

# Übungsstunde 5

## Inverse einer Matrix

Definition:  $A^{-1}A = I_n$

Weiter gilt:  $(A^{-1})^{-1} = A$ ;  $(I_n)^{-1} = I_n$ ;

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}; \quad (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

Was bringt uns die Inverse?

→ Man braucht sie oft um rückwärts zu rechnen

$$\hookrightarrow \text{Bsp: } A = B \cdot C \rightarrow B = ? \Rightarrow A \cdot C^{-1} = B$$

Um invertierbar zu sein, muss die Matrix **quadratisch** sein.

## Regulär/Singular

Matrix ist regulär/invertierbar, wenn sie eine Inverse besitzt.

Ansonsten ist sie singular

## Äquivalenz folgender Eigenschaften

$A$  ist regulär  $\Leftrightarrow Ax=b$  für jedes  $b$  lösbar

$\Leftrightarrow$  HLGS  $Ax=0$  hat nur triv. Lsg  $x=0$

$\Leftrightarrow \text{Rang}(A) = n$

$A$  ist singular  $\Leftrightarrow Ax=b$  hat unendlich - viele oder keine Lösungen

$\Leftrightarrow Ax=0$  hat unendlich - viele Lösungen

$\Leftrightarrow \text{Rang}(A) < n$

## Gauss - Jordan - Algorithmus

→ Berechne damit die Inverse einer Matrix

Beispiel:

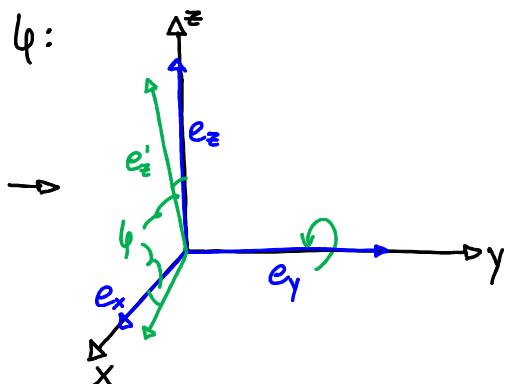
Berechne die Inverse von  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$

## Givens-Rotation

Rotation um y-Achse und Winkel  $\varphi$ :

$$R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

wird  $e_x^i$   $e_y^i$   $e_z^i$



## Orthogonale Matrizen

Definition:  $A^T A = I_n$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; A^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

↳ Es muss also gelten: