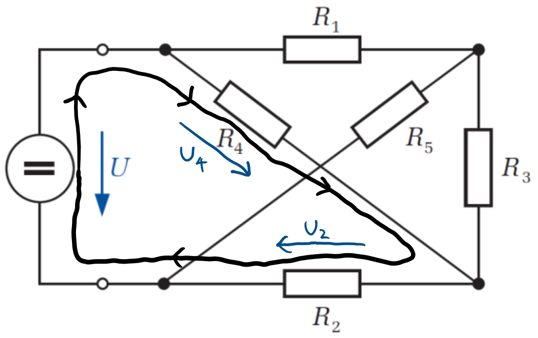
$$I_3 + I_5 = I_1$$

- In einen Knoten muss gleich viel Strom rein wie raus fliessen!
- Alle Ströme die in den Knoten reinfliessen schreiben wir mit positivem Vorzeichen, alle die rausfliessen mit negativem Vorzeichen

Maschenregel

$$0 = \sum_{Masche} U_i$$

$$0 = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$$

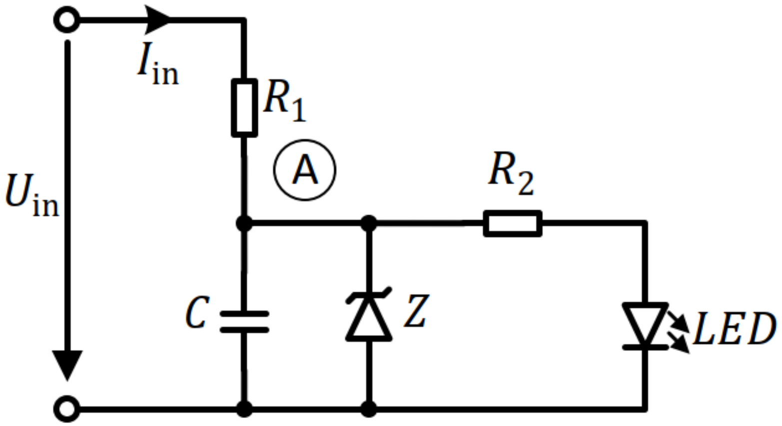


$$0 = -U + U_4 + U_2$$

$$U = U_4 + U_2$$

- Entlang einer Masche addieren sich alle Spannungen zu Null!
- Alle Spannungen die in Richtung unserer Masche zeigen schreiben wir mit postivem Vorzeichen, alle die in Gegenrichtung zeigen mit negativem Vorzeichen

Beispiel Serie 3, A3b



i) Markieren Sie alle Knoten. Wie viele gibt es?

ii) Definieren Sie Strom- und Spannungsrichtungen für alle Elemente.

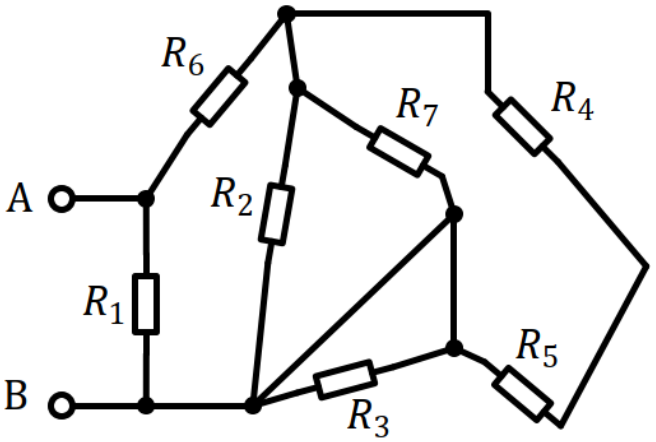
(b) Betrachten Sie nun Abbildung 3(b). Mit ähnlichem Verfahren wie in (a)

i) Finden Sie einen Zusammenhang zwischen der Spannung über dem Kondensator C sowie der LED. (Hinweis: Maschengleichung)

ii) Stellen Sie die Knotengleichung im Knoten A auf.

iii) Mit der Knotengleichung in A, finden Sie einen Zusammenhang zwischen I_{in} und dem Strom durch die LED.

Beispiel Serie 3, A3b



i) Markieren Sie alle Knoten.

ii) Entfernen Sie kurzgeschlossene Elemente falls vorhanden.

iv) Finden Sie je zwei Widerstände mit der gleichen Spannung bzw. dem gleichen Strom.

Tipps Serie 3

1. $R_k = \frac{l}{\kappa \, A}$ **U=R*I**
2. $I \; = \; J(r) * A(r)$ von
   1. Halbe Kugeloberfläche nutzen $I = \int_{A_H} \vec{J} \cdot d\vec{A}$
   2. Nach $J(r)$ lösen
   3. Elektrisches Feld mithilfe von $J(r)$ finden (in der Zusammenfassung)
   4. Ohm'sche Gesetze nutzen
3. **Knotenregel**

Beispiel: Kugelkondensator

1. Kondensatorberechnung

(a) In der Vorlesung haben wir das Beispiel eines Zylinderkondensators angeschaut. In dieser Übung betrachten wir einen Kugelkondensator wie in Abbildung 1 gezeigt. Die innere Kugel mit Radius a sei mit einer Ladung Q auf der Oberfläche geladen, die äussere Hohlkugel mit Radius b mit $-Q$. Zwischen den Kugeln befinde sich Vakuum. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}})$ für diese Anordnung ausgehend von der Ladung Q. Benutzen Sie ein sphärisches Koordinatensystem.

(b) Berechnen Sie nun die Spannung U_{ab} aus dem elektrischen Feld.

(c) Was ist die Kapazität C des Kugelkondensators?

Beispiel: Feldberechnung

4. Feldberechnung

(a) Betrachten Sie eine Metallkugel mit Radius a, die mit einer Ladung Q geladen ist im Vakuum. Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}})$ um die Kugel. *Hinweis*: Benutzen sie Kugelkoordinaten und nutzen Sie die Symmetrie der Situation aus.

(b) Berechnen Sie das Potential φ der Kugel.

(c) Berechnen Sie die Feldstärke an der Oberfläche der Kugel $E_{\text{Oberfläche}} = \left|\vec{\mathbf{E}}(|\vec{\mathbf{r}}| = a)\right|$.