Übungsstunde 4

Einsteinsche Summenkonvention

$$(AB)_{ij} = (A)_{ik} \cdot (B)_{kj}$$

Beispiel

$$A^{2\times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B^{3\times 4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrizenmultiplikation → Beispiel

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} ; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Variante 1:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} =$$

Variante 2:

$A \cdot B = ?$

Rechenregeln für Matrizen

$$(A+B)+C = A+(B+C)$$
$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$
$$(A+B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$$
$$\lambda \cdot (A+B) = \lambda \cdot A + \lambda \cdot B$$

Aber: $A \cdot B \neq B \cdot A$

$$(A^T)^T = A$$
$$(A+B)^T = A^T + B^T$$
$$(AB)^T = B^T \cdot A^T$$

$$(cA)^T = c \cdot A^T$$
$$\text{rang}(A^T) = \text{rang}(A)$$

Kronecker-Symbol

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls } i = j \\ 0 & \text{falls } i \neq j \end{cases}$$

Zeilen und Spalten einer Matrix

$a^{(i)}$ → i-te Spalte einer Matrix

$a^{[i]}$ → i-te Zeile einer Matrix

→ $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \left(a^{(1)}\ a^{(2)}\ a^{(3)}\right) = \begin{pmatrix} a^{[1]} \\ a^{[2]} \\ a^{[3]} \end{pmatrix}$

→ $A \cdot e^{(i)} = a^{(i)}$ und $e^{[i]} \cdot A = a^{[i]}$ → $A \cdot e^{(2)} = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{pmatrix}$ und $e^{[3]} \cdot A = (a_{31}\ a_{32}\ a_{33})$