



# Elektrotechnik 1

## Übung 3 – Netzwerke 2

# Unterlagen

- <https://n.ethz.ch/~lhorvath/>
- Zusammenfassung ausdrucken! (Moodle)

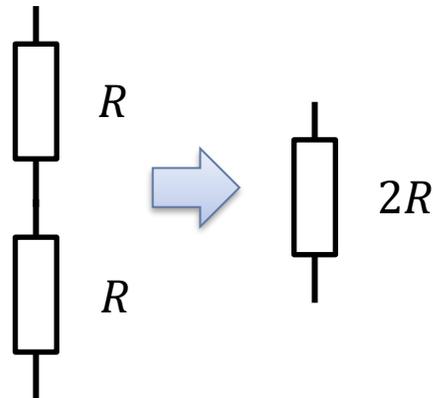
ETH		Institut für Elektromagnetische Felder (IEF)		DITET	
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich Swiss Federal Institute of Technology Zurich					
<b>3 Elektrische Netzwerke</b>					
Kirchhoff'sche Gleichungen	$\sum_{\text{Knoten}} I = 0$		$\sum_{\text{Masche}} U = 0$		
Widerstandsnetze	Serie / Reihe	$R_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n R_k$	Gesamtwiderstand		
	Parallel	$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$			
	2 parallele Widerstände	$R_{\text{ges}} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$			
	N gleiche, parallele Widerstände	$R_{\text{ges}} = \frac{R}{n}$			
Teiler	Spannungsteiler	$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$			
	Stromteiler	$\frac{I_2}{I} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{G_2}{G_1 + G_2}$			
Umwandlung	Dreieck → Stern	$R_{1N} = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$ $R_{2N} = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$ $R_{3N} = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$			
	Stern → Dreieck	$R_{12} = R_{1N} + R_{2N} + \frac{R_{1N} R_{2N}}{R_{3N}}$ $R_{23} = R_{2N} + R_{3N} + \frac{R_{2N} R_{3N}}{R_{1N}}$ $R_{31} = R_{1N} + R_{3N} + \frac{R_{1N} R_{3N}}{R_{2N}}$			
Superposition von Teillösungen	Spannungsquelle	In Teillösung: Ersatz durch Kurzschluss	Es darf bei Teillösungen keine zusätzliche Spannung über der Quelle anfallen		
	Stromquelle	In Teillösung: Ersatz durch Unterbruch	Es darf bei Teillösungen kein zusätzlicher Strom durch die Quelle fließen.		

# Theorie: Serien- und Parallelschaltung bei Widerständen

## Serienschaltung

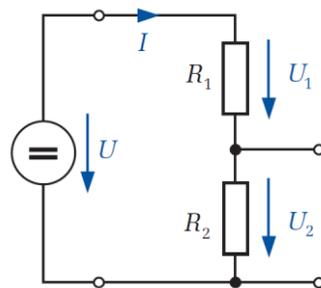
$$R_{ges} = \sum R_i$$

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$



## Spannungsteiler

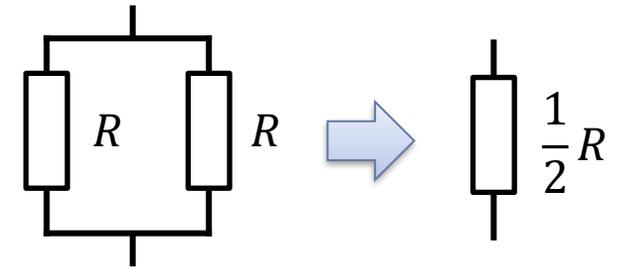
$$U_2 = U_{ges} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



## Parallelschaltung

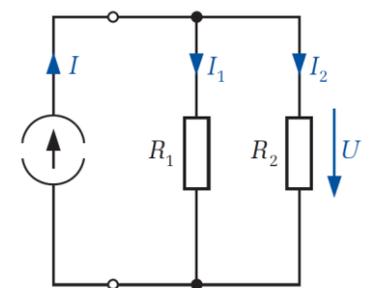
$$R_{ges}^{-1} = \sum R_i^{-1}$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$



## Stromteiler

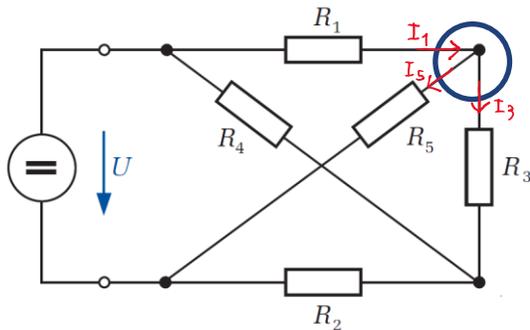
$$I_2 = I_{ges} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



# Theorie: Kirchhoff'sche Regeln

## Knotenregel

$$0 = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$



$$0 = \sum_{\text{Knoten}} I_i$$

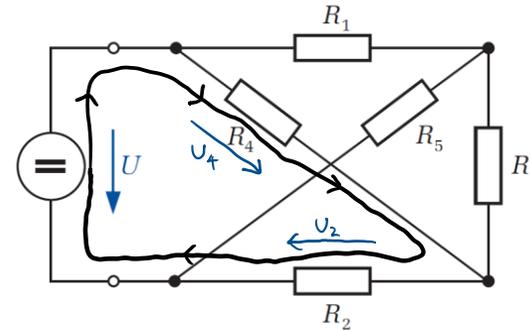
$$0 = I_1 - I_3 - I_5$$

$$I_3 + I_5 = I_1$$

- In einen Knoten muss gleich viel Strom rein wie raus fließen!
- Alle Ströme die in den Knoten reinfließen schreiben wir mit positivem Vorzeichen, alle die rausfließen mit negativem Vorzeichen

## Maschenregel

$$0 = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$



$$0 = \sum_{\text{Masche}} U_i$$

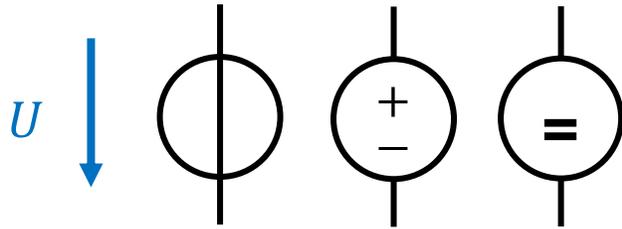
$$0 = -U + U_4 + U_2$$

$$U = U_4 + U_2$$

- Entlang einer Masche addieren sich alle Spannungen zu Null!
- Alle Spannungen die in Richtung unserer Masche zeigen schreiben wir mit positivem Vorzeichen, alle die in Gegenrichtung zeigen mit negativem Vorzeichen

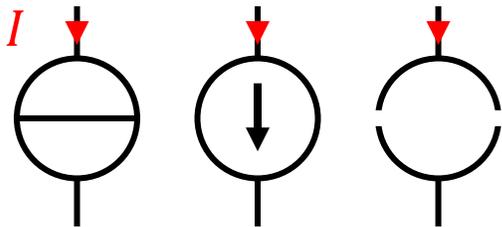
# Recap: Ideale Quellen

## Spannungsquelle



Über der Spannungsquelle fällt immer genau dieselbe Spannung ab. Es kann ein beliebiger Strom fließen.

## Stromquelle



Durch die Stromquelle fließt immer der genau gleiche Strom, dabei kann eine beliebige Spannung über der Quelle anliegen.

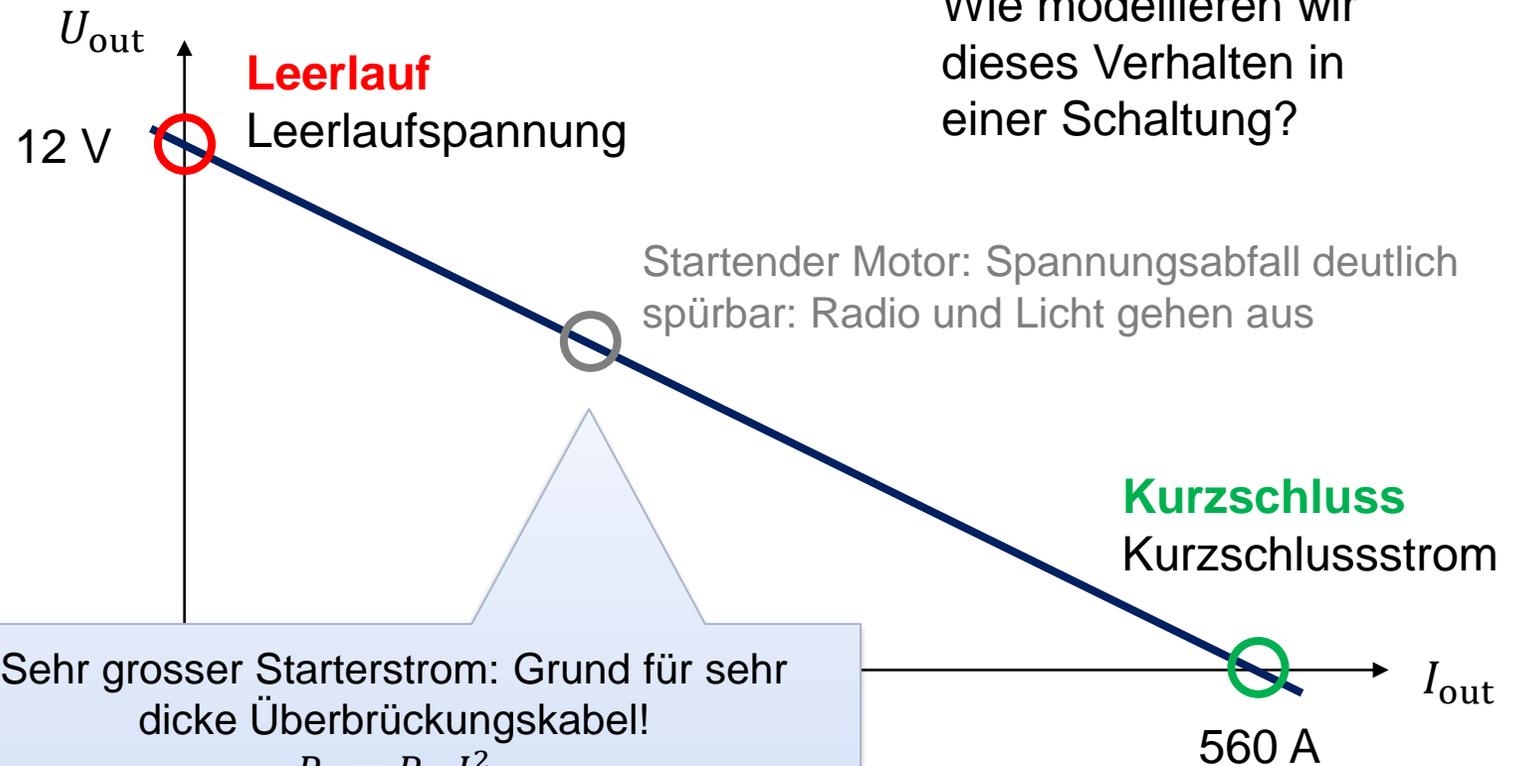


**Autobatterie**  
12 V, 560 A  
60 Ah

# Beispiel: Autobatterie



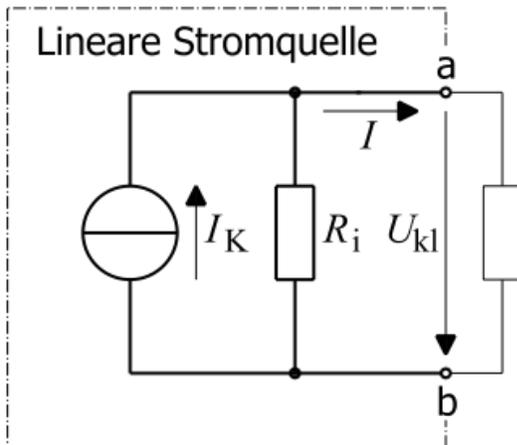
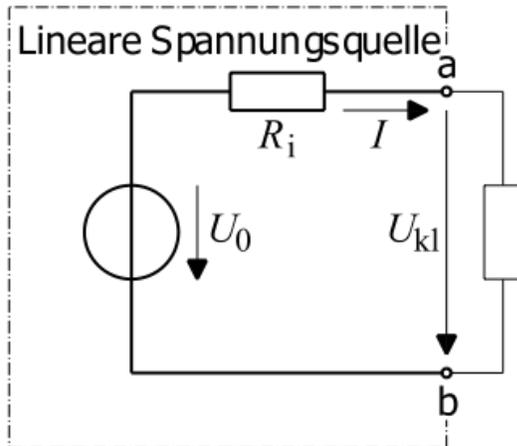
12 V, 560 A, 60 Ah



Sehr grosser Starterstrom: Grund für sehr dicke Überbrückungskabel!  
 $P_V = R \cdot I^2$   
 Grosser Kabelquerschnitt  $\rightarrow$  grössere Wärmeabgabe an Luft, kleinerer Widerstand

Streng genommen ist die Angabe auf der Batterie nicht der Kurzschlussstrom sondern der Kaltstartstrom (siehe Google)

# Reale Quellen

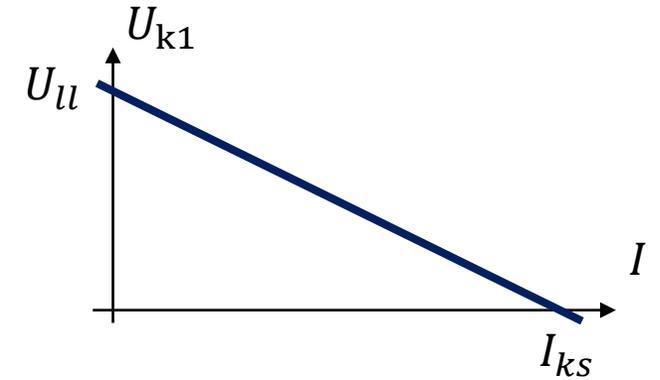


Modell:

- Interne Spannungs- bzw. Stromquelle
- Interner Widerstand

Charakterisierung:

- Kurzschlussstrom und Leerlaufspannung
- Innenwiderstand und Quellenstärke



Beide Ersatzschaltbilder verhalten sich von aussen gesehen **identisch!** Sie haben das selbe *Klemmenverhalten*.

# Überlagerungsprinzip (Superposition) !

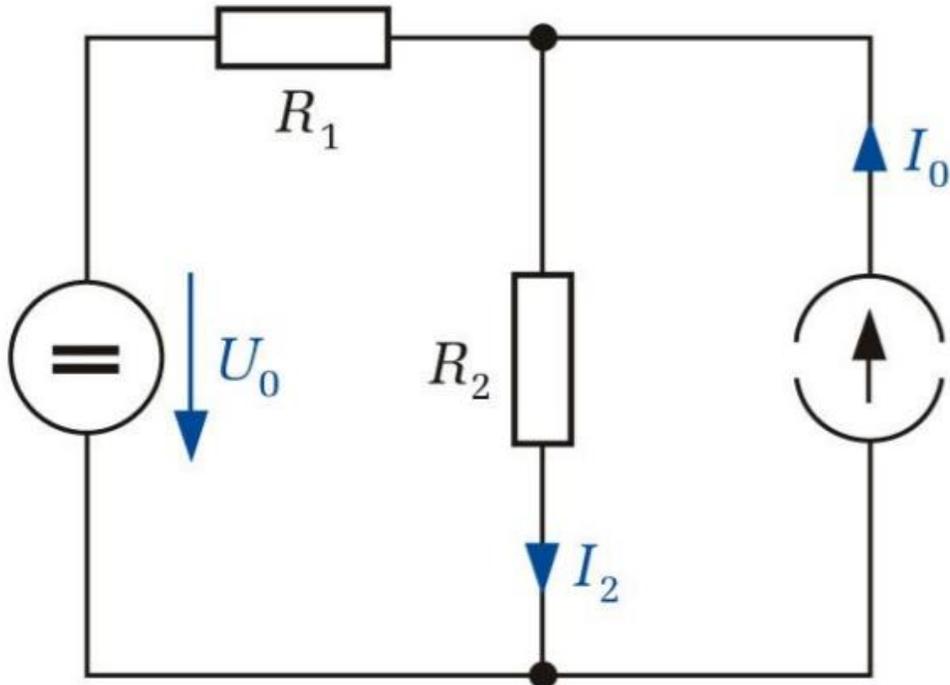


Abbildung 3.35: Überlagerung von Quellen

Idee: Die Gesamtlösung ist die lineare Superposition der Teillösungen von jeder Quelle.

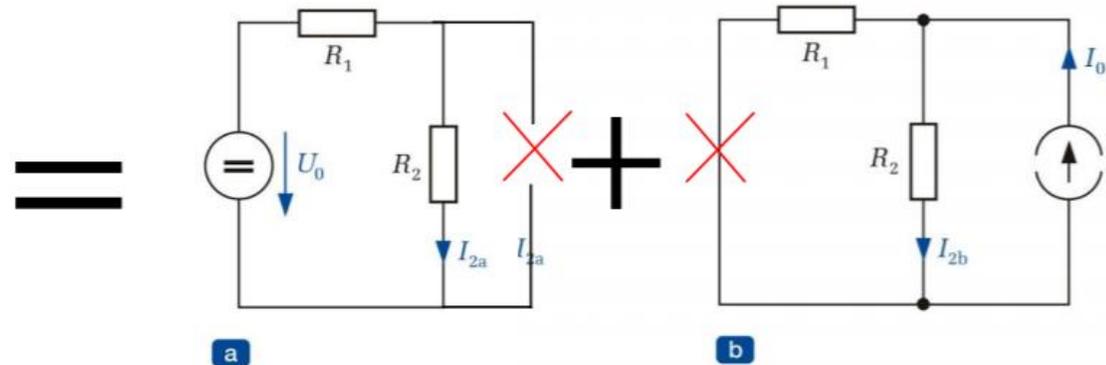


Abbildung 3.36: Netzwerke für die beiden Teillösungen

Bei den Teillösungen darf bei einer Stromquelle kein zusätzlicher Strom fließen → Ersatz durch Unterbruch  
Und an einer Spannungsquelle darf keine weitere Spannung abfallen → Ersatz durch Kurzschluss

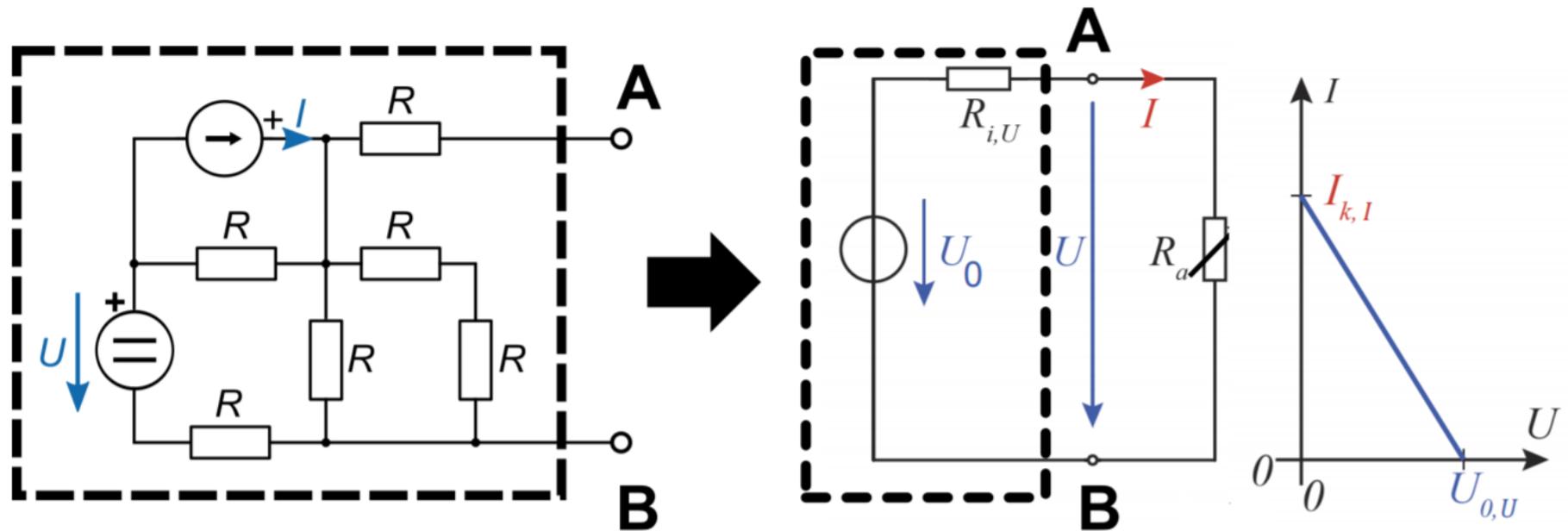
# Thévenin Theorem



[wikimedia.org]

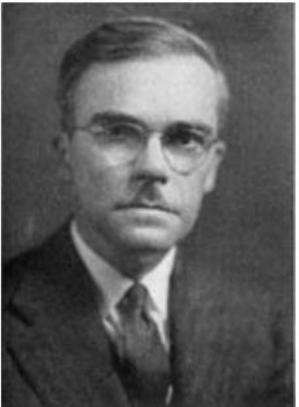
**Léon Thévenin**  
(1857-1926)

Jede mögliche Kombination von linearen Spannungsquellen, linearen Stromquellen und ohmschen Widerständen kann in eine einzelne **ideale Spannungsquelle** mit **seriellem Innenwiderstand** ersetzt werden.



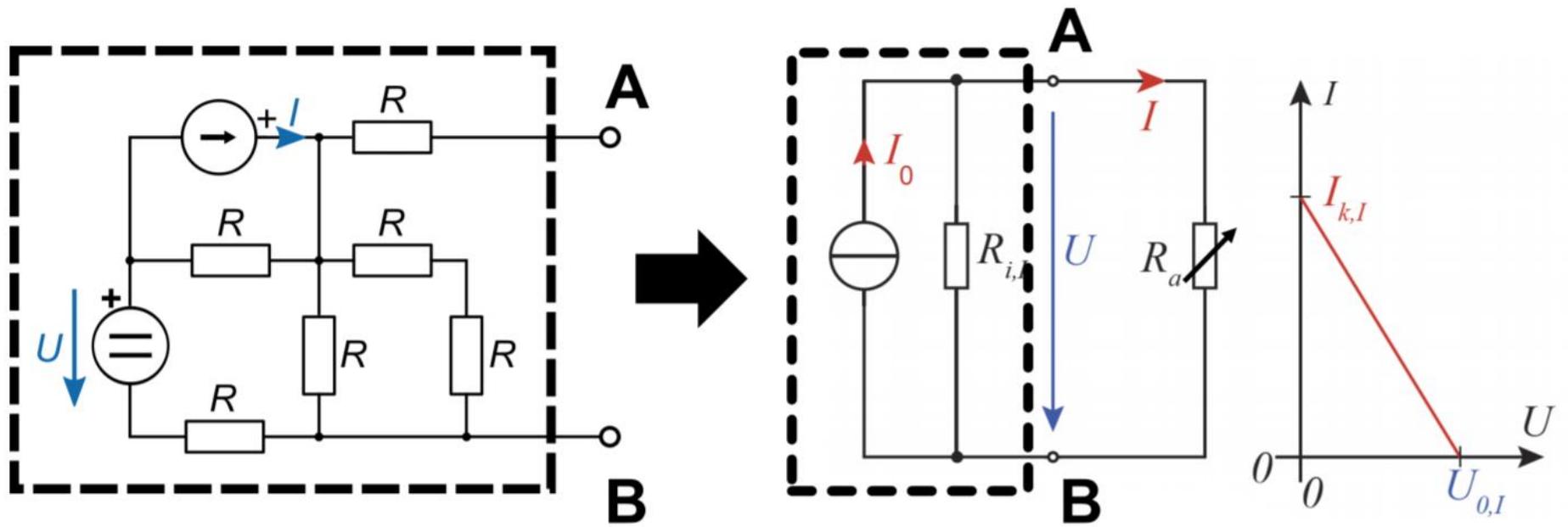
# Norton Theorem

Jede mögliche Kombination von linearen Spannungsquellen, linearen Stromquellen und ohmschen Widerständen kann in eine einzelne **ideale Stromquelle** mit **parallelem Innenwiderstand** ersetzt werden.

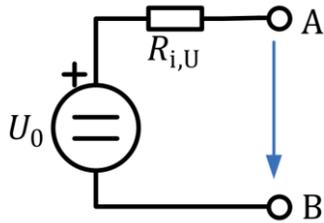


[wikimedia.org]

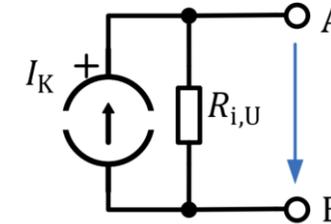
**Edward Norton**  
(1898-1983)



# Thévenin/Norton: Vorgehensweise



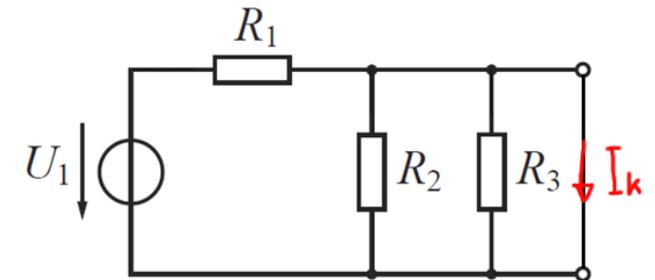
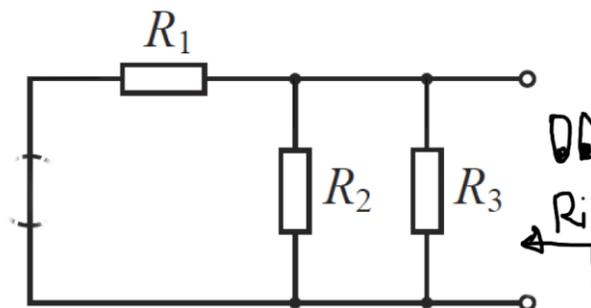
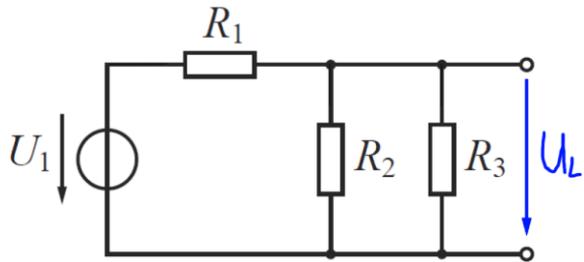
1. Thévenin oder Norton?



2. Leerlaufspannung

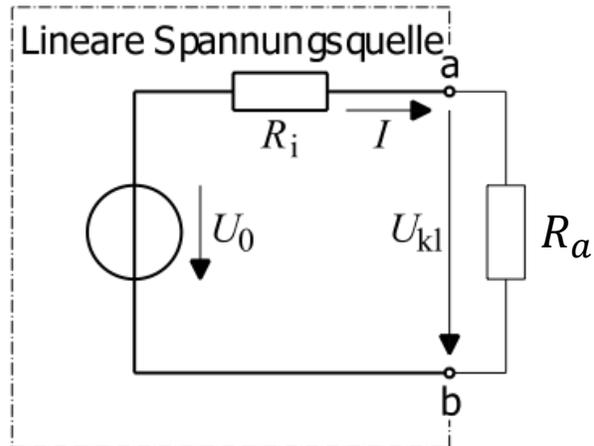
Kurzschlussstrom berechnen

3. Innenwiderstand  $R_i$  berechnen

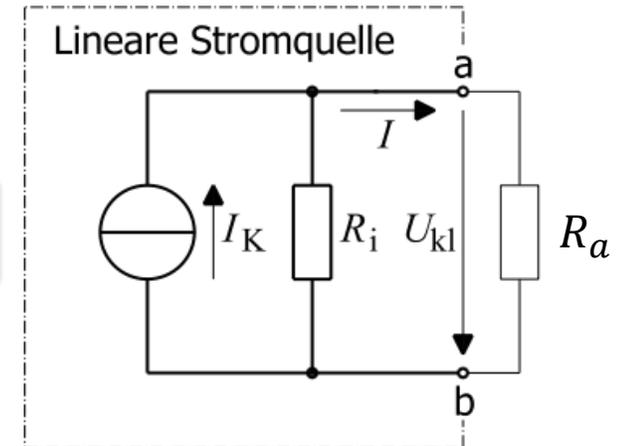


# Umformung von Thévenin und Norton

Thévenin-Äquivalent



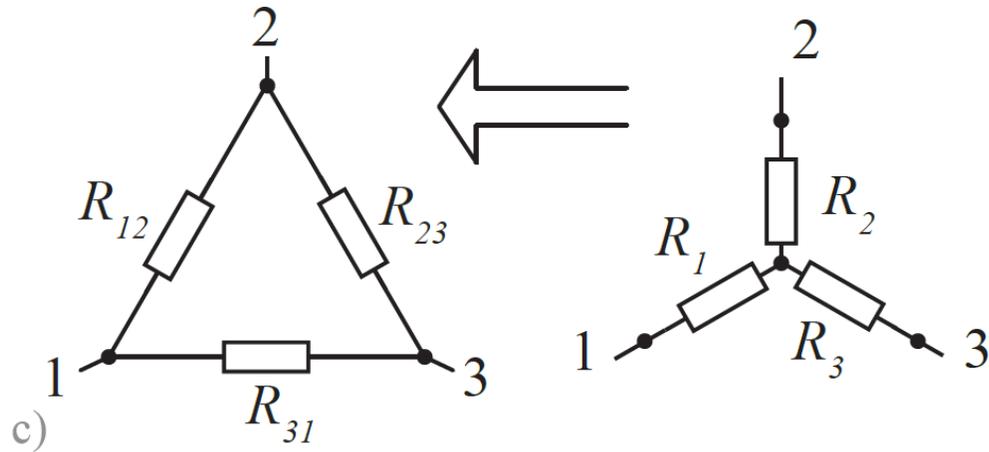
Norton-Äquivalent



	Spannungs- -quelle	Stromquelle
Leerlaufspannung, $R_a \rightarrow \infty$	$U = U_0$	$U_L = I_0 R_i$
Kurzschlussstrom, $R_a \rightarrow 0$	$I_K = U_0 / R_i$	$I = I_0$

Äquivalente Strom- und Spannungsquellen haben den gleichen Innenwiderstand:  $R_i = R_i$

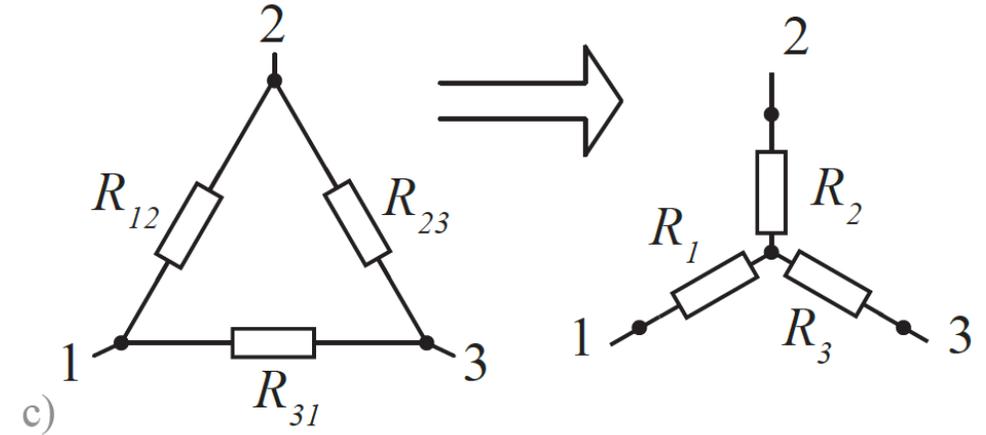
# Stern-Dreieck Umwandlung



$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2}$$



$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

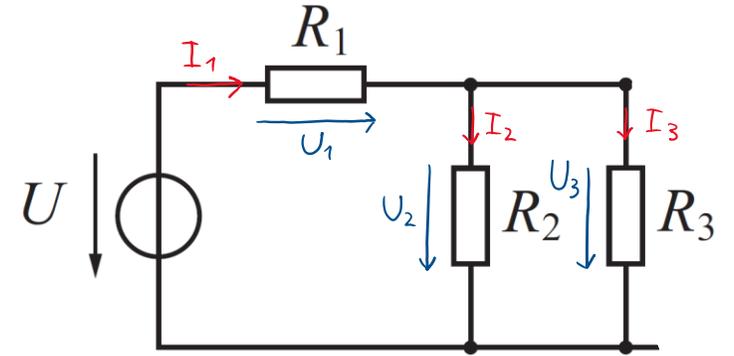
$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Kann ein Netzwerk nicht mit den bekannten Formeln vereinfacht werden, hilft oft die Stern-Dreieck Umwandlung

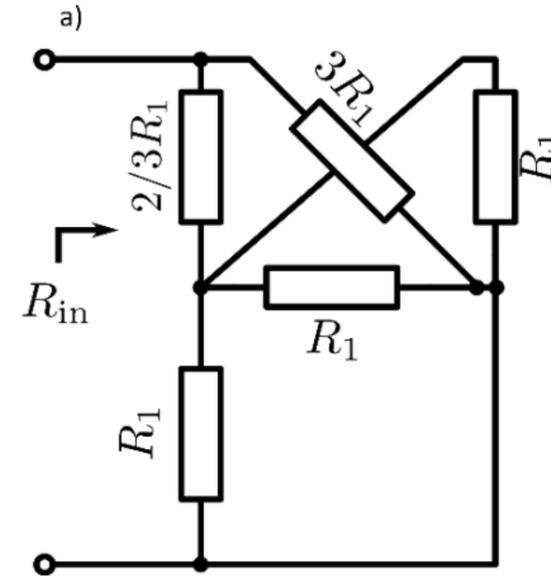
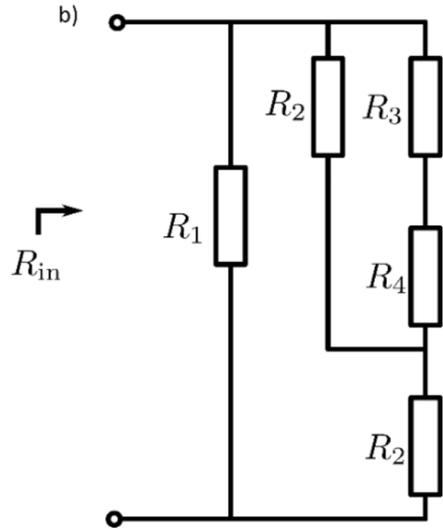
## Beispiel: Spannungs- und Stromteiler

**Geg:**  $R_1 = 40\Omega$ ,  $R_2 = 60\Omega$ ,  $R_3 = 100\Omega$  und  $U = 100V$

**Ges:**  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , sowie  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$

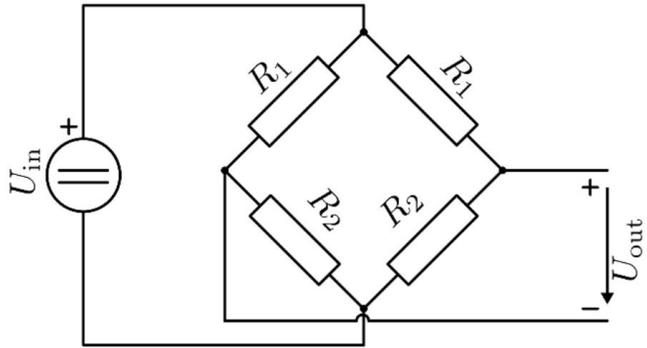


# Beispiel: Widerstände vereinfachen (A4)



# Anmerkung Aufgabe 1b & 2

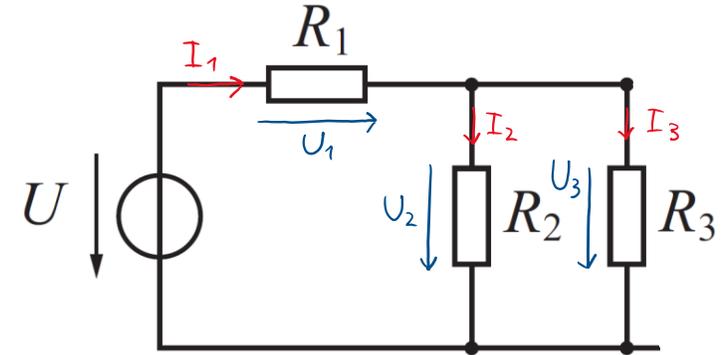
b)



## Beispiel: Kirchhoff'sche Regeln

**Geg:**  $R_1 = 40\Omega$ ,  $R_2 = 60\Omega$ ,  $R_3 = 100\Omega$  und  $U = 100V$

**Ges:**  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , sowie  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$



# Beispiel: Überlagerungsprinzip

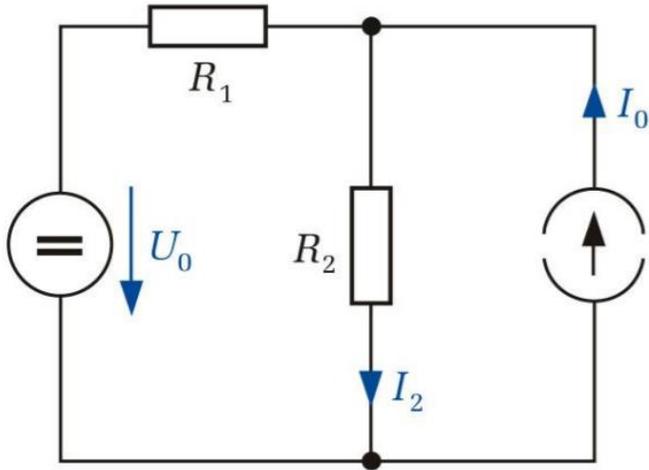
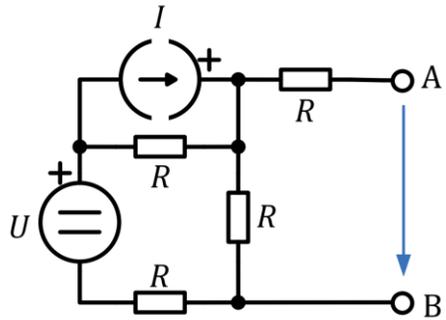


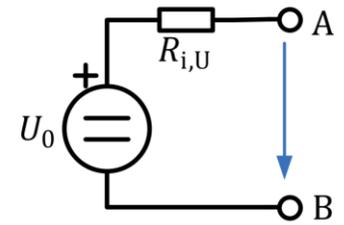
Abbildung 3.35: Überlagerung von Quellen

Gegeben:  $U_0 = 50V$ ,  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 200 \Omega$ ,  $I_0 = 1A$   
Gesucht:  $U_2 = ?$

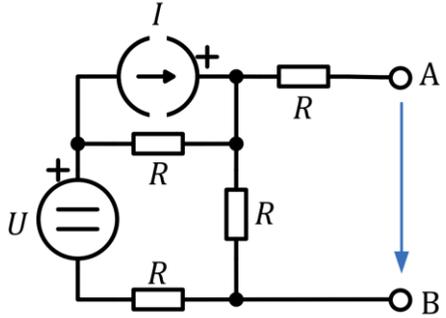
# Beispiel: Thévenin äquivalent



1. Leerlaufspannung berechnen



# Beispiel: Thévenin äquivalent



2. Innenwiderstand berechnen

## Tipps Serie 4

1. **WICHTIG! Spannungs- /Stromteiler, Maschen- /Knotenregel!**
2. **Spannungsteiler,  $R_i = R_0 + \Delta R_i$  , Sensitivität:  $\frac{d U_2}{d \varepsilon}$**
3. **Norton-Äquivalent, siehe Vorgehensweise**
4. **Superposition**

