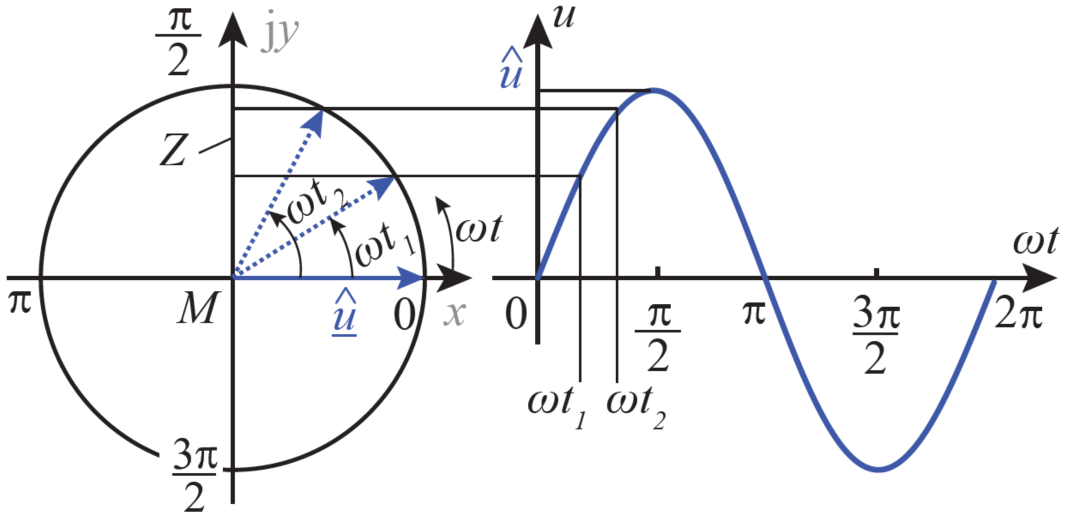
Elektrotechnik 1

Übung 11 – Wechselstrom 2

Recap: Der komplexe Zeiger



$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

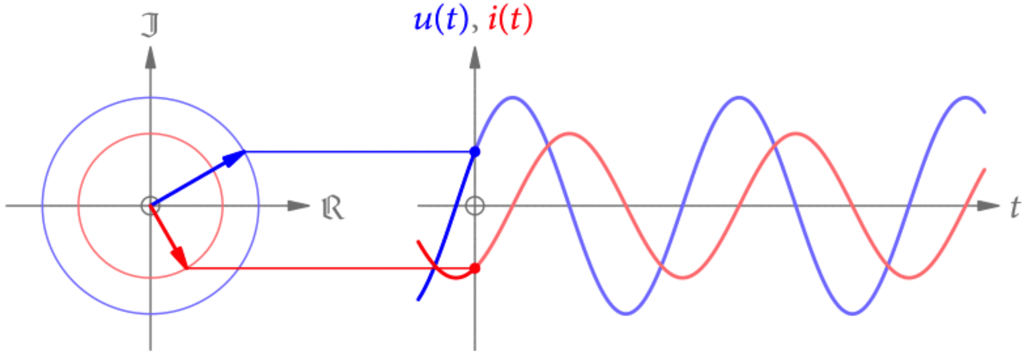
$$u(t) = \mathrm{Im}\{\hat{u} \cdot [\underbrace{\cos(\omega t + \varphi) + j\sin(\omega t + \varphi)}_{e^{j(\omega t+\varphi)} = e^{j\omega t}e^{j\varphi}}]\}$$

$$\Rightarrow u(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Im}\left\{\underbrace{\frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\varphi}}\, e^{j\omega t}\right\}$$

Wir nehmen an, dass unser Netzwerk mit genau einer Frequenz ω betrieben wird.

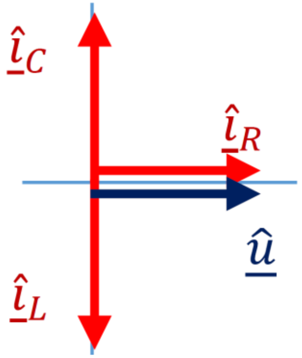
Komplexer Zeiger: $\underline{u} := \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\varphi}$

unabhängig von Frequenz und Zeit!



Recap: Phasenverschiebungen Impedanzen

Ohmsches Gesetz für Impedanzen: $\underline{u} = \underline{Z} \cdot \underline{i}$ $\quad$ $\underline{i} = \underline{Y} \cdot \underline{u}$



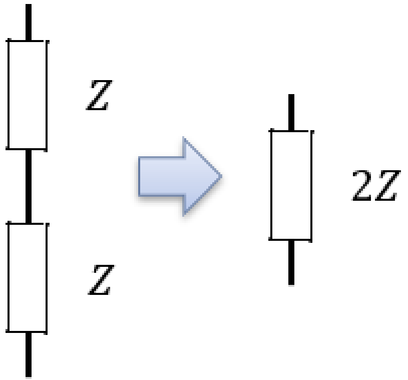
Widerstand R	Induktivität L	Kapazität C
$\underline{Z} = R$	$\underline{Z} = j\omega L$	$\underline{Z} = 1/j\omega C$
Strom und Spannung **in Phase**	In Induktivit**äten** die Ströme sich versp**äten**	Der Strom eilt v**or** im Kondensat**or**
$\Delta\varphi = 0$	$\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$	$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

Recap: Spannungs- / Stromteiler

Serienschaltung

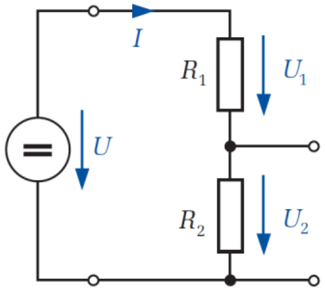
$$Z_{ges} = \sum Z_i$$

$$Z_{ges} = Z_1 + Z_2 + \cdots Z_n$$



Spannungsteiler

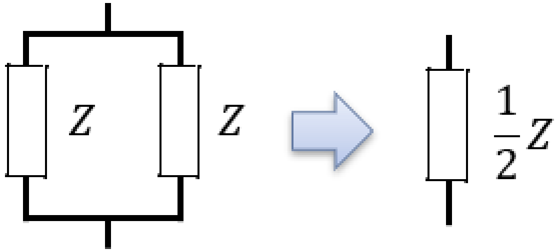
$$U_2 = U_{ges} \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$



Parallelschaltung

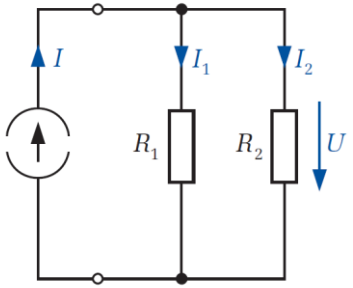
$$Z_{ges}^{-1} = \sum Z_i^{-1}$$

$$\frac{1}{Z_{ges}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \cdots + \frac{1}{Z_n}$$

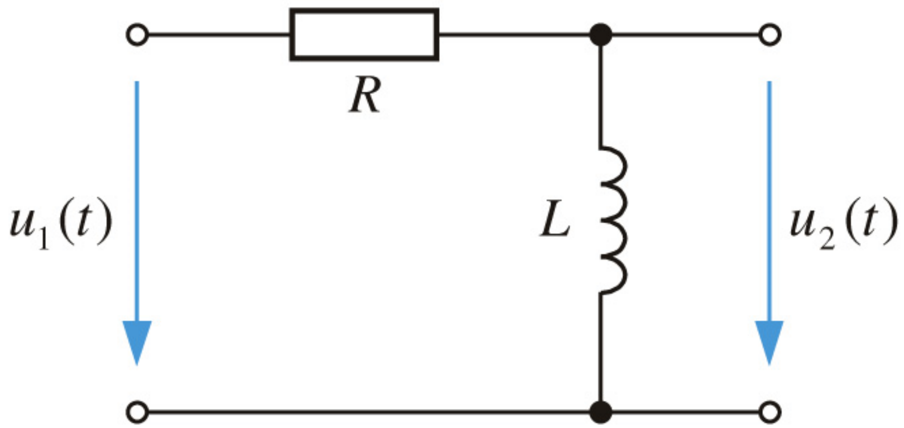


Stromteiler

$$I_2 = I_{ges} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

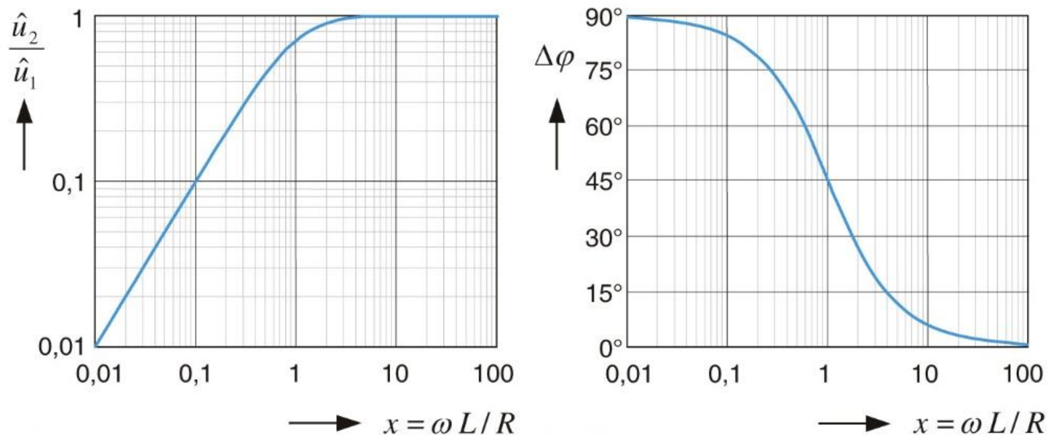


Transferfunktion



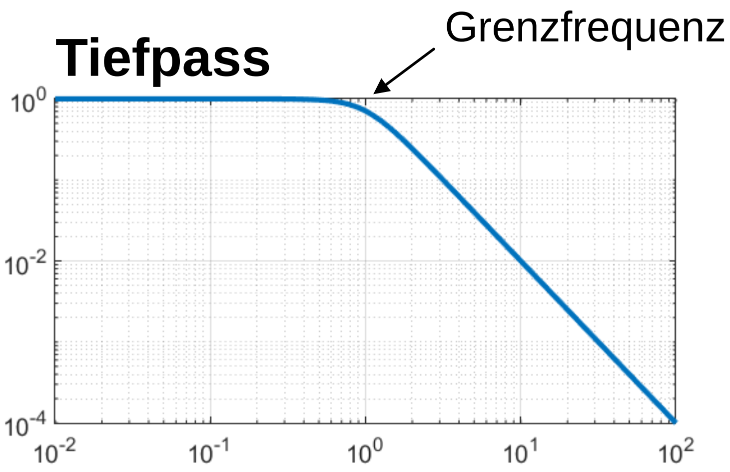
$$Transferfunktion = \frac{u_2(t)}{u_1(t)}$$

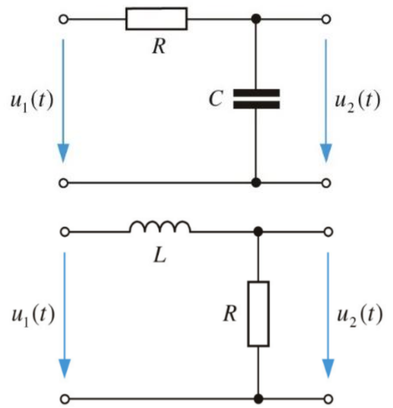
Betrag: $\left|\frac{\hat{\underline{u}}_2}{\hat{\underline{u}}_1}\right|$ Phase: $\Delta\varphi = \measuredangle \frac{\hat{\underline{u}}_2}{\hat{\underline{u}}_1}$



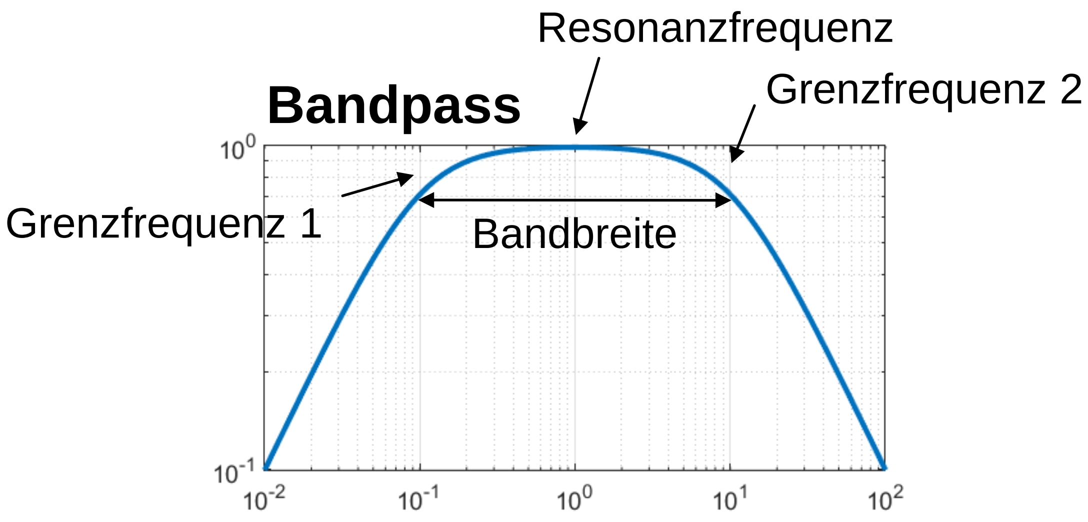
Frequenzfilter Klassifizierung

Tiefpass

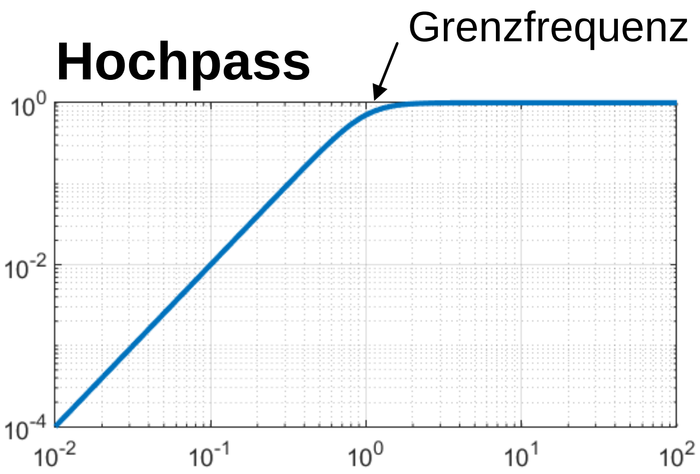


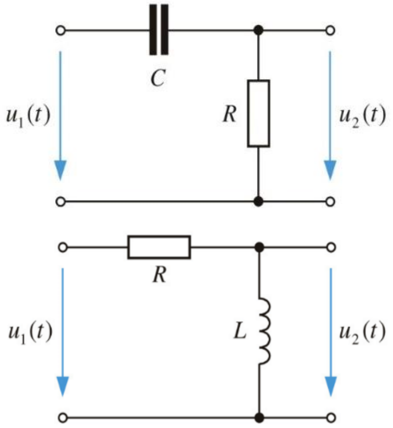


Bandpass

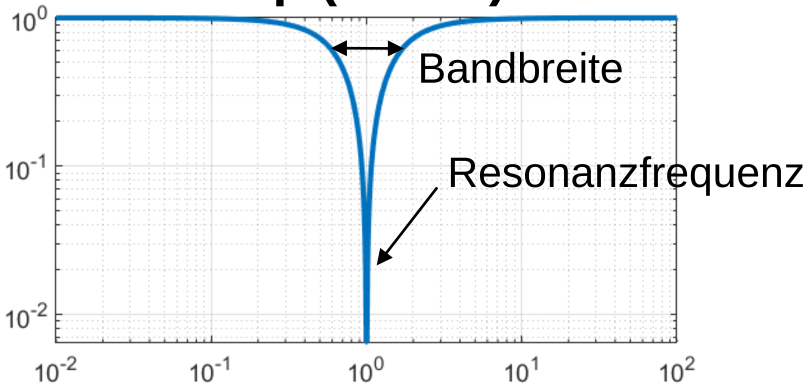


Hochpass





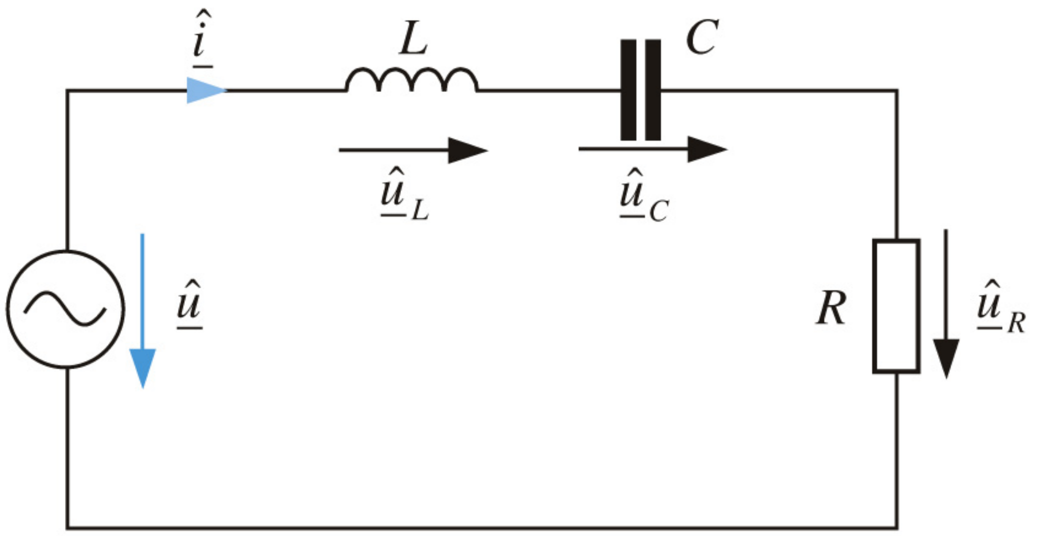
Bandstop (Notch)



RLC Serienschwingkreis

Albach 8.5.1

Ges.: Frequenzgang von $\left|\frac{\underline{\hat{u}}_R}{\underline{\hat{u}}}\right|$



Lsg.: i) Impedanzen

$$\underline{Z}_R = R \qquad \underline{Z}_L = \mathrm{j}\omega L \qquad \underline{Z}_C = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}$$

ii) Spannungsteiler Formel

$$\frac{\underline{\hat{u}}_R}{\underline{\hat{u}}} = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C} = \frac{R}{R + \mathrm{j}\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{R\mathrm{j}\omega C}{R\mathrm{j}\omega C - \omega^2 LC + 1}$$

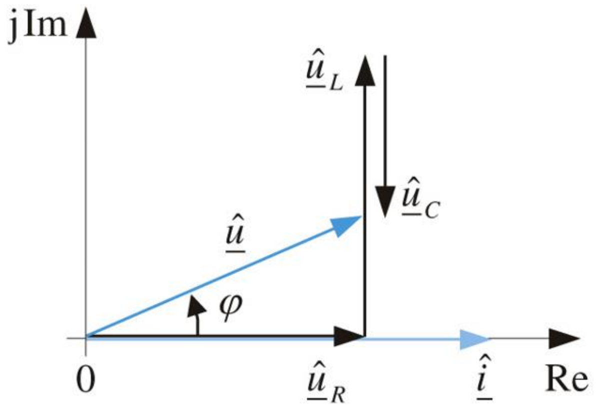
iii) Absolutwert

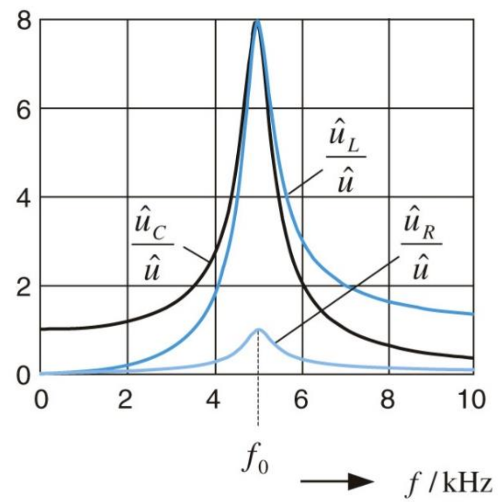
$$\left|\frac{\underline{\hat{u}}_R}{\underline{\hat{u}}}\right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Wird maximal wenn: $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$

→ Blindanteile $\underline{Z}_L$ und $\underline{Z}_C$ heben sich auf

→ **Resonanzfrequenz**: $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

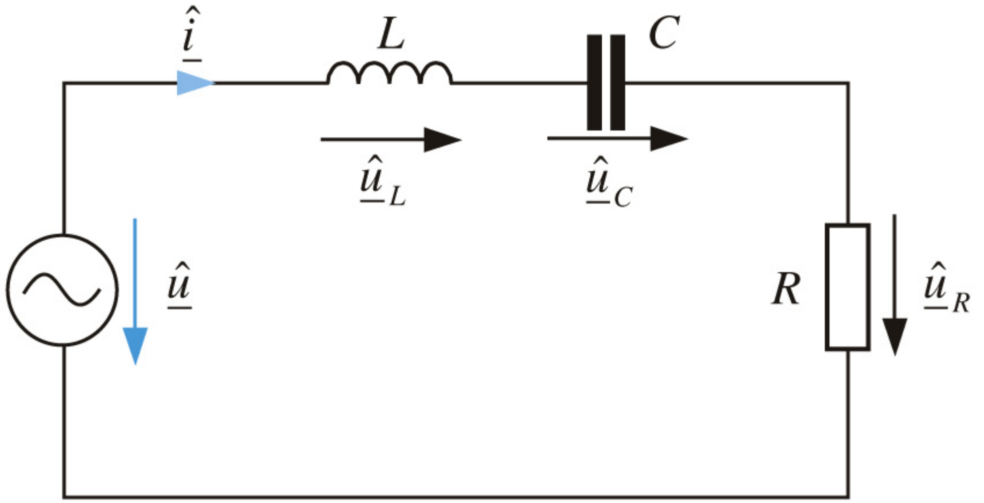


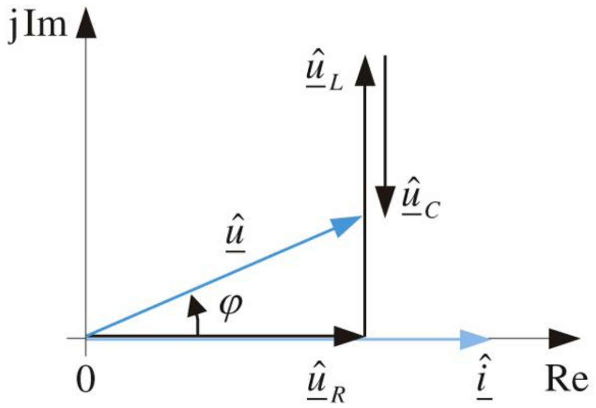


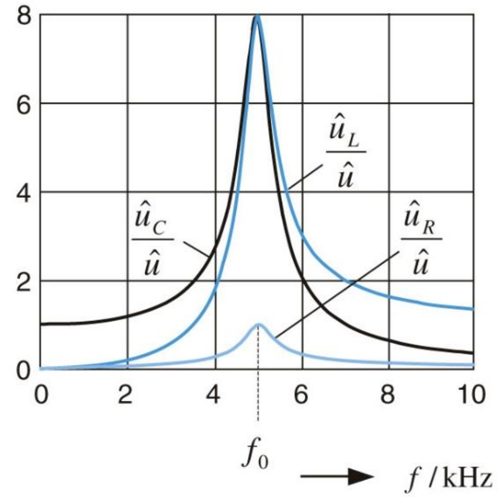
RLC Serienschwingkreis – Zusammenfassung

Albach 8.5.1

- Kenngrössen des Schwingkreises:
  - Resonanzfrequenz: $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
  - Güte: $Q_s = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$
  - Dämpfung: $d_s = \frac{1}{Q_s}$
  - Bandbreite: $B = \frac{f_0}{Q_s}$
- Spannungsüberhöhung an L und C für $Q_s > \frac{1}{\sqrt{2}}$







Beispiel: Serie 12, Aufgabe 2

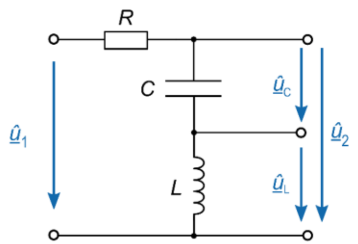


Abbildung 1: RLC Vierpol.

a) Geben Sie die Spannung des Kondensators $\hat{\underline{u}}_C$ sowie der Induktivität $\hat{\underline{u}}_L$ in Abhängigkeit von R, L, C sowie der Eingangsspannung $\hat{\underline{u}}_1$ an. Eine Umformung in Wirk- und Blindanteile ist nicht nötig.
Tipp: Rechnen Sie direkt mit komplexen Impedanzen oder Admittanzen.

b) Betrachten Sie nun die beiden Extremfälle $\omega_0 = 0$, $\omega_1 = \infty$ für jede der beiden Spannungen $\hat{\underline{u}}_C$ sowei $\hat{\underline{u}}_L$. Was für Übertragungsfunktionen, bzw. was für Filtern entsprechen $\hat{\underline{u}}_C/\hat{\underline{u}}_1$ und $\hat{\underline{u}}_L/\hat{\underline{u}}_1$?

Beispiel: Serie 12, Aufgabe 3

Das in Abbildung 2 gegebene Netzwerk wird mit einer Stromquelle $\underline{\hat{\imath}} = \hat{\imath} \cdot e^{j\varphi}$ mit Kreisfrequenz ω betrieben.

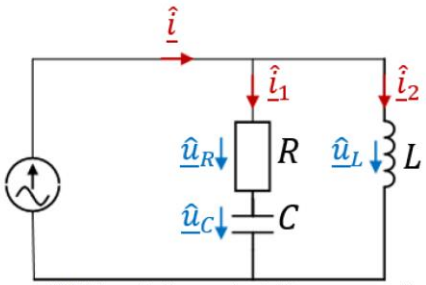


Abbildung 2: Netzwerk mit Sinusstromquelle.

a) Geben Sie die Spannung $\underline{\hat{u}}_C$ am Kondensator C in Abhängigkeit des Stromes $\underline{\hat{\imath}}$ und der Netzwerkelementen R, L und C an.

Tipps Serie 11

1. Filter - siehe Beispiel
2. Komplexes Netzwerk, Zeigerdiagramme (siehe Übung 10)
3. Formeln einsetzen